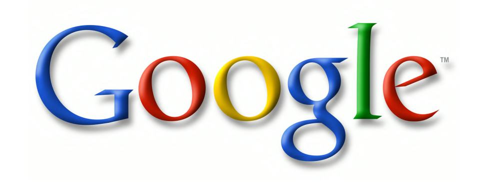
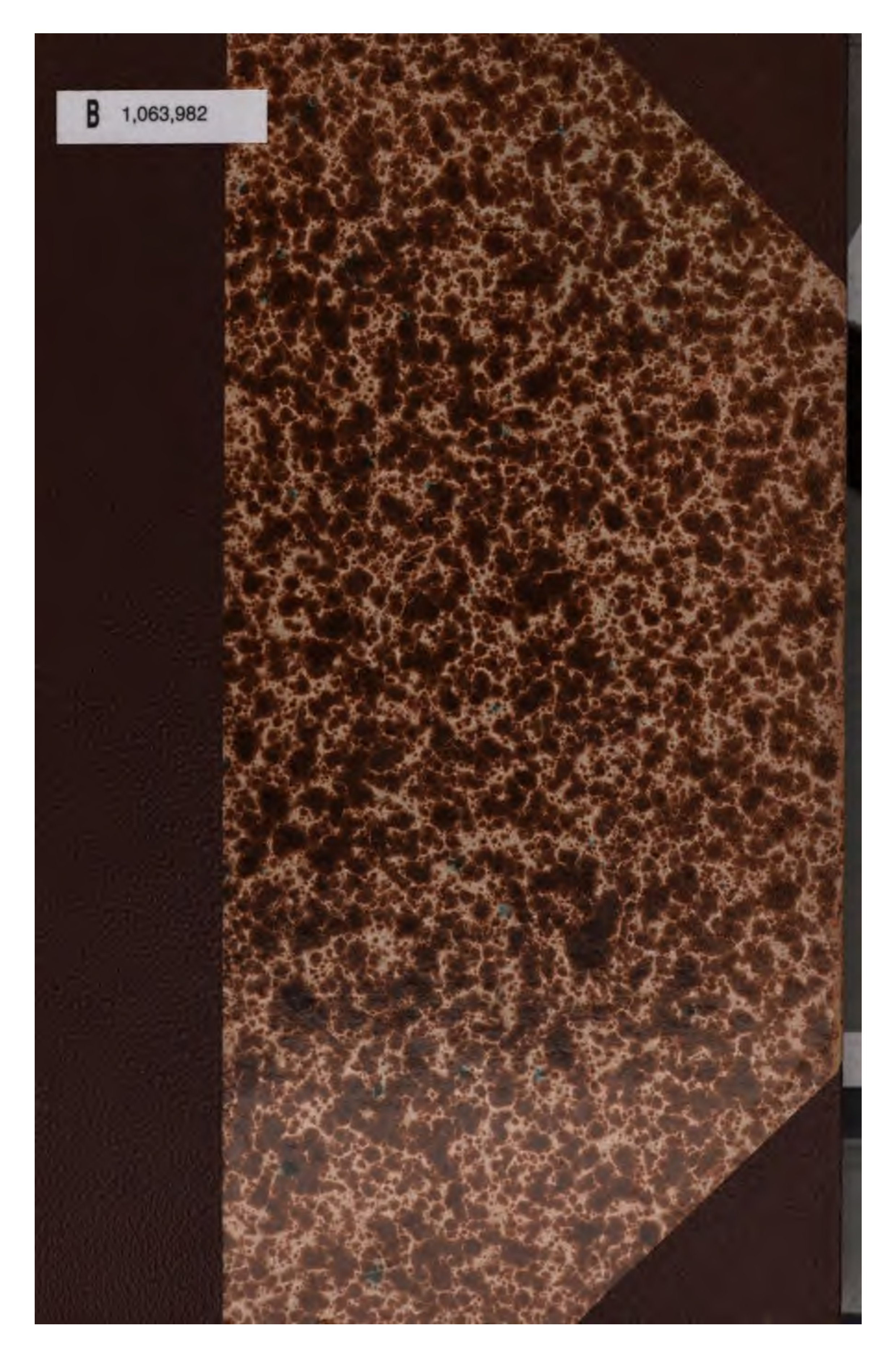
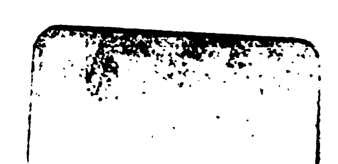



B 1,063,982





R F FABER



SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest.

CONST. DE FID. CATH., c. IV.

DIX-NEUVIÈME ANNÉE. 1894-1895

LOUVAIN
BUREAUX DE LA SOC. SCIENT.
DE BRUXELLES
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

PARIS
GAUTHIER-VILLARS & FILS
IMPRIMEURS-LIBRAIRES
55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55

BRUXELLES, HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE
DE BELGIQUE, 112, RUE DE LOUVAIN.

1895

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

373373

COMMUNICATIONS DIVERSES.

CONFÉRENCES.

VISITES.

AUTEURS.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

AUTEURS.

QUESTIONS AU CONCOURS.

1° *Des foyers à gaz au point de vue hygiénique.*

2° *Trouver les caractères distinctifs des maxima ou minima d'une fonction de trois variables* $f(x, y, z)$ *dans le cas où l'ensemble des termes du second ordre dans le développement de* $f(a+h, b+k, c+l)-f(a, b, c)$ *peut s'annuler sans changer de signe.*

3° *Donner, au point de vue paléontologique et géologique, la description monographique d'une veine de houille à travers tout un bassin houiller, pour vérifier l'exactitude de la synonymie actuellement reçue.*

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

STATUTS

Article 1er. — Il est constitué à Bruxelles une association qui prend le nom de Société scientifique de Bruxelles, avec la devise : « *Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest* » (1).

Art. 2. — Cette association se propose de favoriser, conformément à l'esprit de sa devise, l'avancement et la diffusion des sciences.

Art. 3. — Elle publiera annuellement le compte rendu de ses réunions, les travaux présentés par ses membres, et des rapports sommaires sur les progrès accomplis dans chaque branche.
Elle tâchera de rendre possible la publication d'une revue destinée à la vulgarisation (2).

Art. 4. — Elle se compose d'un nombre illimité de membres, et fait appel à tous ceux qui reconnaissent l'importance d'une culture scientifique sérieuse pour le bien de la société.

---

(1) Const. de Fid. cath., c. IV.

(2) Depuis le mois de janvier 1877, cette revue paraît, par livraisons trimestrielles, sous le titre de *Revue des questions scientifiques*. Elle forme chaque année deux volumes in-8° de 700 pages. Prix de l'abonnement : 20 francs par an pour tous les pays de l'Union postale. Les membres de la Société scientifique ont droit à une réduction de 25 pour cent.

Art. 5. — Elle est dirigée par un *Conseil* de vingt membres, élus annuellement dans son sein. Le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire et le Trésorier font partie de ce Conseil. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles.

Art. 6. — Pour être admis dans l'association, il faut être présenté par deux membres. La demande, signée par ceux-ci, est adressée au Président, qui la soumet au Conseil. L'admission n'est prononcée qu'à la majorité des deux tiers des voix.

L'exclusion d'un membre ne pourra être prononcée que pour des motifs graves et à la majorité des deux tiers des membres du Conseil.

Art. 7. — Les membres qui souscrivent, à une époque quelconque, une ou plusieurs parts du capital social, sont *membres fondateurs*. Ces parts sont de 500 francs. Les *membres ordinaires* versent une cotisation annuelle de 15 francs, qui peut toujours être rachetée par une somme de 150 francs, versée une fois pour toutes.

Le Conseil peut nommer des *membres honoraires* parmi les savants étrangers à la Belgique.

Les noms des membres fondateurs figurent en tête des listes par ordre d'inscription, et ces membres reçoivent autant d'exemplaires des publications annuelles qu'ils ont souscrit de parts du capital social. Les membres ordinaires et les membres honoraires reçoivent un exemplaire de ces publications.

Tout les membres ont le même droit de vote dans les Assemblées générales.

Art. 8. — Chaque année il y a trois sessions. La principale se tiendra dans la quinzaine qui suit la fête de Pâques, et pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels, et l'on y nomme le Bureau et le Conseil pour l'année suivante.

Les deux autres sessions se tiendront en octobre et en janvier. Elles pourront durer deux jours, et auront pour objet principal de préparer la session de Pâques.

Art. 9. — Lorsqu'une résolution, prise dans l'Assemblée générale, n'aura pas été délibérée en présence du tiers des membres de la Société, le Conseil aura la faculté d'ajourner la décision jusqu'à la prochaine session de Pâques. La décision sera alors définitive, quel que soit le nombre des membres présents.

Art. 10. — La Société ne permettra jamais qu'il se produise dans son sein aucune attaque, même courtoise, à la religion catholique ou à la philosophie spiritualiste et religieuse.

Art. 11. — Dans les sessions, la Société se répartit en cinq sections : I. *Sciences mathématiques*, II. *Sciences physiques*, III. *Sciences naturelles*, IV. *Sciences médicales*, V. *Sciences économiques*.

Tout membre de l'association choisit chaque année la section à laquelle il désire appartenir. Il a le droit de prendre part aux travaux des autres sections avec voix consultative.

Art. 12. — La session comprend des séances générales et des séances de section.

Art. 13. — Le Conseil représente l'association. Il a tout pouvoir pour gérer et administrer les affaires sociales. Il place en rentes sur l'État ou en valeurs garanties par l'État les fonds qui constituent le capital social.

Il fait tous les règlements d'ordre intérieur que peut nécessiter l'exécution des statuts, sauf le droit de contrôle de l'Assemblée générale.

Il délibère, sauf les cas prévus à l'article 6, à la majorité des membres présents. Néanmoins, aucune résolution ne sera valable qu'autant qu'elle aura été délibérée en présence du tiers au moins des membres du Conseil dûment convoqué.

Art. 14. — Tous les actes, reçus et décharges sont signés par le Trésorier et un membre du Conseil, délégué à cet effet.

Art. 15. — Le Conseil dresse annuellement le budget des dépenses de l'association et présente dans la session de Pâques le

compte détaillé des recettes et dépenses de l'exercice écoulé. L'approbation de ces comptes, après examen de l'Assemblée, lui donne décharge.

Art. 16. — Les statuts ne pourront être modifiés que sur la proposition du Conseil, à la majorité des deux tiers des membres votants, et dans l'Assemblée générale de la session de Pâques.

Les modifications ne pourront être soumises au vote qu'après avoir été proposées dans une des sessions précédentes. Elles devront figurer à l'ordre du jour dans les convocations adressées à tous les membres de la Société.

Art. 17. — La devise et l'article 10 ne pourront jamais être modifiés.

En cas de dissolution, l'Assemblée générale, convoquée extraordinairement, statuera sur la destination des biens appartenant à l'association. Cette destination devra être conforme au but indiqué dans l'article 2.

RÈGLEMENT

ARRÊTÉ PAR LE CONSEIL POUR L'ENCOURAGEMENT DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES.

---

1. — Le Conseil de la Société scientifique de Bruxelles a résolu d'instituer des concours et d'accorder des subsides pour encourager les recherches scientifiques.

2. — A cet objet seront consacrés :

1° Le revenu du bénéfice acquis à la Société jusqu'à la session de Pâques 1879;

2° La moitié du bénéfice acquis pendant l'exercice qui précède l'exercice courant.

3. — Chaque année, l'une des sections désignera une question à mettre au concours. L'ordre dans lequel les sections feront cette

désignation sera déterminé par le sort. Toute question, pour être posée, devra être approuvée par le Conseil, qui donnera aux questions la publicité convenable.

4. — Les questions auxquelles il n'aura pas été répondu d'une manière satisfaisante resteront au concours. Le Conseil pourra cependant inviter les sections compétentes à les remplacer par d'autres.

5. — Aucun prix ne pourra être inférieur à 500 francs. Une médaille sera en outre remise à l'auteur du mémoire couronné.

6. — Ces concours ne seront ouverts qu'aux membres de la Société.

7. — Ne sont admis que les ouvrages et les planches manuscrits.

8. — Le choix de la langue dans laquelle seront rédigés les mémoires est libre. Ils seront, s'il y a lieu, traduits aux frais de la Société; la publication n'aura lieu qu'en français.

9. — Les auteurs ne mettront pas leur nom à ces mémoires, mais seulement une devise qu'ils répéteront dans un billet cacheté renfermant leur nom et leur adresse.

10. — Les jurys des concours seront composés de trois membres présentés par la section compétente et nommés par le Conseil.

11. — Les prix seront décernés par le Conseil sur le rapport des jurys.

12. — Toute décision du Conseil ou des sections relative aux prix sera prise au scrutin secret et à la majorité absolue des suffrages.

13. — La Société n'a l'obligation de publier aucun travail couronné; les manuscrits de tous les travaux présentés au concours restent la propriété de la Société. En cas de publication, cent exemplaires seront remis gratuitement aux auteurs.

14. — Les résultats des concours seront proclamés et les médailles remises dans l'une des assemblées générales de la session de Pâques. Les rapports des jurys devront être remis au Conseil six semaines avant cette session. Le 1er octobre de l'année précédente est la date de rigueur pour l'envoi des mémoires au secrétariat.

15. — Pour être admis à demander un subside, il faut être membre de la Société depuis un an au moins.

16. — Le membre qui demandera un subside devra faire connaître par écrit le but précis de ses travaux, au moins d'une manière générale; il sera tenu, dans les six mois de l'allocation du subside, de présenter au Conseil un rapport écrit sur les résultats de ses recherches, quel qu'en ait été le succès.

17. — Le Conseil, après avoir pris connaissance des diverses demandes de subsides, à l'effet d'en apprécier l'importance relative, statuera au scrutin secret.

18. — Les résultats des recherches favorisées par les subsides de la Société devront lui être présentés, pour être publiés dans ses *Annales* s'il y a lieu.

NOTE. — Le tirage au sort, ordonné par l'article 5, a rangé les sections dans l'ordre suivant : 2e, 3e, 5e et 1re.

LETTRE

DE

S. S. LE PAPE LÉON XIII

AU PRÉSIDENT ET AUX MEMBRES
DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

Dilectis Filiis Praesidi ac Membris Societatis Scientificae Bruxellis constitutae.

LEO PP. XIII.

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM.

Gratae Nobis advenerunt litterae vestrae una cum Annalibus et Quaestionibus a vobis editis, quas in obsequentissimum erga Nos et Apostolicam Sedem pietatis testimonium obtulistis. Libenter sane agnovimus Societatem vestram quae a scientiis sibi nomen fecit, et quae tribus tantum abhinc annis laetis auspiciis ac Iesu Christi Vicarii benedictione Bruxellis constituta est, magnum iam incrementum cepisse, et uberes fructus polliceri. Profecto cum infensissimi relligionis ac veritatis hostes nunquam desistant, imo magis magisque studeant dissidium rationem inter ac fidem propugnare, opportunum est ut praestantes scientia ac pietate viri ubique exurgant, qui Ecclesiae doctrinis ac documentis ex animo obsequentes, in id contendant, ut demonstrent *nullam unquam inter fidem et rationem veram dissensionem esse posse;* quemadmodum Sacrosancta Vaticana Synodus, constantem Ecclesiae et Sanctorum Patrum doctrinam affirmans, declaravit Constitutione IV[a] de fide catholica. Quapropter gratulamur quod Societas vestra hunc primo finem sibi proposuerit, itemque in statutis legem dederit, ne quid a sociis contra sanam christianae philosophiae doctrinam committatur; simulque omnes hortamur ut

nunquam de egregio eiusmodi laudis tramite deflectant, atque ut toto animi nisu praestitutum Societatis finem praeclaris exemplis ac scriptis editis continuo assequi adnitantur. Deum autem Optimum Maximum precamur, ut vos omnes coelestibus praesidiis confirmet ac muniat: quorum auspicem et Nostrae in vos benevolentiae pignus, Apostolicam benedictionem vobis, dilecti filii, et Societati vestrae ex animo impertimur.

Datum Romae apud S. Petrum die 15. Ianuarii 1879. Pontificatus Nostri Anno Primo.

LEO PP. XIII.

A nos chers fils le Président et les Membres de la Société scientifique de Bruxelles.

LÉON XIII, PAPE.

CHERS FILS, SALUT ET BÉNÉDICTION APOSTOLIQUE.

Votre lettre Nous a été agréable, ainsi que les Annales et les Questions publiées par vous et offertes en témoignage de votre piété respectueuse envers Nous et le Siège apostolique. Nous avons vu réellement avec plaisir que votre Société, qui a adopté le nom de Société scientifique, et s'est constituée à Bruxelles, depuis trois ans seulement, sous d'heureux auspices avec la bénédiction du Vicaire de Jésus-Christ, a déjà pris un grand développement et promet des fruits abondants. Certes, puisque les ennemis acharnés de la religion et de la vérité ne se lassent point et s'obstinent même de plus en plus à proclamer l'opposition entre la raison et la foi, il est opportun que partout surgissent des hommes distingués par la science et la piété, qui, attachés de cœur aux doctrines et aux enseignements de l'Église, s'appliquent à démontrer *qu'il ne peut jamais exister de désaccord réel entre la foi et la raison,* comme l'a déclaré, dans la Constitution IV *de fide catholica,* le saint concile du Vatican affirmant la doctrine constante de l'Église et des saints Pères. C'est pourquoi Nous félicitons votre Société de ce qu'elle s'est d'abord proposé cette fin, et aussi de ce qu'elle a mis dans les Statuts un article défendant

à ses membres toute attaque aux saines doctrines de la philosophie chrétienne; et en même temps Nous les exhortons tous à ne jamais s'écarter de la voie excellente qui leur vaut un tel éloge, et à poursuivre continuellement de tout l'effort de leur esprit l'objet assigné à la Société, par d'éclatants exemples et par leurs publications. Nous prions Dieu très bon et très grand, qu'il vous soutienne tous et vous fortifie du céleste secours : en présage duquel, et comme gage de Notre bienveillance envers vous, Nous accordons du fond du cœur à vous, chers fils, et à votre Société la bénédiction apostolique.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 15 janvier 1879, l'an 1 de notre Pontificat.

LÉON XIII, PAPE.

LISTES

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

ANNÉE 1895.

Liste des membres fondateurs.

S. É. le cardinal DECHAMPS (1), archevêque de . .	Malines.
François DE CANNART D'HAMALE (1).	Malines.
Charles DESSAIN	Malines.
Jules VAN HAVRE (1)	Anvers.
Le chanoine MAES (1)	Bruges.
Le chanoine DE LEYN	Bruges.
LEIRENS-ELIAERT	Alost.
Frank GILLIS (1)	Bruxelles.
Joseph SABY	Bruxelles.
Le Chev DE SCHOUTHEETE DE TERVARENT	Saint-Nicolas.
Le Collège SAINT-MICHEL.	Bruxelles.
Le Collège NOTRE-DAME DE LA PAIX	Namur.
Le Duc D'URSEL, sénateur(1)	Bruxelles.
Le Pce Gustave DE CROY (1)	Le Rœulx.
Le Cte DE T'SERCLAES (1)	Gand.
Auguste DUMONT DE CHASSART (1)	Mellet (Hainaut).
Charles HERMITE, membre de l'Institut	Paris.
L'École libre de l'IMMACULÉE-CONCEPTION	Vaugirard-Paris.
L'École libre SAINTE-GENEVIÈVE	Paris.
Le Collège SAINT-SERVAIS.	Liége.
Le Cte DE BERGEYCK	Beveren-Waes.
L'Institut SAINT-IGNACE	Anvers.
Philippe GILBERT (1), correspondant de l'Institut.	Louvain.
Le R. P. PROVINCIAL de la Compagnie de Jésus en Belgique	Bruxelles.

---

(1) Décédé.

Le Collège SAINT-JOSEPH.	Alost.
Le chanoine DE WOUTERS	Braine-le-Comte.
Antoine D'ABBADIE, membre de l'Institut . . .	Paris.
S. É. le cardinal HAYNALD ([1]), archevêque de Kalocsa et Bàcs.	Kalocsa (Hongrie).
S. É. le cardinal Séraphin VANNUTELLI . . .	Rome.
S. G. Mgr DU ROUSSAUX, évêque de	Tournay.
S. É. le cardinal GOOSSENS, archevêque de . . .	Malines.
R. BEDEL	Aix.
S. G. Mgr BELIN ([1]), évêque de.	Namur.
Eugène PECHER.	Bruxelles.
S. Exc. Mgr FERRATA, archevêque de Thessalonique, nonce apostolique	Paris.
S. Exc. Mgr NAVA DI BONTIFÈ, archevêque d'Héraclée, nonce apostolique	Bruxelles.

Liste des membres honoraires.

Antoine D'ABBADIE, membre de l'Institut . . .	Paris.
Charles HERMITE, membre de l'Institut	Paris.
Le général NEWTON	New-York.
Le docteur FOERSTER	Aix-la-Chapelle.
A. DE LAPPARENT	Paris.
A. BÉCHAMP	Lille.
Camille JORDAN, membre de l'Institut	Paris.
WOLF, membre de l'Institut	Paris.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE, membre de l'Institut .	Paris.
Le vice-amiral DE JONQUIÈRES, membre de l'Institut.	Paris.
BOUSSINESQ, membre de l'Institut	Paris.
L. DE BUSSY, membre de l'Institut.	Paris.
Aug. DAUBRÉE, membre de l'Institut.	Paris.
AMAGAT, correspondant de l'Institut, répétiteur à l'École polytechnique.	Paris.
FABRE	Sérignan.
V. HAUTEFEUILLE, membre de l'Institut. . . .	Paris.

([1]) Décédé.

Liste générale des membres de la Société scientifique de Bruxelles.

---

d'Abbadie (Antoine), membre de l'Institut, 120, rue du Bac. — Paris; ou Abbadia par Hendaye (Basses-Pyrénées — France).

Abbeloos (Mgr), docteur en théologie, recteur magnifique de l'Université, 3, montagne du Collège. — Louvain.

d'Acy (E.), 40, boulevard Malesherbes. — Paris.

Adan de Yarza (Ramon), ingénieur des mines. — Lequeitio (Vizcaya — Espagne).

Alexis, M. G. (Frère), 27, rue Oudinot. — Paris.

Allard (François), industriel. — Chatelineau.

Amagat, correspondant de l'Institut, répétiteur à l'École polytechnique, 34, rue St-Lambert. — Paris.

André (J.-B.), inspecteur au ministère des travaux publics, 111, avenue Brugmann. — Uccle.

Arcelin (Adrien), secrétaire perpétuel de l'Académie de Mâcon. — Châlon-sur-Saône (Saône-et-Loire — France).

Arduin (abbé Alexis), à Aiguebelle, par Grignan (Drôme — France).

Arrilucea (Andrés P.), catedratico de Historia natural en el Instituto de 2ª enseñanza. — Ségovie (Espagne).

Ballion (J.), 367, chaussée de Courtrai. — Gand.

Bardin (abbé Louis). — Saint-Louis de Carthage (Tunisie).

Bareel, S. J. (R. P. Victor), Collège du S.-Cœur, 58, rue de Montigny. — Charleroi.

di Bartolo (Canonico Salvatore), Ruggiero Settimo, 71. — Palermo (Sicile).

Baule (Albert), lieutenant de vaisseau, 133, chemin de Magudas. — Caudéran, près Bordeaux (Gironde — France).

Bayet (Adrien), 33, nouveau Marché aux Grains. — Bruxelles.

Béchamp, doyen de la Faculté catholique de médecine, 36, rue des Fossés. — Lille (Nord — France).

Bedel (abbé R.), prêtre de St-Sulpice, directeur au Grand-Séminaire. — Aix (Bouches-du-Rhône — France).

Belpaire (Frédéric), ingénieur, 48, avenue du Margrave. — Anvers.

de Bergeyck (Cte), château de Beveren-Waes (Flandre-Orientale).

Berleur (Adolphe), ingénieur, 17, rue Saint-Laurent. — Liége.
Berlingin (Melchior), directeur des laminoirs de la Vieille-Montagne. — Penchot par Viviez (Aveyron — France).
Bertrand (Léon), 9, rue Crespel. — Bruxelles.
Béthune-Eliaert (B^{on}), sénateur, rue du Pont. — Alost.
Béthune (Mgr Félix), 40, rue d'Argent. — Bruges.
Blondel (Alfred), ingénieur, 1, place du Parc. — Tournay.
Blondiaux (Auguste), château du Champ-Bourdon. — Thy-le-Château (Namur).
Blot (abbé), missionnaire apostolique, Église et Maison de l'Espérance, 31, rue Dombasle. — Paris — Vaugirard.
de la Boëssière-Thiennes (Mis), 23, rue aux Laines. — Bruxelles; ou château de Lombise par Lens (Hainaut).
Bolsius, S. J. (R. P. Henri), Kerkstraat, A. 14. — Oudenbosch (Pays-Bas).
Bonamis (Florimond), ingénieur. — Jambes (Namur).
Borginon (Gustave), docteur en médecine, 58, rue Dupont. — Bruxelles.
Bouillot, directeur de l'École moyenne pratique et d'agriculture de l'État. — Vilvorde.
Boulay (chan.), professeur aux Facultés catholiques, 14, rue Mercier. — Lille (Nord — France).
Bouqué, professeur à l'Université, 3, rue des Selliers. — Gand.
Bouquillon (abbé Th.), Catholic University of America. — Washington (Brookland, D. C., États-Unis d'Amérique).
Bourgeat (abbé), professeur aux Facultés catholiques, 15, rue Charles de Muyssart. — Lille (Nord — France).
Boussinesq, membre de l'Institut, 75, rue Claude-Bernard. — Paris.
du Boys (Paul), ingénieur en chef des ponts et chaussées. — Épinal (Vosges — France).
van den Branden de Reeth (S. Gr. Mgr), évêque d'Érythrée, au Collège Belge. — Rome.
Branly (Édouard), professeur à l'Institut catholique, 21, avenue de Tourville. — Paris.
Breithof (N.), professeur à l'Université, 95, rue de Bruxelles. — Louvain.
van der Bruggen (Bon Maurice), 20, rue du Gouvernement. — Gand.
Bruylants, professeur à l'Université catholique, de l'Académie royale de médecine, 32, rue des Récollets. — Louvain.

BUISSERET (Anatole), professeur à l'Athénée, 9, rue du Pont-Neuf. — Charleroi.

BUISSERET (Joseph), professeur, au Collège communal. — Nivelles.

DE BUSSY (L.), membre de l'Institut, inspecteur général des constructions navales, 7, rue de Jouy. — Paris.

CAMBOUÉ, S. J (R. P. Paul), missionnaire apostolique, 33, rue de la Compagnie. — Saint-Denis (île de La Réunion).

CAPPELLEN (Guillaume), conseiller provincial, 4, place Marguerite. — Louvain.

CARNOY (Joseph), professeur à l'Université, 9, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

CARTUYVELS (Jules), directeur au ministère de l'agriculture, 215, rue de la Loi. — Bruxelles.

CASARÉS (Firmino), farmacía, 93, calle de San Andrés. — La Coruña (Espagne).

CHAUTARD, doyen de la Faculté catholique des sciences de Lille, villa St-Marc, par Croissanville (Calvados — France).

CLASEN (abbé B.-I.), curé-doyen d'Echternach (Grand-Duché de Luxembourg).

CLOQUET (L.), professeur à l'Université, 2, rue St-Pierre. — Gand.

COGELS (J.-B.-Henri), 181, avenue des Arts. — Anvers.

COLLÈGE NOTRE-DAME DE LA PAIX, 39, rue de Bruxelles. — Namur.

COLLÈGE SAINT-JOSEPH, 13, rue de Bruxelles. — Alost.

COLLÈGE SAINT-MICHEL, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

COLLÈGE SAINT SERVAIS, 88, rue Saint-Gilles. — Liége.

COLLÈGE DE BELLEVUE. — Dinant.

COPPIETERS DE STOCKHOVE (abbé Ch.), directeur des Dames de l'Instruction chrétienne. — Bruges.

COUPÉ (abbé J.), aumônier-adjoint de la Maison centrale pénitentiaire, 33, rue courte des Violettes. — Gand.

COUSIN (L.), ingénieur conseil du gouvernement chilien, professeur à l'Université, casilla 952. — Santiago (Chili).

CRANINCX (Oscar), 51, rue de la Loi. — Bruxelles.

DE CROY (P^ce Juste), 63, rue de la Loi. — Bruxelles; ou Le Rœulx.

CUYLITS (Jean), docteur en médecine, 44, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.

DANIËLS (D^r Fr.), professeur au Séminaire. — Rolduc (Limbourg hollandais).

DAUBRÉE (Aug.), membre de l'Institut, professeur de géologie au Muséum, 254, boulevard Saint-Germain. — Paris.

DAUBRESSE (Paul), ingénieur, 42, rue des Orphelins. — Louvain.
DAVIGNON (Julien), 41, avenue de la Toison-d'Or. — Bruxelles.
DE BAETS (Herman), 11, rue des Boutiques. — Gand.
DE BAETS (abbé Maurice), secrétaire de l'évêché, docteur en théologie et en philosophie, 9, quai du Pont-Neuf. — Gand.
DEBAISIEUX, professeur à l'Université, 14, rue Léopold. — Louvain.
DE BECKER (chan. Jules), professeur à l'Université, 112, rue de Namur. — Louvain.
DE BIEN (Fernand), ingénieur, 50, avenue du Margrave. — Anvers.
DE BLOO (Julien), ingénieur, 89, boulevard Frère-Orban. — Gand.
DE BROUWER (chan.), curé-doyen. — Menin.
DE BRUYN (Jules), 175, chaussée de Wavre. — Bruxelles.
DE BUCK (Dr D.), 7, rue des Boutiques. — Gand.
DEGIVE (A.), membre de l'Académie royale de médecine, directeur de l'École vétérinaire de l'État, boulevard d'Anderlecht. — Cureghem lez-Bruxelles.
DE GREEFF, S. J. (R. P. Henri), Collège N.-D. de la Paix, rue de Bruxelles. — Namur.
DE JAER (Camille), avocat, 56, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.
DE JAER (Jules), ingénieur des mines, Vieux-Marché-aux-Bêtes. — Mons.
DELACRE (Maurice), membre correspondant de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 129, chaussée de Courtrai. — Gand.
DE LANTSHEERE (Dr J.), oculiste, 56, rue de l'Association. — Bruxelles.
DE LANTSHEERE (Léon), avocat, 216, rue du Trône. — Bruxelles.
DELAROYÈRE (W.), ingénieur, 56, Pêcherie. — Gand.
DELAUNOIS (Dr G.), à Bon-Secours, par Peruwelz (Hainaut).
DELCROIX (Dr A.), 18, chaussée de Louvain. — Bruxelles.
DELÉTREZ (Dr A.), 5, rue de la Charité. — Bruxelles.
DE LEYN (chan. A.), 52, rue du Marécage. — Bruges.
DELVIGNE (chan. Adolphe), curé de Saint-Josse-ten-Noode, 14, rue de la Pacification. — Bruxelles.
DEMANET (chan.), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Université, Collège du St-Esprit. — Louvain.
DE MARBAIX (Alph.), professeur à l'Université de Louvain, membre de l'Académie royale de médecine. — Meerhout.
DE MEESTER (Augustin), propriétaire. — Saint-Nicolas.
DENYS (Dr J.), professeur à l'Université catholique, 22, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

De Preter (Herman), ingénieur, 28, boulevard du Jardin-Botanique. — Bruxelles.

De Prins, place du Peuple. — Louvain.

De Smedt S. J (R. P Charles), président de la Société des Bollandistes, correspondant de l'Institut, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Dessain (Charles), libraire-éditeur, rue de la Blanchisserie. — Malines.

De Tilly (général J.), de l'Académie royale de Belgique, commandant de l'École militaire. — Bruxelles.

Dever (D[r] H.), 26, rue Belliard. — Bruxelles.

Dewalque (François), professeur à l'Université, 26, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Dewalque (Gustave), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 17, rue de la Paix. — Liége.

Dewèvre (Alfred), docteur en sciences naturelles, 82, chaussée de Wavre. — Ixelles.

D'Hondt (Frédéric), directeur du Laboratoire communal. — Courtrai.

Dierckx, S. J. (R. P. François), professeur de sciences naturelles, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Dierckx (P.), membre de la Chambre des représentants. — Turnhout.

de Dorlodot (chan. H.), docteur en théologie, professeur à l'Université catholique, 18, rue Léopold. — Louvain.

de Dorlodot (Sylvain), château de Floriffoux, par Floreffe (Namur).

Drion (B[on] Adolphe), fils, avocat. — Gosselies.

Dugniolle (Max), professeur à l'Université, 45, Coupure. — Gand.

Duhem (Pierre), professeur de physique à la Faculté des sciences, 18, rue de la Teste. — Bordeaux (Gironde — France).

Dumas-Primbault (Henri), ingénieur, château de la Pierre. — Cérilly (Allier — France).

Dumont (Achille), docteur en médecine, 77, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Dumont (André), professeur à l'Université, 18, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Durant (Henri), inspecteur général des charbonnages patronnés par la Société Générale, 3, Montagne du Parc. — Bruxelles.

Du Roussaux (S. G. Mgr), évêque de Tournai.

Dusausoy (Clément), professeur à l'Université, 107, chaussée de Courtrai. — Gand.

DUSMET Y ALONZO, 7, plaza Santa-Cruz. — Madrid (Espagne).
DUTORDOIR (Hector), ingénieur en chef directeur du service technique provincial, 375, boulevard du Château. — Gand.
ÉCOLE LIBRE DE L'IMMACULÉE-CONCEPTION. — Vaugirard, Paris.
ÉCOLE LIBRE SAINTE-GENEVIÈVE, rue Lhomond. — Paris.
DE L'ESCAILLE (Joseph), ingénieur. — Hamont, par Neerpelt (Limbourg).
EYNAUD (L.), ingénieur de la marine, directeur des constructions navales, 2, place de l'Alma. — Cherbourg (Manche — France).
FABRE, naturaliste. — Sérignan par Vaucluse (Vaucluse — France).
FAGNART (Émile), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Athénée royal, 19, rue Bréderode. — Gand.
FAIDHERBE (Dr Alexandre), 73, place de l'Alma. — Roubaix (Nord — France).
DE FAVEREAU DE JENNERET (Bon), rue Bonne-Fortune, Liége.
FERNANDEZ SANCHEZ (José), catedrático de Historia universal en la Universidad. — Santiago (Galice — Espagne).
FERRATA (S. G. Mgr), archevêque de Thessalonique, nonce du Saint-Siège, 58, rue de Varennes. — Paris.
FERRON (Eug.), commissaire du Gouvernement grand-ducal près les chemins de fer, 8, avenue de la Porte-Neuve. — Luxembourg (Grand-Duché).
FITA Y COLOMÉ, S. J. (R. P. Fidel), calle de Isabel la Católica, 12. — Madrid (Espagne).
FOERSTER (Dr), professeur d'histoire naturelle. — Aix-la-Chapelle.
FOLIE (F.), membre de l'Académie royale et directeur de l'Observatoire royal de Belgique. — Uccle.
FORNI (Cte Paul). — Bozen (Tyrol — Autriche).
DE FOVILLE (abbé), directeur au Séminaire de St-Sulpice. — Paris.
FRANCOTTE (Xavier), docteur en médecine, professeur à l'Université, 15, quai de l'Industrie. — Liége.
DE GARCIA DE LA VEGA (Bon Victor), docteur en droit, 37, rue du Luxembourg. — Bruxelles.
GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins. — Paris.
GAUTIER (chanoine), 21, rue Louise. — Malines.
GEORGE, S. J. (R. P. Charles), 11, rue des Récollets. — Louvain.

GILSON, professeur à l'Université, 1, avenue de la Place-d'Armes. — Gand.

GLORIEUX (Dr), 36, rue Jourdan. — Bruxelles.

GOEDSEELS (Édouard), capitaine, professeur à l'École de guerre, 8, chaussée de Vleurgat. — Bruxelles.

GOIX (Alph.), docteur en médecine, 40, rue de Joinville. — Paris.

GOOSSENS (S. É. le cardinal), archevêque de Malines.

GOOSSENS, S. J. (R. P. Fernand), 11, rue des Récollets. — Louvain

GORIS (Charles), docteur en médecine, 181, rue Royale. — Bruxelles.

GRANDMONT (Alphonse), avocat. — Cortessem (Limbourg); ou Taormina (Sicile).

GRINDA (Jesús), ingénieur des ponts et chaussées, Fuencarral, 74 y 76. — Madrid (Espagne).

GRISAR (Armand), docteur en sciences physiques et mathématiques, avenue Rubens. — Anvers.

DE GROSSOUVRE (A.), ingénieur en chef des mines. — Bourges (Cher — France).

GUERMONPREZ (Dr), professeur aux Facultés catholiques, membre correspondant de l'Académie royale de médecine de Belgique et de la Société de chirurgie de Paris, 132, rue Nationale. — Lille (Nord — France).

GUYÉTAND, directeur de l'École libre de Mont-Roland. — Dôle (Jura — France).

HAGEN, S. J. (R. P.), Georgetown College Observatory. — Washington D. C. (États-Unis d'Amérique).

HAHN, S. J. (R. P. Guillaume), Collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

HAMARD (Chanoine), 6, rue du Chapitre. — Rennes (Ille-et-Vilaine — France).

DE HARLEZ (Mgr), professeur à l'Université, 8, rue au Vent. — Louvain.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-N.), membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur de l'École des mines, 60, boulevard Saint-Michel. — Paris.

HAUTEFEUILLE (V.), membre de l'Institut, 28, rue du Luxembourg. — Paris.

HAVENITH (lieutenant), 25, rue Leys. — Anvers.

DE LA HAYE (Auguste), major au 13e régiment de ligne, 9, boulevard de Meuse. — Jambes (Namur).

HELLEPUTTE (G.), membre de la Chambre des représentants, professeur à l'Université catholique. — Vlierbeek lez Louvain.

DE HEMPTINNE (Alexandre), 56, rue de la Vallée. — Gand.

DE HEMPTINNE (Cte Joseph), fils, 31, rue Charles-Quint. — Gand, ou Tamise (Flandre-Orientale).

HENRY (Louis), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 2, rue du Manège. — Louvain.

HENRY (Paul), docteur en sciences naturelles, professeur à l'Université, 2, rue du Manège. — Louvain.

HERMITE (Charles), membre de l'Institut, 2, rue de Sorbonne. — Paris.

HERVIER (abbé Joseph), 31, grande rue de la Bourse. — Saint-Étienne (Loire — France).

HEYMANS (J.-F.), docteur en sciences, professeur à l'Université, 35, boulevard de la Citadelle. — Gand.

HEYNEN (W.), membre de la Chambre des représentants. — Bertrix (Luxembourg), et 85, rue du Commerce, Bruxelles.

HUMBERT, ingénieur des mines, professeur à l'École polytechnique, 16, boulevard Malesherbes. — Paris.

HUYBRECHTS (Dr Th.), 77, avenue de la Toison d'Or. — Bruxelles.

ILLESCAS (Juan), calle de la Compañia, 16. — Puebla (Mexique, vià New-York).

IÑIGUEZ E IÑIGUEZ (Francisco), catedratico de Astronomia en la Universidad, calle de Isabel la Católica, 4, bajo. — Madrid (Espagne).

INSTITUT SAINT-IGNACE, 47, courte rue Neuve. — Anvers.

JACOBS (Mgr), curé-doyen de Sainte-Gudule. — Bruxelles.

JACOPSSEN, S. J. (R. P. Raymond), 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

JENNER (Ch. I.), ingénieur en chef des ponts et chaussées, directeur des travaux hydrauliques de la marine, 38, rue de la Rampe. — Brest (Finistère — France).

JOLY (Albert), avocat à la cour d'appel, 8, rue de la Grosse-Tour. — Bruxelles.

JOLY (Léon), avocat, 18, rue de Suisse. — Bruxelles.

DE JONQUIÈRES, vice-amiral, membre de l'Institut, 2, avenue Bugeaud. — Paris.

JORDAN (Camille), membre de l'Institut, 48, rue de Varenne. — Paris.

Jourdain (Louis), ingénieur, 19, rue Léopold. — Bruxelles.

Julin (Armand), 9, rue du Berger. — Bruxelles.

Kimus (abbé), Collège du Saint-Esprit. — Louvain.

Kirsch (R. P. Alexandre-M.), C. S. C. — Notre-Dame (Indiana — États-Unis).

de Kirwan (Charles), ancien inspecteur des forêts, 4, Cité Vaneau. — Paris.

Kurth (Godefroid), professeur à l'Université, 6, rue Rouvroy. — Liége.

Lagasse (Alexandre), 4, rue Saint-Maurice. — Nivelles.

Lagasse-de Locht (Charles), ingénieur en chef directeur des ponts et chaussées, membre du Conseil supérieur du Travail, 167, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Lahousse (Dr), professeur à l'Université, 27, Coupure. — Gand.

Lamarche (Émile), 81, rue Louvrex. — Liége.

Lambert (Camille), ingénieur en chef des chemins de fer de l'État, 65, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Lambiotte (Omer), ingénieur, à Anderlues.

Lambiotte (Victor), ingénieur, directeur-gérant aux charbonnages d'Oignies-Aiseau, par Tamines (Namur).

Lamy (Mgr), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université catholique, 149, rue des Moutons. — Louvain.

de Lapparent (A.), membre correspondant de la Société géologique de Londres, professeur à l'Institut catholique, 3, rue de Tilsitt. — Paris.

Laruelle (Dr), 22, rue du Congrès. — Bruxelles.

Lechalas (G.), ingénieur en chef des ponts et chaussées. — Rouen (Seine-Inférieure — France).

Leclercq (Jules), 25, avenue de l'Astronomie. — Bruxelles.

Leconte (Félix), 10, rue du Lac. — Gand.

Ledresseur (Charles), docteur en médecine, professeur à l'Université, 79, voer des Capucins. — Louvain.

Lefebvre, docteur en médecine, professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, sénateur, 36, rue de Bériot. — Louvain.

Lefebvre (chan. Ferdinand), professeur à l'Université, 34, rue de Bériot. — Louvain.

Lefebvre (abbé Maurice), docteur en sciences naturelles, professeur au Collège Saint-Joseph. — Virton.

LE HIR (abbé Daniel), aumônier de la Maison des Oiseaux, 86, rue de Sèvres. — Paris.

LEIRENS-ÉLIAERT, rue du Pont. — Alost.

LEJEUNE-SIMONIS, château de Sohan par Pepinster (Liége).

LEMOINE (Georges), ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur de sortie pour la chimie à l'École polytechnique, 76, rue d'Assas. — Paris.

LE PAIGE (C.), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, plateau de Cointe. — Liége.

LERAY (R. P. A.), 23, rue des Fossés-St-Jacques. — Paris.

DE LIEDEKERKE (Cte Charles), 30, rue de l'Industrie. — Bruxelles.

DE LIEDEKERKE DE PAILHE (Cte Éd.), 47, avenue des Arts. — Bruxelles.

DE LIMBURG-STIRUM (Cte Adolphe), 15, rue du Commerce. — Bruxelles.

DE LIMBURG-STIRUM (Cte Samuel), 25, rue d'Idalie. — Bruxelles.

LIMPENS (Émile), avocat, place Impériale. — Alost.

DE LOCHT (Léon), ingénieur, Mont-Saint-Martin. — Liége.

LOHEST (Paul), ingénieur civil, président de la Fédération des œuvres ouvrières, 2, rue Rouvroy. — Liége.

LORIN, 186, boulevard Saint-Honoré — Paris.

LUCAS, S. J. (R. P. Désiré), docteur en sciences physiques et mathématiques, Collège N.-D. de la Paix, rue de Bruxelles. — Namur.

MAERTENS (chan.), professeur au Petit-Séminaire. — Saint-Nicolas.

MALCORPS (Ernest), avocat, 20, rue des Chariots. — Louvain.

MALISOUX (Émile), ingénieur principal de 1re classe des mines, 11, rempart ad aquam. — Namur.

MANSION (Paul), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 6, quai des Dominicains. — Gand.

MARLIN (J.), docteur en philosophie et lettres, 16, rue Charles-Morren. — Liége.

MARTENS (Édouard), professeur à l'Université, 27, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

MARTINEZ Y SAEZ (Francisco de Paula), professeur de zoologie au Musée d'histoire naturelle, calle de San Quintin, 6, pral, izq. — Madrid (Espagne).

MASOIN (E.), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 15, Marché au Poisson. — Louvain.

MATAGNE (Henri), docteur en médecine, 47 B, rue Gallait. — Bruxelles.

MATAGNE (Jules), docteur en médecine, 21, rue de la Fontaine. — Bruxelles.

DE MAUPEOU (Cte), ingénieur de la marine, 3, rue du Commerce. — Lorient (Morbihan — France).

MEESSEN (Dr Wilhelm), 28, rue Froissard. — Bruxelles.

DE MEEUS (Cte Henri), ingénieur, rue du Vert-Bois. — Liége.

MERCIER (Mgr D.), professeur à l'Université, 1, rue des Flamands. — Louvain.

DE MÉRODE-WESTERLOO (Cte), rue aux Laines, Bruxelles.

MERTENS (Guill.), ingénieur, directeur de l'usine à gaz, 75, rue de Tourcoing. — Roubaix (Nord — France).

MEUNIER (abbé Alph.), professeur à l'Université, Collège Juste Lipse. — Louvain.

MEUNIER (Fernand), 22, rue de la Paille. — Bruxelles.

MICHA, professeur à l'Université, 110, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

MIOT (Dr Léopold), de l'Académie royale de médecine, 10, rue Puissant. — Charleroi.

MIRANDA Y BISTUER (Julian), canónigo magistral de la catedral, Canongia nueva, 18. — Segovia (Espagne).

MOELLER (Dr), membre de l'Académie royale de médecine, 1, rue Montoyer. — Bruxelles.

MONCHAMP (abbé Georges), docteur en théologie et en philosophie, professeur au Petit-Séminaire. — Saint-Trond.

DE MONTESSUS DE BALLORES (Cte M. R.), château de Villiers, par Ollivet (Loiret — France).

DE MOREAU D'ANDOY (Chr), 186, avenue Louise. — Bruxelles.

MOULART (abbé), directeur du Collège épiscopal. — Leuze.

MULLENDERS (Joseph), ingénieur, 7, rue Renkin. — Liége.

DE NADAILLAC (Mis), 18, rue Duphot. — Paris.

NAVA DI BONTIFÈ (S. Exc. Mgr), archevêque d'Héraclée, Nonce du S. Siège en Belgique. — Bruxelles.

NEWTON (général John), 279, Adelphi Street. — Brooklyn, New-York.

NICOTRA (Mgr Sébastien), secrétaire du Nonce apostolique, 214, chaussée de Wavre. — Bruxelles.

NISOT (Victor), ingénieur, docteur en sciences physiques et mathématiques, 53, rue de Montigny. — Charleroi.

NOLLÉE DE NODUWEZ, membre honoraire du Corps diplomatique de S. M. le Roi des Belges, 146, rue Royale. — Bruxelles.

NYSSENS (Albert), ministre du travail et de l'industrie. — Bruxelles.

NYSSENS (Pierre), directeur au laboratoire agricole de l'État, 21, rue Sainte-Marguerite. — Gand.

OBESO, S. J. (R. P. Juan Manuel), profesor de matemáticas en el Colégio de Estúdios superiores de Deusto. — Bilbao (Espagne).

D'OCAGNE (Maurice), professeur à l'école des ponts et chaussées, répétiteur à l'École polytechnique, 5, rue de Vienne. — Paris.

DE OLAVARRIA (Martial), ingénieur en chef des mines, secrétaire de la Commission de la carte géologique d'Espagne, Huertas, 82. — Madrid (Espagne).

ORBAN DE XIVRY, gouverneur de la province de Luxembourg. — Arlon.

PARDON (Gustave), ingénieur. — Quaregnon (Hainaut).

PASQUIER (Ern.), professeur à l'Université, 22, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

PATRONI (Monsign. Giuseppe), dott. in filosofia, in teologia ed in ambe le leggi, 47, piazza del Gesù. — Rome.

PECHER (Eugène), 80, avenue Louise. — Bruxelles.

PEETERS (docteur), professeur à l'Institut Saint-Louis, rue du Marais. — Bruxelles.

PEETERS (Jules), docteur en droit, 51, rue Saint-Martin. — Tournai.

PEPIN, S. J. (R. P. Théophile), École libre Saint-Michel. — Saint-Étienne (Loire — France).

PEREZ CAMPUS (José), Jefe de los tabajos estadisticos de la provincia, Casa de San Ignacio. — Azpeitia (prov. Guipuzcoa — Espagne).

DE PILLON DE S. PHILBERT (A.), 2, rue St-Thomas. — Douai (Nord — France).

PIRARD (Mgr), vicaire général, 6, boulevard Léopold. — Namur.

POISOT (Maurice), avocat, 4, rue Buffon. — Dijon (Côte-d'Or — France).

PROOST (Alphonse), inspecteur général de l'agriculture, professeur à l'Université de Louvain, 16, rue Anoul. — Bruxelles.

PROVINCIAL (R. P.) de la Compagnie de Jésus, 165, rue Royale extérieure. — Bruxelles.

PRUDHAM (abbé), directeur du collège Stanislas, rue N.-D. des Champs. — Paris.

QUAIRIER, 28, boulevard du Régent. — Bruxelles.

RACHON (abbé Prosper), curé de Ham et Saint-Jean, par Longuyon (Meurthe-et-Moselle — France).

RACLOT (abbé V.), aumônier des hospices et directeur de l'observatoire. — Langres (Haute-Marne — France).

RAVAIN (abbé J.-R.), professeur à l'Université d'Angers. — La Pommeraye (Maine-et-Loire — France).

RECTEUR (R. P.) du collège Saint-François-Xavier, 10 et 11, Park Street. — Calcutta (Inde anglaise, viâ Brindisi).

RECTOR (R. P.) del Colegio del Jesús. — Tortosa (Tarragona — Espagne).

RENARD (abbé Alphonse), conservateur honoraire au Musée d'histoire naturelle, professeur à l'Université de Gand. — Wetteren (Flandre orientale).

DE RIBAUCOURT (Cte), sénateur, 27, rue de Loxum. — Bruxelles; ou château de Perck, par Vilvorde.

RICHALD (J.), ingénieur des ponts et chaussées, 28, rue de Comines. — Bruxelles.

RISUEÑO (Emiliano Rodriguez), catedratico de Historia natural en la Universidad, calle Duque de la Victoria, 16 pral. — Valladolid (Espagne).

DE LA ROCHE DE MARCHIENNES (Émile). — Harvengt par Harmignies (Hainaut).

ROUSSEL (Lucien), professeur à l'École forestière, 11, rue de la Ravinelle. — Nancy (Meurthe-et-Moselle — France).

DE SALVERT (Vte), professeur aux Facultés catholiques de Lille, 7, rue de la Bibliothèque. — Versailles (Seine-et-Oise — France); ou château de Villebeton, par Châteaudun (Eure-et-Loire — France).

DE SANTA CRUZ (Ivan Armada Hernandez de Cordova, Mis), 9, rua Nueva. — Santiago (Galice — Espagne).

SANZ (Pelegrin), ingeniero de caminos, Oficina de Obras públicas. — Tarragona (Espagne).

DE SAUVAGE (Cte), 22, avenue de Friedland. — Paris.

SCHAFFERS, S. J. (R. P. Victor), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur au collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

SCARSEZ DE LOCQUENEUILLE (Anatole), château de St-François. — Farciennes (Hainaut); ou 84, rue de Stassart. — Ixelles.

SCHMITZ, S. J. (R. P. Gaspar), directeur du Musée géologique des bassins houillers belges, professeur au collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Schobbens, docteur en médecine, 49, longue rue Neuve. — Anvers.

Schoemaker (W.-J.), professeur à l'École moyenne. — Nimègue (Pays-Bas).

Sibenaler, professeur à l'Université catholique, 74, chaussée de Namur. — Héverlé-Louvain.

Simart, lieutenant de vaisseau, répétiteur à l'École polytechnique, 70, rue Miromesnil. — Paris.

Simon (Dr J.-B.), 108, rue Haute. — Bruxelles.

Simonis (Alfred), sénateur. — Verviers.

Simonis (Louis), industriel. — Verviers.

Siret (Henri), ingénieur, 49, rue du Grand-Chien. — Anvers.

Siret (Louis), ingénieur. — Cuevas (prov. Almeria — Espagne).

Smekens (Théophile), président du tribunal de 1re instance, 31, avenue Quentin-Metsys. — Anvers.

Smets (abbé Gérard), docteur en sciences naturelles, professeur de sciences au collège St-Joseph. — Hasselt.

del Socorro (José Maria Solano, Mis), professeur de géologie au Musée d'histoire naturelle, calle de Jacometrezo, 41, bajo. — Madrid (Espagne).

Soisson (G.), ingénieur, docteur en sciences, professeur à l'Athénée grand-ducal, rue Joseph II. — Luxembourg (Grand-Duché).

Solvyns (Albert), membre de la Députation permanente. — Tronchiennes lez-Gand; ou, 1, rue de la Lieve. — Gand.

Soreil, ingénieur. — Maredret sous Sosoye, par Anthée (Namur).

de Sparre (Cte), professeur aux Facultés catholiques de Lyon, château de Vallière. — Saint-Georges-de-Reneins (Rhône — France).

Spina, S. J. (R. P. Pedro), Colegio católico del Sagrado Corazón de Jesús, sacristia de Capucinas, núm. 5. — Puebla (Mexique).

Springael (Auguste), ingénieur, 2, rue Ste-Walburge. — Bruges.

Stainier (Xavier), professeur à l'Institut agricole de Gembloux, membre de la Commission géologique de Belgique, rue Pierquin. — Gembloux.

van den Steen de Jehay (Cte Frédéric), attaché au Cabinet du Roi, 13, rue de la Loi. — Bruxelles.

Stillemans (S. G. Mgr), évêque de Gand.

STINGLHAMBER (Émile), docteur en droit, 31, rue des Minimes. — Bruxelles.

STORMS (abbé Camille), curé de Ganshoren, par Jette (Brabant).

STORMS (John), 37, rue des Champs-Élysées. — Bruxelles.

STORMS (Raymond), 13, rue du Président. — Bruxelles.

VAN DER STRATEN-PONTHOZ (Cte François), 23, rue de la Loi. — Bruxelles.

STRUELENS (Alfred), docteur en médecine, 18, rue de l'Hôtel-des-Monnaies. — Saint-Gilles (Bruxelles).

SUCHETET (André), 10, rue Alain Blanchard. — Rouen; ou Antiville-Beauté par Goderville (Seine-Inférieure — France).

SURBLED (Dr). — Corbeil (Seine-et-Oise — France).

SWISSER (Dr H.), 45, rue Lefrancq — Bruxelles.

SWOLFS (Dr), 18, boulevard Léopold. — Namur.

SWOLFS (chan.), inspecteur diocésain, 46, avenue Van Beneden. — Malines.

TAYMANS (Émile), notaire. — Tubize (Brabant).

TERCELIN (Félix), rue du Mont de Piété. — Mons.

THÉRON, docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Athénée. — Mons.

THEUNIS (Auguste), répétiteur à l'Université, 10, rue des Dominicains. — Louvain.

THIBAUDIER, ingénieur de la marine. — Rochefort-sur-Mer (Charente-Inférieure — France).

THIÉBAULD (Charles), avocat, 60, rue Saint-François. — Bruxelles.

THIÉRY (Armand), Institut des Hautes-Études, 1, rue des Flamands. — Louvain.

THIRION, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

THIRY (Fr.), secrétaire de l'Association conservatrice cantonale de Templeuve. — Pecq (Hainaut).

TILMAN (Firmin), ingénieur. — Anderlues.

TIMMERMANS (François), ingénieur, directeur-gérant de la Société anonyme des ateliers de construction de la Meuse, 22, rue de Fragnée. — Liége.

TORROJA Y CABALLÉ (Eduardo), architecte, professeur à la Faculté des sciences de l'Université, calle de Lope de Vega, nos 13 y 15, cto 3e dra. — Madrid (Espagne).

DE TRAZEGNIES (Mis). — Corroy-le-Château, par Gembloux; ou 23, rue de la Loi. — Bruxelles.

DE T'SERCLAES (Mgr Charles), président du Collège belge. — Rome.

de T'Serclaes (Cte Jacques), capitaine d'état-major, professeur à l'École de guerre, 26, rue de l'Abbaye. — Bruxelles.

t'Serstevens (Léon), 43, boulevard Bischoffsheim. — Bruxelles; ou Baudemont par Virginal.

d'Ursel (Cte Aymard), capitaine d'artillerie, château de Bois-de-Samme, par Wauthier-Braine (Brabant).

de la Vallée Poussin, de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 190, rue de Namur. — Louvain.

de la Vallée Poussin (Ch.-J.), professeur à l'Université, 190, rue de Namur. — Louvain.

de la Vallée Poussin (Joseph), avocat, 190, rue de Namur.— Louvain.

de la Vallée Poussin (Louis), chargé de cours à l'Université de Gand. — Wetteren.

Van Aertselaer (chan.), directeur de l'Institut St-Louis, 121, rue du Marais. — Bruxelles.

Van Aubel, professeur de physique à l'Université de Gand, 12, rue de Comines. — Bruxelles (quartier Léopold).

Van den Gheyn (chan. Gabriel), supérieur à l'Institut Saint-Liévin. — Gand.

Van den Gheyn, S. J. (R. P. Joseph), bollandiste, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Vandenpeereboom (E.), ingénieur, 15, rue d'Artois. — Liége.

Vandenpeereboom (Jules), ministre des chemins de fer, postes et télégraphes. — Bruxelles.

Van der Mensbrugghe, membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 131, Coupure. — Gand.

Vanderryst, inspecteur adjoint de l'agriculture. — Tongres.

Van der Smissen (Édouard), avocat, professeur à l'Université de Liége, 16, rue du Gouvernement-Provisoire. — Bruxelles.

Vanderstraeten (Dr A.), 68, rue du Trône. — Bruxelles.

Van de Woestyne (chan.), professeur au Grand-Séminaire.— Bruges.

Van Dromme, docteur en médecine, rue des Chartreuses. — Bruges.

Van Geersdaele (Dr Eugène). — Dampremy (Charleroi).

Van Hoeck (D^r Ém.), 11, rue Traversière. — Bruxelles.

Van Keerberghen, docteur en médecine, 15, rue du Trône. — Bruxelles.

Vannutelli (S. É. le cardinal Serafino). — Rome.

Van Ortroy (Fernand), capitaine au 4e lanciers, 37, quai des Moines. — Gand.

Van Overloop (Eugène), 58, rue Royale. — Bruxelles.

Van Tricht, S. J. (R. P. Victor), 11, rue des Récollets. — Louvain.

Van Zeebroeck (abbé), directeur à l'Établissement des Sœurs-Grises. — Diest.

Van Zuylen-Orban (Gust.), industriel, 8, quai de l'Industrie. — Liége.

Vaultrin, inspecteur des forêts, 2, rue de Lorraine. — Nancy (Meurthe-et-Moselle — France).

Venneman, docteur en médecine, professeur à l'Université, 35, rue du Canal. — Louvain.

Verhelst (abbé F.), professeur au Collège Saint-Jean-Berchmans, 36, place de Meir. — Anvers.

Verriest (G.), docteur en médecine, professeur à l'Université, 40, rue du Canal. — Louvain.

Vicaire (Eugène), inspecteur général des mines, 30, rue Gay-Lussac. — Paris.

Vicent, S. J. (R. P. Antonio), Colegio de San José. — Valencia (Espagne).

Vilain XIIII (Vte), sénateur, 11, rue du Trône. — Bruxelles.

Visart de Bocarmé (Cte Amédée), membre de la Chambre des représentants, bourgmestre de Bruges.

Visart de Bocarmé, avocat, 10, rue Grandgagnage. — Namur

Vollen (E.), docteur en droit, rue de Paris. — Louvain.

de Vorges (Cte E. Domet), 46, rue du Général-Foy. — Paris.

de Vorges (Albert), 4, avenue Thiers. — Compiègne (Oise — France).

Vuylsteke, professeur à l'Université, 59, rue du Congrès. — Bruxelles.

Walravens (chan Adelson), directeur du Collège Saint-Julien. — Ath.

Warlomont (René), docteur en médecine et en sciences naturelles, médecin de bataillon au 3e lanciers, 19, rue des Frères-Mineurs. — Bruges.

Wautelet (A), ingénieur à l'usine à gaz. — Roubaix (Nord — France).

de Wavrin (Mis), château de Ronsele, par Somergem (Flandre orientale).

de Weck (abbé A.), missionnaire apostolique. — Fille-Dieu sous Romont (canton de Fribourg — Suisse).

Wéry (Dr). — Sclayn par Namèche (Namur).

WÉRY (Vincent), président du tribunal de 1re instance, 4, rue des Telliers. — Mons.

WILMOTTE (abbé), professeur au Séminaire. — Floreffe (Namur).

WITZ (Aimé), professeur aux Facultés catholiques, 29, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

WOLF, membre de l'Institut, 95, rue des Feuillantines. — Paris.

DE WOUTERS (chan.). — Braine-le-Comte.

WOUTERS (abbé Louis), professeur de sciences naturelles au Collège Saint-Rombaut. — Malines.

ZAHM (R. P. J.-A.), C. S C., professeur à l'Université. — Notre-Dame (Indiana, États-Unis d'Amérique).

ZECH (Guillaume), négociant. — Braine-le-Comte.

Liste des membres décédés.

Beaucourt (Léopold)	Écaussines d'Enghien.
Faucon (A.)	Le Rœulx.
Henry (Hector)	Dinant.
Icazbalceta (Joaquín García) . .	México (Mexique).
Jimeno (Joaquín)	Castellon de la Plana (Espagne).
Misonne (Lucien)	Tamines.
Moretus (René)	Anvers.
Pasteur (Louis).	Paris.
Tras (R. P.).	Namur.

Listes des membres inscrits dans les sections.

1re Section.

Mathématiques, Astronomie, Géodésie. — Mécanique. — Génie civil et militaire.

MM. d'Abbadie.
Adan de Yarza.
Chan. di Bartolo.
Baule.
Boussinesq.
du Boys.
Breithof.
de Bussy.
Carnoy.
Abbé Clasen.
Abbé Coppieters de Stockhove.
Cousin.
De Tilly.
Dusausoy.
Dutordoir.
Eynaud.
Fagnart.
Folie.
Gauthier-Villars.

MM. Goedseels.
Grisar.
de Grossouvre.
Guyétand.
Hagen.
Haton de la Goupillière.
Hermite.
Humbert.
Iñiguez.
Jenner.
Jimeno.
Amiral de Jonquières.
Camille Jordan.
Lacor.
Charles Lagasse.
Lambert.
Lechalas.
Le Paige.
Cte Charles de Liedekerke.

MM. Mansion.
Cte de Maupeou.
Micha.
Cte de Montessus.
Nisot.
P. Nyssens.
d'Ocagne.
de Olavarria.
Pasquier.
R. P. Pepin, S. J.
Richald.
Vte de Salvert.
Pelegrin Sanz.
R. P. Schaffers, S. J
Sibenaler.

MM. Simart.
Soisson.
Cte de Sparre.
R. P. Spina, S. J.
Teixeira.
Théron.
R. P. Thirion, S. J.
Timmermans.
Torroja.
Cte Jacques de T'Serclaes
Cte Aymard d'Ursel.
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
E. Vandenpeereboom.
Abbé Van Zeebroeck.
Vicaire.

2e Section.

Physique. — Chimie. — Métallurgie. — Météorologie et Physique du Globe.

MM. Amagat.
André.
R. P. Bareel, S. J.
Béchamp.
Blondel.
Bonamis.
Branly.
Bruylants.
Chautard.
Abbé Coupé.
R. P. De Greeff, S. J.
Delacre.
Abbé Demanet.
De Preter.
François Dewalque.
R. P. Dierckx, S. J.

MM. Duhem.
Dumas-Primbault.
André Dumont.
Ferron.
R. P. George, S. J.
R. P. Goossens, S. J.
Louis Henry.
Paul Henry.
R. P. Jacopssen, S. J.
Omer Lambiotte.
Victor Lambiotte.
Lecoute.
Lemoine.
R. P. Lucas, S. J.
R. P. Leray.
Malisoux.

MM. Mullenders.
Chan. Pirard.
Abbé Raclot.
Abbé Ravain.
Springael.
Theunis.
Thiry.
Tilman.

MM. R. P. Tras, S. J.
Van Aubel.
Van der Mensbrugghe.
R. P. Van Tricht, S. J.
Abbé Verhelst.
Witz.
R. P. Zahm.

3e Section.

Géologie, Minéralogie. — Botanique. — Zoologie. — Paléontologie. — Anthropologie, Ethnographie, Science du langage. — Géographie.

Mgr Abbeloos.
MM. d'Acy.
Fr. Alexis.
Arcelin.
Arrilucea.
Ballion.
Abbé Bardin.
Mis de la Boëssière-Thiennes.
R. P. Bolsius, S. J.
Abbé Boulay.
Abbé Bourgeat.
Anatole Buisseret.
Joseph Buisseret.
R. P. Camboué, S. J.
Chanoine De Brouwer.
Delaroyère.
Chanoine Delvigne.
Gustave Dewalque.
Dewèvre.
Bon Drion.
Chanoine de Dorlodot.
Dugniolle.
Fabre.
R. P. Fita, S. J.

MM. Foerster.
Abbé de Foville.
Grinda.
Chanoine Hamard.
Cte de Hemptinne.
Abbé Hervier.
Heynen.
R. P. Kirsch.
de Kirwan.
Kürth.
A. de Lapparent.
Leclercq.
Chan. Ferdinand Lefebvre.
Abbé Maurice Lefebvre.
Abbé Le Hir.
Cte Adolphe de Limburg-Stirum.
Marlin.
Édouard Martens.
Henri Matagne.
Abbé Meunier.
Fernand Meunier.
Abbé Monchamp.
Mis de Nadaillac.
Nollée de Noduwez.

MM. Abbé Rachou.
Abbé Renard.
Risueño.
Ém. de la Roche.
Roussel.
Scarsez de Locqueneuille.
R. P. Schmitz, S.J.
H. Siret.
L. Siret.
Abbé Smets.
M[is] del Socorro.
Albert Solvyns.
Stainier.
John Storms.
Raymond Storms.
Suchetet.

MM. Chanoine Swolfs.
de la Vallée Poussin.
Jos. de la Vallée Poussin.
Louis de la Vallée Poussin.
R. P. Van den Gheyn, S. J.
Chan. G. Van den Gheyn.
Vanderryst.
Van Ortroy.
Van Overloop.
Van Segvelt.
Vaultrin.
R. P. Vicent, S. J.
de Vorges.
M[is] de Wavrin.
Abbé Wouters.

4e Section.

Anatomie, Physiologie. — Hygiène. — Pathologie, Thérapeutique, etc.

MM. Borginon.
Cuylits.
Debaisieux.
De Buck.
Degive.
Dr De Lantsheere.
Delaunois.
Delcroix.
Delétrez.
Denys.
Desplats.
Dever.
Achille Dumont.
Faidherbe.
Faucon.
Francotte.
Gilson.
Glorieux.

MM. Goix.
Goris.
Guermonprez.
R. P. Hahn, S. J.
Heymans.
Huyberechts.
Alexandre Lagasse.
Lahousse.
Laruelle.
Ledresseur.
Dr Lefebvre.
Masoin.
Jules Matagne.
Meessen.
Miot.
Mœller.
Proost.
Schobbens.

MM. Simon.
Struelens.
Surbled.
Swisser.
Dr Swolfs.
Vanderstraeten.
Van Dromme.
MM. Van Geersdaele.
Van Hoeck.
Van Keerberghen.
Venneman.
Verriest.
Warlomont.
Dr Wéry.

5e Section.

Agronomie. — Économie sociale, Statistique. — Sciences commerciales. Économie industrielle.

MM. Berleur.
Bouillot.
Cartuyvels.
Pce Juste de Croy.
Davignon.
De Baets.
Camille De Jaer.
Léon De Lantsheere.
De Marbaix.
D'Hondt.
Grandmont.
Bon Houtart.
Armand Joly.
Léon Joly.
Julin.
Cte Édouard de Liedekerke.
Limpens.
Mangano.
MM. de Mérode.
de Moreau d'Andoy.
Mgr Nicotra.
Pecher.
Peeters.
Perez Campus.
Smekens.
Stinglhamber.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
t'Serstevens.
van den Steen de Jehay.
Van der Smissen.
van Zuylen-Orban.
Vte Vilain XIIII.
Cte Amédée Visart.
Visart
Abbé Walravens.
Vincent Wéry.

MEMBRES DU CONSEIL.

1894 - 1895.

—

Président, M. Léon t'Serstevens.

1er *Vice-Président*, M. le Dr Desplats.

2e *Vice-Président*, M. Fr. Dewalque.

Secrétaire, M. P. Mansion.

Trésorier, M. J. De Bruyn.

MM. le Mis de la Boëssière-Thiennes.
Chanoine Delvigne.
Général De Tilly.
G. Dewalque.
André Dumont.
É. Goedseels.
Louis Henry.
Godefroid Kurth.
Ch Lagasse-de Locht.
Dr Lefebvre.
Dr Moeller.
A. Proost.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Chanoine Swolfs.
de la Vallée Poussin.

———

MEMBRES DU CONSEIL.

1895 - 1896.

Président, M. Eug. Vicaire.
1er *Vice-Président*, Alph. Proost.
2e *Vice-Président*, M. André Dumont.
Secrétaire, M. Paul Mansion.
Trésorier, M. Jules De Bruyn.

MM. le Mis de la Boëssière-Thiennes.
Chanoine Delvigne.
Général De Tilly.
Fr. Dewalque.
G. Dewalque.
Cap. Goedseels.
Louis Henry.
Godefroid Kurth.
Ch. Lagasse-de Locht.
Dr Lefebvre.
Dr Moeller.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Chanoine Swolfs.
Léon t'Serstevens.
Ch. de la Vallée Poussin.

BUREAUX DES SECTIONS.

1894-1895.

1re Section.

Président, M. G Humbert.
Vice-Présidents, MM. C. Le Paige et J. Carnoy.
Secrétaire, M. Dutordoir.

2e Section.

Président, M. Van der Mensbrugghe.
Vice-Présidents, MM. Fr. Dewalque et R. P. Lucas.
Secrétaire, M. l'abbé Coupé.

3e Section.

Président, R. P. Bolsius.
Vice-Présidents, MM. le Mis de Trazegnies et A. de Lapparent.
Secrétaire, R. P. Van den Gheyn.

4e Section.

Président, M. J. Cuylits.
Vice-Présidents, MM. E. Masoin et G. Borginon.
Secrétaire, M. Ach. Dumont.

5e Section.

Président, M. le Cte van der Straten-Ponthoz.
Vice-Présidents, MM. De Marbaix et Éd. Van der Smissen.
Secrétaire, M. Arm. Julin.

BUREAUX DES SECTIONS.

1895-1896.

1re Section.

Président, M. le Gal De Tilly.
Vice-Présidents, MM. Cl. Dusausoy et Ch.-J. de la Vallée Poussin.
Secrétaire, M. Dutordoir.

2e Section.

Président, R. P. Lucas.
Vice-Présidents, M. Eug. Ferron et le R. P. Thirion.
Secrétaire, M. l'abbé Coupé.

3e Section.

Président, R. P. Van den Gheyn.
Vice-Présidents, M. le Mis de Trazegnies et le R. P. Bolsius.
Secrétaire, M. F. Van Ortroy.

4e Section.

Président, M. J. Cuylits.
Vice-Présidents, MM. E. Masoin et G. Borginon.
Secrétaire, M. Ach. Dumont.

5e Section.

Président, M. le Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Vice-Présidents, MM. A. De Marbaix et Éd. Van der Smissen.
Secrétaire, M. Arm. Julin.

SESSION DU JEUDI 18 OCTOBRE 1894

A ANVERS

SÉANCE DES SECTIONS

Première section.

M. Mansion communique une *Démonstration élémentaire de la relation qui lie les deux intégrales eulériennes*. En voici le résumé.

« Poisson a donné, dans sa *Mécanique* (2e édition, n° 512, t. II, p. 358), une méthode élégante pour trouver $\Gamma(\frac{1}{2})$, méthode qui a été étendue à la démonstration de la relation qui lie les deux intégrales eulériennes. Cayley a montré (*Quarterly Journal of Mathematics*, 1872, t. XII, p. 120) que cette méthode n'était pas irréprochable, et qu'appliquée aux intégrales

$$\int_0^\infty \cos(x^2)\,dx, \quad \int_0^\infty \sin(x^2)\,dx,$$

elle conduirait à leur attribuer des valeurs indéterminées. En même temps, il a indiqué comment il fallait corriger la méthode de Poisson, lorsqu'on veut l'appliquer à la recherche de $\Gamma(\frac{1}{2})$. Il y a quelques annnées, nous avons modifié le procédé de Cayley, de manière à en déduire une valeur approchée de

$$\int_0^r e^{-x^2}\,dx,$$

ou de $\Gamma(\frac{1}{2})$ *incomplet* (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1888, t. XII, 1re partie, pp. 63-65).

Nous allons montrer que le même procédé conduit à la relation

$$B(p, q) = \frac{\Gamma p \Gamma q}{\Gamma(p+q)},$$

d'une manière simple et rigoureuse, en reproduisant une démonstration qui n'a reçu jusqu'à présent qu'une demi-publicité, dans notre *Cours* (autographié) *d'analyse infinitésimale.*

Premier cas : p *et* q *sont supérieurs ou égaux à* $\frac{1}{2}$. On a :

$$\Gamma p = \lim_{r=\infty} P, \quad P = \int_0^{r^2} e^{-u} u^{p-1} du;$$

ou, en posant $u = x^2$,

$$P = 2\int_0^r e^{-x^2} x^{2p-1} dx.$$

De même,

$$\Gamma q = \lim_{r=\infty} Q, \quad Q = 2\int_0^r e^{-y^2} y^{2q-1} dy.$$

On tire aisément de là :

$$PQ = 4\int_0^r dx \int_0^r e^{-x^2-y^2} x^{2p-1} y^{2q-1} dy = 4V,$$

V étant un certain volume limité par les trois plans coordonnés, supposés rectangulaires, et par les surfaces ayant pour équations

$$x = r, \quad y = r, \quad z = e^{-x^2-y^2} x^{2p-1} y^{2q-1}.$$

La partie v de ce volume comprise à l'intérieur d'un cylindre de rayon r, ayant l'axe des z pour axe de révolution, a pour expression, en coordonnées semi-polaires ($x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ et z),

$$v = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^r e^{-\rho^2} \rho^{2p+2q-1} \cos^{2p-1}\varphi \sin^{2q-1}\varphi \, d\rho.$$

En posant $\cos^2 \varphi = t$, et écrivant, pour abréger,

$$R = 2\int_0^r e^{-\rho^2}\rho^{2p+2q-1}d\rho,$$

on trouve immédiatement que

$$v = \frac{1}{2}R \cdot \frac{1}{2}\int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1}dt = \frac{R}{4} \cdot B(p, q).$$

On a d'ailleurs évidemment

$$\lim_{r=\infty} R = \Gamma(p+q).$$

La partie $v' = V - v$ du volume V est inférieure au produit de sa base

$$r^2 - \frac{1}{4}\pi r^2,$$

par la plus grande valeur z_M du z de la surface

$$z = e^{-x^2-y^2}x^{2p-1}y^{2q-1} = e^{-\rho^2}\rho^{2p+2q-2}\cos^{2p-1}\varphi\,\sin^{2q-1}\varphi$$

pour les points projetés sur cette base. Cette valeur de z_M est inférieure à la plus grande valeur de

$$e^{-\rho^2}\rho^{2p+2q-2},$$

laquelle est

$$e^{-r^2}r^{2p+2q-2},$$

comme on le voit, par la théorie des maxima et minima, si l'on suppose $r^2 > p + q - 1$, ce qui est toujours permis, puisque r est aussi grand qu'on le veut. Par suite, v' est inférieur à

$$\left(r^2 - \frac{1}{4}\pi r^2\right)e^{-r^2}r^{2p+2q-2} = \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right)\frac{r^{2p+2q}}{e^{r^2}},$$

quantité qui a pour limite zéro, pour $r = \infty$.

On a donc enfin

$$PQ = R \,.\, B(p, q) + 4v',$$

et, à la limite,

$$\Gamma p \Gamma q = \Gamma(p+q)\, B(p, q).$$

Second cas : p *ou* q, *ou bien* p *et* q *inférieurs à* 1. On a, d'après les propriétés élémentaires de Γ et de B et d'après le cas précédent,

$$B(p, q) = \frac{p+q}{p} B(p+1, q) = \frac{(p+q)(p+q+1)}{pq} B(p+1, q+1)$$

$$= \frac{(p+q)(p+q+1)}{pq} \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(q+1)}{\Gamma(p+q+2)}$$

$$= \frac{(p+q)(p+q+1)}{pq} \frac{p\Gamma p \,.\, q\Gamma q}{(p+q+1)(p+q)\Gamma(p+q)},$$

ou enfin,

$$B(p, q) = \frac{\Gamma p \Gamma q}{\Gamma(p+q)},$$

c'est-à-dire la formule à démontrer.

M. Goedseels revient sur ses précédentes communications relatives au théorème de J. Bernoulli. Il rappelle que beaucoup des démonstrations et même certains des énoncés de ce théorème célèbre pèchent par quelque côté. Il communique la démonstration suivante, qu'il a déjà fait connaître en substance à la section, en 1892.

Préliminaires. — Soient A et B deux événements contradictoires qui ont pour probabilités respectives p et q, dans des circonstances déterminées. Nous supposerons que ces circonstances se renouvellent ω fois ; et nous désignerons par P_n la probabilité de n arrivées de l'événement A ; par Q_n, la probabilité de n arrivées de l'événement B ; par P_n^m et Q_n^m, les sommes $P_r + P_{r+1} + P_{r+2} \ldots P_{s-2} + P_{s-1} + P_s$, et $Q_r + Q_{r+1} + Q_{r+2} \ldots Q_{s-2} + Q_{s-1} + Q_s$ dans lesquelles $r, r+1, r+2 \ldots s-2, s-1, s$ sont les nombres entiers successifs appartenant à la fois aux deux intervalles $(n, +\infty)$, $(-\infty, m)$. Enfin, les lettres $\theta, \theta_1, \theta_2 \ldots$ qu'on ren-

contrera plus loin représenteront des nombres compris dans l'intervalle (0, 1).

Lemme I. — *Quel que soit un nombre positif invariable λ, la somme $P_{\omega}^{\omega(p+\lambda)}$ tend vers zéro, lorsque ω croit indéfiniment.*

En effet, lorsque le nombre $\omega(p+\lambda)$ est égal à ω et entier, il est le seul entier commun aux intervalles $[\omega(p+\lambda), \infty]$ et $[-\infty, \omega]$; $P_{\omega}^{\omega(p+\lambda)}$ se réduit à un seul terme et converge vers zéro en vertu d'un principe connu.

Lorsque le nombre $\omega(p+\lambda)$ est égal à ω et non entier, ou surpasse ω, les intervalles $[\omega(p+\lambda), \infty]$ et $[-\infty, \omega]$ n'ont aucun entier commun et $P_{\omega}^{\omega(p+\lambda)}$ se réduit à zéro.

Il suffit donc de démontrer le lemme dans le cas où l'on a $\omega(p+\lambda) < \omega$.

On sait que les valeurs de P_n sont les termes successifs du développement $(q+p)^{\omega}$. On a donc

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{p}{q}\,\frac{\omega - n}{n+1},$$

et on voit que le rapport $\frac{P_{n+1}}{P_n}$ diminue à mesure que n augmente. Par conséquent, si on désigne le rapport $\frac{P_{r+1}}{P_r}$ par ρ, on a

$$P_{r+1} = P_r \times \rho$$

$$\frac{P_{r+2}}{P_{r+1}} < \rho, \quad P_{r+2} < P_{r+1} \times \rho, \quad P_{r+2} < P_r \times \rho^2$$

$$\frac{P_{r+3}}{P_{r+2}} < \rho, \quad P_{r+3} < P_{r+2} \times \rho, \quad P_{r+3} < P_r \times \rho^3$$

. . . .

D'où, en additionnant les relations de la troisième colonne membre à membre, et en ajoutant P_r de part et d'autre,

$$P_{\omega}^{r} < P_r (1 + \rho + \rho^2 + \cdots \rho^{\omega - r}),$$

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad P_{\omega}^{r} < P_r \frac{1 - \rho^{\omega - r + 1}}{1 - \rho}.$$

Si nous appliquons ce qui précède à la somme $P_\omega^{\omega(p+\lambda)}$, nous avons

$$r = \omega(p + \lambda) + \theta,$$

$$\rho = \frac{P_{r+1}}{P_r} = \frac{p}{q}\frac{\omega - r}{r + 1} = \frac{p}{q}\frac{\omega - \omega(p + \lambda) - \theta}{\omega(p + \lambda) + \theta + 1} = \frac{p}{q}\frac{1 - p - \lambda - \frac{\theta}{\omega}}{p + \lambda + \frac{\theta + 1}{\omega}}$$

$$\lim \rho = \frac{p}{q}\frac{q - \lambda}{p + \lambda} = \frac{p}{p + \lambda}\,\frac{q - \lambda}{q}, \qquad (2)$$

et enfin, en vertu de (1),

$$P_\omega^{\omega(p+\lambda)} < P_r \frac{1 - \rho^{\omega - r + 1}}{1 - \rho}. \qquad (3)$$

Or, par hypothèse,

$$\omega(p + \lambda) < \omega, \quad p + q = 1;$$

donc $\lambda < q$; et la limite de ρ, donnée par l'égalité (2), est numériquement inférieure à 1.

On sait d'autre part que $\lim P_r = 0$. Dcnc, en vertu de (3),

$$\lim P_\omega^{\omega(p+\lambda)} = 0.$$

Lemme II. — *La somme* $P^0_{\omega(p-\lambda)}$ *converge aussi vers zéro, dans les mêmes conditions.*

En effet, puisque les valeurs de P_n et Q_n sont les termes successifs des développements $(q + p)^\omega$ et $(p + q)^\omega$, on a $P_n = Q_{\omega-n}$, et les sommes $P^0_{\omega(p-\lambda)}$ et $Q_\omega^{\omega(q+\lambda)}$ se composent des mêmes termes placés dans un ordre différent.

Or, en vertu du lemme précédent, $\lim Q_\omega^{\omega(q+\lambda)} = 0$. Donc $\lim P^0_{\omega(p-\lambda)} = 0$.

Théorème de J. Bernoulli. — *Deux événements contradictoires,* A *et* B, *ont pour probabilités respectives* p *et* q. *On fait* ω *épreuves dans les mêmes conditions. Si l'on désigne par* n *le nombre d'arrivées de l'événement* A, *et par* P *la probabilité pour qu'on ait*

$-\lambda < \frac{n}{\omega} - p < \lambda$, *λ étant un nombre positif invariable, la probalité* P *converge vers l'unité, lorsque* ω *croît indéfiniment.*

En effet, pour qu'on ait

$$-\lambda < \frac{n}{\omega} - p < \lambda,$$

il faut et il suffit que

$$\omega(p - \lambda) < n < \omega(p + \lambda).$$

On a donc

$$P = P_{\omega(p+\lambda)-\theta_2}^{\omega(p-\lambda)+\theta_1}.$$

Mais

$$1 = (q + p)^{\omega} = P_{\omega(p-\lambda)}^{0} + P + P_{\omega}^{\omega(p+\lambda)}$$

et, en vertu des lemmes,

$$0 = \lim P_{\omega(p-\lambda)}^{0} = \lim P_{\omega}^{\omega(p+\lambda)}.$$

Donc

$$\lim P = 1.$$

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin fait une communication *Sur la géométrie non-euclidienne,* dont voici le résumé :

M. le colonel De Tilly a publié, à plusieurs reprises, sous une forme plus ou moins analogue, la démonstration de ce théorème qu'il ne peut y avoir plus de trois espèces de géométries. Cette démonstration repose sur des considérations cinématiques. M. de la Vallée s'est proposé de faire une démonstration tout aussi simple, en éliminant toute considération cinématique, et en partant du principe suivant, que les formules de la géométrie ordinaire deviennent vraies, à la limite, dans les figures dont toutes les dimensions tendent vers zéro. M. de la Vallée croit que ce principe peut être rigoureusement démontré, mais il n'examine pas cette question pour le moment. Ce principe admis, on en déduit une équation différentielle entre les éléments d'un triangle rectiligne, et celle-ci conduit avec une extrême simplicité aux formules générales de résolution des triangles, qui suffisent pour caractériser le système de géométrie.

La section nomme M. De Tilly commissaire pour examiner le Mémoire de M. de la Vallée Poussin.

Des communications de M. Mansion *Sur les principes de la mécanique physique* et *Sur la géométrie non-euclidienne*, et de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin *Sur les fractions continues et la théorie des formes quadratiques* sont renvoyées à la session de janvier.

Deuxième section.

M. G. Vandermensbrugghe fait la communication suivante *Sur une analogie très importante entre la constitution des solides et celle des liquides* :

J'ai fait voir clairement (*) que l'équilibre entre les forces attractives et les forces répulsives au sein d'un liquide détermine nécessairement, non pas une pression dirigée de la surface vers l'intérieur, comme on le dit dans presque tous les traités de physique, mais, au contraire, une tendance des particules superficielles à se répandre dans le milieu ambiant. Ce résultat, je l'ai déjà dit et répété, est en opposition formelle avec les idées reçues actuellement; il explique nettement l'existence de la tension superficielle et assigne en même temps la cause de l'évaporation, phénomène que les grandes théories mathématiques de la capillarité, dues à Laplace, Poisson et Gauss, sont absolument impuissantes à faire comprendre.

Comme la démonstration que j'ai donnée est applicable aux solides aussi bien qu'aux liquides, je me suis demandé si la densité ne varie pas dans la couche superficielle d'un solide de la même manière que dans celle d'un liquide; s'il en était ainsi, on pourrait affirmer que la densité d'un solide est, en général, moindre dans la couche superficielle qu'au sein de la masse.

Examinons quelques preuves expérimentales de cette proposition :

1° Plusieurs corps solides prennent l'état de vapeur avant de passer à l'état de liquide, par exemple : le camphre, le musc, l'iode, la glace, la naphtaline, le chlorure mercurique, etc. Or, la

(*) *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, t. XVIII, 1re partie, séance du 25 janvier 1894.

sublimation ne suppose-t-elle pas une densité graduellement décroissante dans les tranches les plus voisines de la surface libre?

2° Les expériences de M. Demarçay (*) sur la vaporisation des métaux dans le vide à des températures *inférieures* à leurs points de fusion;

3° Celles de M. Blondlot (**) concernant le transport du cuivre sur le platine à travers une couche d'azote;

4° Le fait, bien connu en chimie, du cuivre métallique déposé sur la paroi intérieure d'un tube où l'on chauffe de l'oxyde de cuivre dans l'oxygène;

5° Le retour exact d'une masse métallique à son volume primitif après qu'elle a subi une pression très élevée (expériences de M. Spring); en effet, cette pression doit avoir augmenté la cohésion intérieure et, avec elle, les forces répulsives qui empêchent le contact immédiat des particules; abandonnée à elle-même, la masse ne peut reprendre son volume primitif que si la couche superficielle, d'épaisseur d'abord égale au rayon d'activité de l'attraction, a acquis une densité décroissante jusqu'à la surface libre;

6° La couche très mince, en partie gazeuse, en partie solide, qui recouvre tous les corps solides et qui parfois est très difficile à enlever; l'écartement des molécules extrêmement voisines de la surface limite doit effectivement faciliter l'entrée des particules d'air, qui, logées entre les parcelles solides, doivent opposer une grande résistance à tout déplacement; c'est encore grâce à cette couche que nous pouvons manier ou toucher les solides sans avoir à craindre des effets d'adhésion plus fâcheux ou plus bizarres les uns que les autres. A cet ordre de faits se rattache l'occlusion si remarquable de l'hydrogène dans le platine, le palladium, etc.

7° Enfin les expériences faites par M. Spring (***) sur la sou-

(*) *Comptes-rendus*, t. XCV, p. 183, 1882.

(**) *Ibid.*, t. CII, p. 210, 1886.

(***) *Sur l'apparition, dans l'état solide, de certaines propriétés caractéristiques de l'état liquide ou gazeux des métaux* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, t. XXVIII, p. 23, 1894).

dure des métaux soit de même espèce, soit d'espèces différentes ; l'auteur opère sur des cylindres de deux centimètres de diamètre et de quelques centimètres de hauteur (sauf pour l'or et le platine) ; il dresse avec un soin spécial les deux surfaces métalliques à mettre en contact, à l'aide d'un tour de précision dont le burin, commandé par une vis micrométrique, est d'abord lavé au benzol pour éviter la condensation des vapeurs grasses sur le métal. Aussitôt après leur préparation, les deux surfaces sont appliquées l'une sur l'autre, afin que le temps d'exposition à l'air soit aussi court que possible, sans quoi le succès de l'expérience n'est pas assuré. On constate que les deux cylindres adhèrent plus ou moins fortement, même à la température ordinaire, excepté dans le cas du platine; le fait bien connu de l'adhérence du plomb au plomb apparaît plus ou moins chez beaucoup de métaux, notamment le plus chez l'or, le plomb et l'étain; le moins chez le platine et l'antimoine.

Les couples de cylindres sont maintenus au contact dans un étrier par serrage, à la main, d'une vis de pression, puis portés à la température voulue au moyen d'une étuve thermostat à air chauffée au gaz.

M. Spring a pu observer ainsi que presque tous les métaux soumis à l'essai se sont soudés après un échauffement assez fort et suffisamment prolongé, sans que pourtant la température ait atteint le point de fusion; quand toutes les précautions sont prises, les couples de cylindres ne forment plus alors qu'une seule masse qui résiste même au travail du tour, et exige une forte torsion avant de se séparer en deux parties qui n'ont pas rigoureusement les mêmes limites que d'abord.

Voici comment peut s'expliquer bien simplement, d'après ma théorie, ce curieux mode de soudure sans matière étrangère : dès que la chaleur se propage dans les cylindres superposés, le métal se dilate, les particules s'écartent à l'intérieur de la masse, tandis que dans les couches superficielles en regard, l'accroissement continu des distances moléculaires est gêné par la présence du cylindre supérieur, maintenu par la vis de pression ; plus l'action de la chaleur se prolonge, moins est marquée la différence entre les distances intermoléculaires dans les couches superfi-

cielles et au sein de la masse de chaque cylindre; dès le moment où ces distances deviennent les mêmes, la soudure est complète entre les deux cylindres de même espèce; quand les cylindres sont d'espèces différentes, on comprend bien que, dans les mêmes conditions de l'expérience, l'adhésion puisse se faire entre les deux métaux dont les couches superficielles en regard ont acquis chacune un mode de distribution suffisamment uniforme.

Je crois avoir énuméré un nombre suffisant de faits à l'appui de mon assertion relative à la constitution spéciale de la couche superficielle d'un corps solide; comme dans les liquides, les particules extrêmes d'un solide tendent à s'échapper dans le milieu ambiant; si, en outre, le solide ne présente pas une tension superficielle analogue à celle d'un liquide donné, c'est uniquement parce que les particules n'ont pas assez de mobilité pour rendre cette tension manifeste.

M. Louis Henry expose quelques résultats récents des études expérimentales qu'il poursuit sur la *solidarité fonctionnelle* dans les composés carbonés.

Il s'agit des modifications que subit l'hydroxyle *alcool*, -OH, dans ses aptitudes réactionnelles de la part :

a) des corps halogènes;

b) du radical -OH lui-même;

c) du radical cyanogène -CN;

d) des fragments des alkyl-amines -NHX et $-NX_2$.

1° *Corps halogènes.* — M. L. Henry rappelle les faits déjà connus qui démontrent la dépression que détermine dans l'intensité du caractère *alcool* le voisinage des corps halogènes.

Cette influence est évidemment à son maximum alors que les radicaux -OH et X, corps halogène, sont rapprochés au maximum, c'est-à-dire fixés sur le même atome de carbone.

C'est ce que l'on constate dans l'*alcool méthylique monobrômé* $H_2C<^{Br}_{OH}$ que M. L. Henry a fait connaître récemment.

Ce produit résulte de l'action de l'acide bromhydrique gazeux sur le méthanal en solution aqueuse,

$$H_2C<^{OH}_{OH} + HBr = H_2C<^{Br}_{OH} + HOH.$$

C'est un liquide incolore, d'une densité égale à 1,92 à 12°, incompatible avec l'eau, les alcools, etc., que la chaleur dédouble en produits complexes $H_2C{=}O$, HBr, oxyde de méthyle bibrômé $\begin{matrix} H_2C-Br \\ H_2C-Br \end{matrix}{>}O$, etc.

Ici l'influence dépressive du brôme est assez puissante pour changer le signe du groupement hydroxyle; alors que l'alcool méthylique est l'alcool *par excellence*, son dérivé mono-brômé est un véritable *acide*.

C'est ce que démontre l'action de divers réactifs, notamment de l'acide HBr, des alcools, de l'acide sulfurique :

a) Acide HBr. — Éthérification facile de $H_3C{-}OH$; inertie sur $H_2C{<}^{Br}_{OH}$.

b) Alcools $C_nH_{2n+1}OH$. — Inertie sur l'alcool méthylique; Éthérification aisée, rapide de $H_2C{<}^{OH}_{Br}$ et transformation en $H_2C{<}^{OC_nH_{2n+1}}_{Br}$.

c) Acide sulfurique. — Éthérification facile, vive, rapide et instantanée de $CH_3{-}OH$ avec transformation en $CH_3\,(HSO_4)$; inertie sur $H_2C{<}^{Br}_{OH}$ qui n'en est pas atteint, y est insoluble et tombe au fond.

Cette action dépressive des corps halogènes sur le caractère alcool ne s'exerce que dans un voisinage étroit; on la constate encore dans les éthers mono-haloïdes du glycol éthylénique

$$\begin{matrix} H_2C{-}OH \\ | \\ H_2C{-}Cl \end{matrix} \quad \text{et} \quad \begin{matrix} H_2C{-}OH \\ | \\ H_2C{-}Br \end{matrix}$$

où le caractère *alcool* est assez affaibli pour que ces composés soient insensibles à l'action de l'acide HCl, qui éthérifie si facilement l'alcool ordinaire $H_3C{-}CH_2\,(OH)$.

Elle est totalement annulée par l'interposition d'un atome de carbone entre le chainon *alcool* et le chainon éther haloïde; les éthers mono-haloïdes du glycol triméthylénique

$$\begin{matrix} H_2C{-}OH \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C\,Cl \end{matrix} \qquad \begin{matrix} H_2C{-}OH \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C\,Br \end{matrix}$$

sont éthérifiables par l'acide HCl comme l'alcool propylique normal lui-même

$$\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C\ H \end{array}$$

2° *Radical hydroxyle* -OH. — Le voisinage du radical -OH détermine une dépression dans l'intensité du caractère alcool.

M. L. Henry rappelle divers faits qui constatent cette action générale, et notamment les recherches de son ami, M. Menschutkin, de Saint-Pétersbourg, qui permettent de la préciser.

L'accumulation des hydroxyles sur un même atome de carbone modifie profondément la nature du radical -OH et le transforme en acide; le véritable chaînon acide est, comme l'on sait -$C(OH)_3$.

Selon M. L. Henry, le premier fait qui montre l'évolution de l'hydroxyle *alcool* en hydroxyle *acide* est la solubilité de l'hydroxyde cuivrique dans les dérivés poly-hydroxylés.

Selon les constatations de M. L. Henry, l'hydroxyde cuivrique est soluble, en donnant une belle liqueur bleue, dans la solution aqueuse de tous les composés renfermant le système

$$\begin{array}{c} | \\ -C(OH) \\ | \\ -C(OH) \\ | \end{array}$$

alcool biatomique, de toute nature. Il en est ainsi des glycols, éthylénique $\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H_2C-OH \end{array}$, isopropylénique $\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H\,C-OH \\ | \\ C\,H_3 \end{array}$, isobutylénique $\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ C-OH \\ \wedge \\ CH_3\ CH_3 \end{array}$, du glucose, de la mannite, de la glycérine, de l'érythrite, de l'éther diéthyl-tartrique, etc.

M. L. Henry attire à cette occasion l'attention sur la *liqueur de Fehling* qui n'est au fond qu'une dissolution, d'un titre déter-

miné, de l'hydroxyde cuivrique dans le tartrate sodico-potassique

$$\begin{array}{c} OC-OK \\ | \\ HC-OH \\ | \\ HC-OH \\ | \\ OC-ONa \end{array}$$

Celui-ci n'est lui-même qu'un glycol bi-secondaire, en même temps doublement sel.

Cette modification dans la nature des hydroxyles par leur voisinage réciproque ne se constate qu'à courte distance; l'interposition d'un sel chaînon carboné au milieu du système $\begin{array}{l} >C-OH \\ \quad | \\ >C-OH \end{array}$ la fait disparaître; tandis que les glycols éthylénique et propylénique

$$\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H_2C-OH \end{array} \qquad \begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ HC-OH \\ | \\ CH_3 \end{array}$$

dissolvent l'hydroxyde cuivrique, le glycol tri-méthylénique

$$\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C-OH \end{array}$$

ne le fait pas, et à plus forte raison le glycol tétraméthylénique

$$\begin{array}{c} H_2C-OH \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C \\ | \\ H_2C-OH \end{array}$$

3° *Radical cyanogène* -CN. — L'ammoniaque et ses dérivés alkylés sont inertes sur les alcools à fonction simple, du moins ces composés ne contractent avec eux que des combinaisons très éphémères et peuvent en être séparés, aisément et comme tels, sous l'action de la chaleur.

M. L. Henry rapporte qu'il a mélangé 10 grammes d'alcool anhydre et 17 grammes de pipéridine $HN{=}C_5H_{10}$, quantités qui représentent à peu près les rapports équimoléculaires. Le thermomètre plongé dans le liquide s'est élevé de 18° à 33°. Les deux produits ont pu être aisément séparés comme tels et totalement par la distillation fractionnée.

Il en est tout autrement dans les alcools-nitriles.

Les nitriles-alcools qui renferment le système

$$\begin{array}{c} CN \\ | \\ -C-OH \\ | \end{array}$$

réagissent puissamment, vivement et avec un grand dégagement de chaleur sur les amines primaires et secondaires, de la série aliphatique. Les amines tertiaires NX_3, dépourvues d'hydrogène ammoniacal, sont inertes. Il se sépare de l'eau et l'hydroxyle alcool est remplacé par les fragments $-NHX$ ou $-NX_2$. Il en résulte des alkyl-amines remplissant en même temps la fonction de nitrile.

Ceux d'entre ces corps dont le poids moléculaire est faible sont solubles dans l'eau; le K_2CO_3 les en sépare sous forme de couche huileuse surnageante. Tous peuvent être desséchés à l'aide de ce composé.

M. L. Henry a examiné les trois systèmes alcooliques possibles :

a) Nitrile-alcool primaire, nitrile glycolique

$$\begin{array}{c} CN \\ | \\ H_2C-OH \end{array}.$$

C'est le produit d'addition de l'acide HCN au méthanal $H_2C{-}O$ en solution aqueuse.

Il a fait connaître ce composé intéressant en 1890.

b) Nitriles-alcools secondaires

$$\begin{array}{c} CN \\ | \\ HC-OH \\ | \end{array}.$$

Il a mis en réaction les divers composés suivants :

Nitrile lactique $\begin{array}{c} CN \\ | \\ HC-OH \\ | \\ CH_3 \end{array}$, nitrile oxy-butyrique $\begin{array}{c} CN \\ | \\ HC-OH \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CH_3 \end{array}$,

nitrile oxy-valérique $\begin{array}{c} CN \\ | \\ HC-OH \\ | \\ CH \\ \wedge \\ CH_3\ CH_3 \end{array}$, nitrile benzo-glycolique $\begin{array}{c} CN \\ | \\ HC-OH \\ | \\ C_6H_5 \end{array}$.

On sait que ces nitriles-alcools secondaires résultent de l'addition de HCN aux aldéhydes.

c) Nitriles-alcools tertiaires. M. L. Henry n'a mis en réaction dans ce groupe que le nitrile glycollique biméthylé

$$\begin{array}{c} CN \\ | \\ C-OH \\ \wedge \\ CH_3\ CH_3 \end{array}$$

produit de l'addition de HCN à l'acétone biméthylique.

M. L. Henry fait connaître les dérivés obtenus par l'action sur ces divers nitriles-alcools des alkyl-amines mono- et bi-substituées, de la série méthylique, éthylique, propylique, isobutylique amylique et de la pipéridine $HN = C_5H_{10}$.

Tous ces produits sont en général des liquides d'une parfaite limpidité, volatils sans décomposition sauf ceux qui proviennent de l'action des alkyls-amines mono-substituées sur le nitrile glycolique et répondent à la formule générale $NC - CH_2(NHX)$, qui ne sont pas distillables.

M. L. Henry signale particulièrement le produit de l'action de la pipéridine sur le nitrile glycolique biméthylé

$$\begin{array}{c} \quad CN \\ \quad | \\ \begin{matrix} H_3C \\ H_3C \end{matrix} > C-N(C_5H_{10}) \end{array}$$

qui constitue un beau corps solide, d'une odeur camphrée, cristallisant en gros cristaux.

Ces nombreux dérivés, intéressants au point de vue des relations de volatilité, seront décrits dans un mémoire spécial.

En terminant cet objet, M. L. Henry fait remarquer combien la présence des groupements C_nH_{2n+1} à la place de H dans l'ammoniaque accroît l'aptitude réactionnelle de celle-ci.

4° *Radical amidogène mono- ou bi-substitué* $-NHX$ et $-NX_2$. — On sait que l'hydroxyle alcool ne subit pas l'action de l'acide cyanhydrique HCN. Il acquiert une aptitude remarquable à faire la double décomposition avec ce composé, aussi vivement qu'avec l'acide HCl, par le voisinage des fragments $-NHX$ et $-NX_2$ des alkyl-amines aliphatiques.

M. L Henry rappelle à cette occasion le fait déjà connu depuis longtemps de la fixation de l'acide HCN sur l'aldéhydate ammonique.

Il a constaté que HCN réagit intensément sur les alcools alkyl-amido-méthyliques et notamment sur $H_2C<^{OH}_{N(CH_3)_2}$ et $H_2C<^{OH}_{N=C_5H_{10}}$.

Il se forme de l'eau et des amines nitrilées,

$$\begin{array}{c} CN \\ | \\ H_2C-N(CH_3)_2 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{c} CN \\ | \\ H_2C-N=C_5H_{10}. \end{array}$$

Ces alcools alkyl-amido-méthyliques résultent de la fixation des amines mono- et bi-substituées sur l'aldéhyde formique en solution aqueuse.

M. L. Henry n'a pas eu jusqu'ici à sa disposition les composés en C_2 et C_3

$$\begin{array}{l} H_2C-OH \\ \quad | \\ H_2C-N(CH_3)_2 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} H_2C-OH \\ \quad | \\ H_2C \\ \quad | \\ H_2C-N(CH_3)_2 \end{array}$$

pour constater expérimentalement l'extension de l'influence des groupements $-NHX$ et $-NX_2$ sur l'hydroxyle alcool.

M. L. Henry prévoit que l'acide HCN sera inerte sur ces composés comme sur les alcools correspondants eux-mêmes.

Le R. P. Bareel S. J., soumet à la section un projet de *Baromètre enregistreur*, dont il se propose d'étudier la construction détaillée.

Le R. P. Van Tricht, S. J., fait connaître quelques appareils de physique vraiment remarquables que l'on trouve à l'Exposition d'Anvers et exprime le regret qu'ils soient si peu nombreux.

Il est ensuite donné lecture d'une communication de M. E. Ferron *Sur les déplacements moléculaires produits par la chaleur dans les milieux solides élastiques.* Sont nommés commissaires pour examiner cette note : MM. P. Duhem et G. Van der Mensbrugghe.

Troisième section.

—

Le R. P. Hahn, S. J., et M. Anatole Buisseret déposent leurs rapports sur le mémoire du R. P. Bolsius, S. J., présenté à la séance du 3 avril 1894 et intitulé : *Anatomie des organes ciliés des Hirudinées du genre des* Glossiphonides.

Rapport du R. P. Hahn.

On peut considérer deux parties dans ce travail.

Dans la première, l'auteur expose ses observations personnelles. Cette exposition est claire, méthodique, démonstrative. J'aurai cependant une remarque à faire; je l'énoncerai bientôt.

La seconde partie est toute de polémique. Il est difficile d'être juge quand on n'a pas les pièces contradictoires sous les yeux. L'auteur aurait bien fait de communiquer aux rapporteurs, si toutefois il les a en sa possession, les articles des auteurs qu'il réfute.

Toutefois il a beau jeu, pour ce qui regarde la connexion des entonnoirs avec les organes segmentaires, avec les zoologistes qui ont affirmé cette connexion, non pour l'avoir observée eux-mêmes, mais par pure déférence envers leurs devanciers.

Bourne est un adversaire plus sérieux. J'aurais désiré avoir l'article qu'il a publié contre le P. Bolsius. A défaut de cet

article, voici ce que je puis dire. D'après mes souvenirs et d'après les citations rapportées par le P. Bolsius, Bourne doit avoir étendu à toutes les Hirudinées son assertion relative à la connexion entre les organes segmentaires et les entonnoirs. Le travail du P. Bolsius montre tout au moins que cette connexion n'existe pas chez les Glossiphonides examinées par lui.

D'un autre côté, il est difficile d'admettre que des organes, de tous points homologues, seraient en connexion intime et fonctionnelle chez certaines espèces et pas dans d'autres. Les figures de Bourne, reproduites par le P. Bolsius, ne sont pas péremptoires en faveur de la connexion. Mais il n'est pas permis de croire que Bourne se soit trompé, quand il représente les organes segmentaires au contact de la cavité annexe. Dès lors, il peut paraître étrange, — et c'est la remarque que j'avais en vue en commençant, — que le P. Bolsius représente les testicules, la cavité intestinale, la cavité périviscérale, et ne figure pas du tout les organes segmentaires dans le voisinage de l'entonnoir et de la cavité annexe. C'est un point sur lequel il ferait bien de s'expliquer. Si dans ses préparations les organes segmentaires sont assez éloignés des organes ciliés, sa thèse y gagnera en certitude, et, d'un autre côté, on verrait facilement pourquoi Bourne, dans les cas où les deux espèces d'organes étaient très voisines, a pu, sans en avoir presque conscience, transformer un contact purement physique en une connexion fonctionnelle.

Rapport de M. Buisseret.

J'ai lu attentivement le mémoire du P. Bolsius et j'estime qu'il mérite de figurer dans les *Annales de la Société scientifique.*

Quant au fond, je m'en réfère, pour plus de sûreté, à l'avis du P. Hahn, bon juge en matière d'histologie et d'anatomie.

La section adopte les conclusions des rapporteurs et vote l'impression, dans la seconde partie du tome XVIII des *Annales*, du mémoire du P. Bolsius.

M. Fernand Meunier dépose un mémoire sur les *Diptères tertiaires de l'ambre.* La section nomme comme rapporteurs le R. P. Bolsius et le R. P. Hahn, S. J.

M. Fernand Meunier communique en outre les *Notes diptérologiques* suivantes.

Les diptères qui font l'objet de ces quelques observations ont été capturés par M. Bleuse, et j'ai pu les examiner, grâce à l'obligeance de M. le Dr Jean Jacobs, de Bruxelles.

1° *Toxonevra fasciata,* Macquart. — Ce *Sapromyzinae,* qui est placé par Schiner et Gobert avec les vrais *Sapromyza,* présente des caractères tout différents de ceux que l'on observe chez ces insectes. Il existe, dans tout l'ordre des diptères, une série de genres qui sont admis par les auteurs, et qu'il est souvent très difficile de distinguer entre eux (*Trypetinae, Dolichopodidae,* etc.). Les *Toxonevra* se séparent immédiatement des *Sapromyza* par leurs nervures alaires (*).

2° *Baumhaneria vertiginosa,* Mg. Schiner. — Ce *Tachinaire,* qui a les yeux poilus (quoique très légèrement), me semble mieux placé avec les Phorocères, Robineau-Desvoidy et Schiner (**). Cet auteur dit que cette mouche a comme synonyme l'*Istocheta frontosa,* Rondam (***), ce qui me paraît être une erreur. En effet, la bande frontale est « *rothgeb* » *oder* « *braun* » chez *B. vertiginosa* et noire chez *frontosa* (vitta intermedia ampla, nigro-opaca). De plus, la « *Spitzenquerader* » est courbée en angle chez la première de ces espèces, et ronde chez l'autre (vena quinta longitudinalis angulo rotundato flexa).

3° *Rhinophora tessellata,* R. Desvoidy (IV). — Les espèces de *Tachininae* appartenant aux genres *Clista, Leucostoma, Plesina,*

(*) Macquart. *Suites à Buffon,* t. II, p. 404; pl. XVIII, fig. 12bis.
(**) *Fauna austriaca,* t. I, p. 495.
(***) *Prodr. Dipt. ital.,* t. III, p. 171.
(IV) *Essai sur les Myodaires,* p. 259, 4.

Meigen, et *Rhinophora*, *Phyto*, R. Desvoidy, sont relativement peu connues. Les *Rhinophores* se séparent de toutes les formes affines, par les deux caractères principaux suivants : le péristome est distinctement cilié, et le long du bord interne des yeux, il y a une série de très petits poils qui atteignent ordinairement presque la base des antennes. Macquart place ce diptère dans le genre *Cassidaemyia* (*). Ces mouches sont assez rares. Depuis Schiner, personne n'a encore fait un travail d'ensemble sur les êtres de ce groupe (**). De Rhennes. (Bleuse.)

Le R. P. Schmitz, S. J., communique la note ci-jointe, dont la section décide l'impression : *Une souche d'arbre au mur d'une couche.*

De ce que les *troncs debout* soient plus connus, et nous dirions même plus classiques au *toit* des couches de nos bassins houillers, il ne faudrait pas conclure qu'ils ne se rencontrent pas dans le *mur*, c'est-à-dire dans les sédiments immédiatement inférieurs aux couches.

Les deux conditions de gisement se justifient également bien et peuvent être, à notre avis, également fréquentes.

C'est à des circonstances extrinsèques qu'il faut attribuer leur semblant de rareté. D'abord les nécessités de l'exploitation obligent plus rarement à entamer le *mur* des couches. Et de plus, quand ces fossiles s'y trouvent, leur situation ne les amène pas à se détacher d'eux-mêmes.

Les *cloches*, l'épée de Damoclès du mineur, ne sont ordinairement autre chose que des *troncs debout*. Dirigeant fréquemment leur diamètre le plus grand vers le bas, ces tiges, peu adhérentes à cause du poli de leur contour, ne nécessitent qu'un choc léger pour échapper aux sédiments qu'elles traversent et faire une chute souvent fatale.

(*) *Suites à Buffon*, t. II, p. 163.

(**) Les genres de Tachinaires sont beaucoup mieux connus depuis la publication du beau travail de MM. Brauer et Bergenstamm, de Vienne.

Il nous a été donné, en septembre dernier (*), d'étudier une souche *in situ*, dans la concession du Rieu-du-Cœur, au *mur* de la veine Deux-Laies (**), en *platteure*. C'était au puits n° 3 (dit Boule), dans la voie de niveau, qui quitte vers l'est le bouveau nord de l'étage de 495 mètres.

La rareté du fait a moins attiré notre attention que ne l'ont fait les conditions de gisement du fossile.

La planche ci-jointe (***) fait ressortir la situation verticale de la souche encore munie des embranchements de ses racines, verticalité que ne contrarie pas l'inclinaison des roches encaissantes.

Loin de nous la pensée de tirer une conclusion prématurée d'un fait encore isolé. Mais qu'il nous soit permis d'avancer une hypothèse qui excitera l'attention des chercheurs, soit pour la controuver, soit pour lui donner quelque consistance (IV).

Tout en donnant un rôle prépondérant au *transport* pour l'accumulation de la houille et des sédiments houillers, on sait (V) que nous attribuons le *mur* des couches à la *formation sur place*. C'est, pour le dire en passant, une opinion qu'on nous a contestée (VI).

Une souche d'arbre, munie de ses racines, est rencontrée au *mur*; nous devrons donc, pour être logique, la croire parfaitement *in situ*. Opinion pour la défense de laquelle nous pouvons en appeler à l'autorité de géologues et de paléo-botanistes nombreux (VII).

(*) Nous adressons ici nos meilleurs remerciements à M. Tillier, directeur des travaux des charbonnages des Vingt-Quatre-Actions à Quaregnon.

(**) La veine Deux-Laies passe entre les veines Buisson et Abbaye, veines-horizons de la carte de l'Administration des Mines.

(***) Le procédé employé pour figurer le *toit* et le *mur*, le schiste ou le grès dans la planche ci-jointe est purement conventionnel, ainsi que le parallélisme des deux parois de la couche.

(IV) M. Demeure, directeur des travaux des charbonnages de Bois-du-Luc, auquel nous faisions part de cette idée, se rappela incontinent un fait entièrement analogue.

(V) G. Schmitz, S. J., *A propos des cailloux roulés du houiller*. (Ann. de la Soc. géol. de Belgique, t. XXI.)

(VI) V. Lambiotte, Rev. des quest. scient., *Revue des recueils périodiques*, p. 323, juillet 1894.

(VII) C. Grand' Eury, *Formation des couches de houille et du terrain houiller*, p. 127; *Flore carbonifère du département de la Loire*, p. 393.

SUD NORD

Souche *in situ* au mur de la veine Deux-Laies

Échelle au $^1/_{30}$.

Or, nous savons que les végétaux tendent toujours à croître selon la verticale. Il s'ensuit que les troncs debout du *mur* devraient, pour la plupart au moins, se montrer à nous dans leur verticalité naturelle.

Le phénomène qui nous occupe semble donc de prime abord infirmer notre manière de voir, vu que la souche en question est verticale dans des sédiments inclinés. A moins que nous n'ayons affaire à un terrain déjà incliné primitivement.

Cette dernière supposition ne nous paraît pas tellement hasardée. Nous sommes, en effet, à ce point dans les *grandes plateures*, qui pourraient fort bien être une partie originellement inclinée des lagunes de notre bassin houiller.

De deux choses l'une : ou bien ce fait en se généralisant viendra corroborer nos prévisions, ou bien, s'il y a erreur de notre part, la multiplication des observations nous montrera des variations incompatibles avec notre hypothèse.

Il ne sera donc pas inutile de rechercher et d'observer avec soin des faits semblables à celui que nous venons de rapporter. C'est, en effet, de l'étude minutieuse de détails nombreux et précis qu'il faut attendre la lumière sur la théorie géogénique des dépôts houillers.

A propos de *troncs debout*, qu'on nous permette encore quelques lignes au sujet d'un article récent, où M. Fayol (*) réfute les idées de M. Julien qui voudrait voir des prénomènes glaciaires en plein dépôt houiller. Il reproche incidemment à M. Firket (**) de ne pas attribuer au seul transport toutes les tiges inclinées ou droites qui traversent parfois les sédiments houillers, vu qu'il admet la voie d'apport pour le grand nombre.

La force du raisonnement nous paraît peu évidente, et nous ne saurions y trouver des arguments assez solides pour restreindre l'activité essentiellement variée de la nature. Aucune

---

(*) Fayol, *L'Origine des bassins houillers du Centre* (*Commentry*). Rev. scient. du Bourbonnais, p. 158; septembre 1894.

(**) A. Firquet, *L'Origine et le mode de formation de la houille*. Rev. univ. des Mines (3), t. XXVI.

théorie sur la géogénie de la houille ne peut, à notre sens, se voir gênée par la présence de troncs, soit originellement debout, soit mécaniquement amenés dans la position où nous les retrouvons. Des citations faites plus haut en font foi.

M. le capitaine Van Ortroy donne à la section des détails sur le cours supérieur et les sources du Congo.

Le 29 mars 1871, Livingstone découvrait, au centre du continent africain, à Nyangoué, où il est large de 1200 mètres, le Congo supérieur.

Les explorateurs n'ont cessé d'enrichir de données fort intéressantes la géographie du bassin de ce fleuve. Dans ce tournoi pacifique, la palme revient à MM. Delcommune, Francqui et Cornet. Le premier de ces trois voyageurs a même résolu le problème des origines du Congo.

Le Luapula et le Lualaba étaient considérés tour à tour comme la branche-mère du fleuve. Après l'étude comparée, faite par Delcommune, la question est tranchée en faveur du *Luapula*. Ses sources, connues sous le nom de Tchambezi, se trouvent sur territoire anglais. Le fleuve traverse la lagune Bemba, qui confine au lac Banguelo, puis, par 9° 25′ 30″ lat. S., le lac Moero, d'une altitude de 954 mètres et d'une superficie de 5230 kilomètres carrés. A sa sortie du Moero, il prend la direction du nord-ouest, sillonne un pays en grande partie inexploré et rencontre à Ankoro (altitude 564 mètres) le plus gros affluent du Congo : le *Lualaba*.

De ses sources jusqu'à son embouchure, le Lualaba couvre plus de cinq degrés en latitude (11° 44′ 48″ lat. S., à 6° 25′ lat. S.). Il était à peine connu il y a deux ans.

Aujourd'hui il ne reste plus à reconnaître que deux petites sections de la rivière, en aval du confluent du Lubudi et en aval du lac Kassali.

Le Lualaba coule dans une vallée d'érosion jusqu'aux cataractes de Nzilo. Leur profondeur en latitude est de 70 kilomètres et leur dénivellation de 450 mètres. Par 9° 13′ 44″ lat. S., et 26° 01′ 35″

long. E. de Gr., le cours d'eau se grossit à sa rive gauche du Lubudi, que M. Wauters veut considérer comme la source du Lualaba, malgré l'avis autorisé de MM. Cornet et Francqui. Plus en aval, la vallée du Lualaba s'élargit; elle atteint 50 kilomètres; son hydrographie est des plus curieuses.

Le long des rives du cours d'eau règne un chapelet de lagunes ou d'expansions lacustres: le Kabué, le Kabele, le Mulundu, l'Upemba. Elles font au fleuve des saignées sérieuses, mais ces saignées mêmes les feront disparaître; les matières limoneuses qu'elles déposent se combinent, en effet, aux débris de papyrus répandus à la périphérie des lagunes et provoquent la formation d'îlots qui finiront par se souder, se substituer à la nappe liquide et faire corps avec la terre ferme.

Le Lualaba traverse le lac Kassali de 8° à 8° 20′ lat. S. environ; il se grossit, rive droite, de la Lufila, dont le cours est de 500 kilomètres, puis, après avoir parcouru une section non encore reconnue, il conflue avec le Luapula.

D'Ankoro à l'embouchure de la Lukuga, l'émissaire non navigable du Tanganyika, le Congo a été reconnu par A. Delcommune, et de la Lukuga à Kassongo, c'est-à-dire de 4°30′ à 5°20′ lat. S., par M. Mohun, consul des État-Unis d'Amérique à Boma. Cette dernière section est hérissée de rapides, qui entravent toute navigation; non loin de l'embouchure de la Lukuga, elle présente deux grandes expansions. Ne peut-on pas, ne doit-on pas y voir le lac Landji, signalé à Cameron par les Arabes?

En aval de Kassongo, le fleuve passe à Nyangoué, Riba-Riba, Kibongé, Stanley-Falls. Cette dernière station est la seule de tout le Congo supérieur pour laquelle nous ayons des coordonnées astronomiques absolument scientifiques. Elle est située à 428 mètres d'altitude par 10°30′ 18″ lat. S., et 25° 10′ 42″ long. E. de Gr. Ces précieux résultats sont dus aux opérations géodésiques faites par les capitaines Delporte et Gillis (*).

(*) Ces résultats sont consignés dans les *Mémoires in-4° de l'Académie royale des sciences de Belgique*, t. LIII.

Le R. P. Van des Gheyn donne lecture de la note suivante : *Les Conclusions et les applications de l'anthropologie.*

Sous ce titre, M. P. Topinard a publié, dans le n° 6, tome IV de l'*Anthropologie* (novembre-décembre 1893), un article que l'on peut, avec certaine raison, considérer comme la formule complète de ses idées en cette matière. La situation scientifique de l'auteur et sa réelle bonne foi donnent donc à son écrit une importance plus grande que celle que l'on attache d'ordinaire à un article de revue. Dès lors, il n'est pas sans intérêt d'examiner de plus près l'ensemble des idées que M. Topinard a cru pouvoir, après vingt-cinq années d'études et de réflexions, présenter comme « conclusions et applications de l'anthropologie ».

L'anthropologie, son nom le dit, est l'étude de l'homme. Dans cette étude, M. Topinard distingue trois points de vue : celui de l'anthropo-zoologie, celui de la sociologie et celui de la psychologie.

Au point de vue anthropo-zoologique, l'homme, à en croire M. Topinard, est « l'une des dernières efflorescences, la plus merveilleuse de toutes », du grand arbre de la vie, qui, manifestée d'abord dans « de simples grumeaux de protoplasme », finit par donner dans l'homme son expression la plus élevée.

C'est toujours en présence de la doctrine de l'évolution que nous nous trouvons, et toujours en face de ses nombreux *postulata*, de ses hypothèses non vérifiées, de ses inductions incomplètes. Plus sincère que d'autres naturalistes, M. Topinard ne veut point faire à la doctrine qui lui est chère le tort grave de la croire démontrée par des arguments insuffisants, et il ne dissimule aucun des points faibles de sa théorie. Il n'est pas superflu de prendre acte des lacunes constatées par la science dans la personne très autorisée de M. Topinard.

Pour lui, le principe de l'évolution ne saurait être confondu avec la recherche des généalogies, puisqu'il est évident comme le soleil qui nous éclaire, tandis que la seconde est peu avancée encore. Ne pas confondre non plus l'évolution avec les causes et les moyens de l'évolution, qui sont loin d'être complètement connus.

En somme, M. Topinard ne retient, pour démontrer invinciblement la doctrine de l'évolution, que « l'ordre d'apparition des êtres à la surface de notre planète, des plus simples aux plus perfectionnés », et aussi « la gradation et l'enchainement des types constatés par les paléontologistes dans le passé et par les naturalistes dans le présent », gradation que signalent l'embryogénie et la biologie.

Or, qui ne voit combien peu, en bonne logique, ces arguments servent la cause de l'évolution? Cet ordre d'apparition des êtres et cet enchainement ne sont nullement essentiels à leur production par évolution, car des créations successives peuvent avoir également procédé, dans la production des êtres, des plus simples aux plus perfectionnés. Il faudrait prouver de toute nécessité que cette succession des êtres s'est opérée de façon à ce que les types s'enchaînent. Comment le prouve-t-on? Par l'embryogénie : « L'œuf de tout animal, écrit M. Topinard, reproduit dans ses caractères généraux, mais très en abrégé, les étapes les plus marquantes par lesquelles la logique veut qu'ait passé l'évolution phylogénique. »

Admettons un instant l'exactitude entière du fait embryogénique. A quelle condition prouverait-il en faveur de la doctrine de l'évolution? A condition que la cellule, première forme de l'embryon, fût indifférente à donner naissance à un être quelconque. Or, il n'en est pas ainsi. Quelles que soient leurs ressemblances extérieures, les cellules embryonnaires sont, par une loi immuable, destinées à produire des êtres déterminés. Lorsque John Lubbock nous fait voir ces quatre vers si ressemblants qu'ils paraissent sortir du même moule (*), a-t-il le droit d'en conclure que le papillon qui sortira de l'un d'eux provient de l'hyménoptère que donnera le second, et que celui-ci a pour ancêtre le scarabée qui est issu du troisième, et que le scarabée descend du myriapode que fera éclore le quatrième de ces vers? Nullement, et ce fait, loin de favoriser la thèse de l'évolution, est bien plus concluant en faveur de la fixité des espèces.

(*) *Origine et métamorphose des insectes*, p. 102.

Mais il y a bien davantage, et nous sommes surpris de voir M. Topinard accorder une si aveugle confiance au principe d'embryogénie qu'il invoque sans le discuter ni le démontrer. Darwin lui-même nie que tous les êtres passent par les différents états de leurs ancêtres (*). Carl Vogt déclare que la célèbre loi biogénétique est fausse par la base (**). M. Perrier conteste absolument que l'embryogénie humaine résume celle du règne animal (***), et M. Charles Robin définit la théorie embryogénique dont M. Topinard fait l'argument irréfutable en faveur de l'évolution : « une accumulation poétique de probabilités sans preuves, d'explications séduisantes sans démonstrations. »

Qu'est-ce que l'argument biologique que M. Topinard invoque pour affirmer le principe de l'évolution? « La biologie, dit-il, montre que tous les organismes, à partir des plus rudimentaires, portent en eux-mêmes une propriété ou force à laquelle ils ne peuvent se soustraire, qui les oblige à grandir et à se multiplier; que les individus ne sont que des égrainements sur le trajet et à l'extrémité des rameaux; et que le mouvement, les transformations et mutations sont la suprême loi des corps organisés. »

Nous avouons ne pas saisir le nœud de la preuve que prétend renfermer la première partie de cette proposition. La loi de croissance des organismes, même les plus rudimentaires, n'a rien de commun avec l'évolution. Quand à la seconde assertion, elle est précisément en question. Il s'agit d'établir, non pas seulement d'affirmer, que les individus ne sont que des égrainements et que la transformation est la suprême loi des corps organisés. Dans un certain sens, même dans la doctrine de la fixité des espèces, on peut admettre « le mouvement, les transformations et mutations » dont parle M. Topinard, mais à la condition de donner à cette loi une interprétation différente de celle que les transformistes croient devoir lui imposer.

M. Topinard, qui place la doctrine de l'évolution à la base de

(*) *Origine des espèces*, pp. 521, 531.
(**) *Quelques hérésies darwinistes*. REVUE SCIENTIFIQUE, 1886.
(***) *Philosophie zoologique avant Darwin*, p. 261.

ses recherches anthropologiques, n'a donc pas conquis, plus que d'autres, le droit d'affirmer que cette base est inébranlable. Qu'il nous permette de traduire franchement notre impression et de dire combien nous avons été surpris de le voir se contenter des minces preuves que nous avons examinées, pour établir l'absolue certitude du principe du transformisme, alors qu'il se montre, bien à raison, plus exigeant sur la question des enchaînements et sur celle des causes et des moyens de l'évolution. Là, il déclare franchement que « bien des lacunes existent dans nos connaissances et que les documents sont en trop petit nombre ». Ici il avoue que les causes et les moyens de l'évolution sont loin d'être complètement connus.

En particulier, pour ce qui concerne l'homme, M. Topinard ne fait pas difficulté d'avancer que l'abîme, tant au point de vue physiologique (intellectuel) qu'au point de vue physique, est grand entre l'homme et les anthropoïdes. Et néanmoins il assure, sans hésiter, qu'il est absolument certain que l'homme est issu de l'une des diverses familles des Primates, Anthropoïdes, Pithéciens, Cébiens et même Lémuriens.

N'y a-t-il pas là contradiction? En fait, assurément, et M. Topinard n'y échappe, pour son compte, que par sa foi aveugle à la doctrine transformiste. Pour lui, le principe est indiscutable, bien que les explications de détail demeurent insuffisantes.

Mais pour un esprit moins prévenu, le principe lui-même restera contestable, tant que les faits eux-mêmes seront aussi douteux. Il nous paraît difficile d'isoler, comme le tente M. Topinard, les faits du principe, et c'est précisément parce que les faits protestent que nous refusons d'adhérer au principe, quelque séduisant que celui-ci puisse paraître *à priori*.

L'impuissance du transformisme éclate surtout quand, sortant du domaine organique pur, il s'essaie à expliquer la genèse de l'intelligence. Écoutons M. Topinard : « Tout à coup, par un bond, apparaît l'encéphale humain, avec le langage articulé et la raison. »

On ne saurait plus nettement marquer combien la raison sépare l'homme de l'animal. Il n'y a pas enchaînement, il y a eu

un bond. La formule est bien vague, et elle ressemble plus à une constatation de fait qu'à une explication.

Mais poursuivons. Où apparaît l'encéphale humain? Il constitue le progrès constaté sur l'organe de l'ordre des Primates qui possède, en plus des autres mammifères, un « lobe nouveau dit frontal, qui est la caractéristique de tout l'ordre ».

Ce lobe est venu s'ajouter. Comment? On néglige de le dire. On n'en sait rien, sans doute. Peut-être est-ce en vertu de la loi de fonctionnement qui grandit le cerveau, « le différencie à son intérieur, le circonvolutionne à sa surface »?

Soit; mais, encore une fois, cette loi de fonctionnement, d'où est-elle venue au cerveau? Comment a-t-on scientifiquement constaté qu'elle a pour effet d'augmenter le cerveau, de lui ajouter des circonvolutions et des lobes? Toute loi traduit des faits; or, on n'a pas établi jusqu'à présent de relation directe entre le fonctionnement du cerveau et les dimensions de l'encéphale. Il y a même eu, à cet égard, d'étranges méprises.

Ce n'est pas tout. M. Topinard va nous dire d'où vient le cerveau. Il n'est que « le développement du ganglion, dont la spécialisation s'est accentuée dans l'extrémité céphalique ». Et le ganglion lui-même? On se contente de signaler son apparition, « bien modeste d'abord, mais qui ne tarde pas à s'étendre et à se spécialiser çà et là, notamment comme organe des sens ». Ainsi donc, voilà toute la genèse de l'intelligence. Le nerf apparaît, le ganglion se forme pour se développer en cerveau, qui s'agrandit et se circonvolutionne; un lobe s'ajoute, « et tout à coup, par un bond, apparaît l'encéphale humain avec le langage articulé et la raison ».

Nous avons exactement, et souvent dans les termes mêmes, reproduit la pensée de M. Topinard. Il s'y trouve des affirmations, de preuves point; et sous la formule on cherche en vain une explication plausible.

Pour terminer ce qu'il doit dire de l'homme au point de vue anthropo-zoologique, M. Topinard se demande quelle a été, sur l'homme animal, l'influence du langage et de la raison. Ils l'ont, dit-il, à peine changé. Même dans nos sociétés modernes, l'homme

est soumis aux mêmes conditions d'existence et de développement que l'animal; il se sert, pour y lutter victorieusement, des mêmes armes et des mêmes instincts. Il triomphe ou succombe d'après les mêmes lois. En un mot, « au point de vue de l'histoire naturelle et de l'évolution », l'homme et l'animal sont égaux de tous points.

Le développement de cette thèse appelle bien des réserves ; M. Topinard n'est point tendre pour l'espèce humaine quand il va jusqu'à dire que « l'homme ne vaut guère mieux que les espèces animales les plus violentes et est inférieur même à certaines d'entre elles, comme nos espèces domestiques ».

La conclusion que M. Topinard tire de son étude anthropozoologique de l'homme est la suivante : « L'homme parfait, au point de vue de l'histoire naturelle, est celui qui a le sentiment le plus élevé de son individualité, s'adapte le mieux aux circonstances et possède dans la lutte pour l'existence des avantages personnels qui lui assurent la prééminence sur ses semblables, sur les autres espèces et sur les milieux et forces de la nature. »

Nous ne contredirons pas trop à cette conclusion. Mais après ce que nous avons dit, il est aisé de comprendre les réserves qu'appelle cette formule de M. Topinard.

Cette communication donne lieu à un échange de vues sur les principes et les arguments de l'évolution entre MM. de Marbaix, Proost, F. Meunier et le R. P. Van den Gheyn.

M. Proost, inspecteur général de l'agriculture, appelle l'attention de la section sur l'importance de l'hydrogéologie au double point de vue des intérêts de l'hygiène et de l'agriculture.

Il cite comme exemple le rapport présenté par lui, il y a un an, à M. le Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics. Ce rapport, publié dans le *Bulletin communal* d'Anderlecht (*), a été analysé récemment par la *Revue de géographie* de M. Vidal Lablache, qui constate également la haute portée de ce genre de travaux.

(*) Séance du 29 mai 1883, neuvième année, pp. 332-341.

M. Proost termine en exprimant le vœu de voir organiser à l'École d'agriculture de Louvain un cours d'hydrogéologie à l'instar de celui de l'Institut de Gembloux, créé récemment à sa demande.

Quatrième section.

—

Séance du 18 avril, tenue au collège Saint-Jean-Berchmans, place de Meir, à Anvers.

Dans la séance précédente, M. Cuylits avait soumis à l'approbation de l'assemblée, qui l'avait ratifiée, l'étude de questions actuelles traitées souvent avec incompétence dans des journaux non médicaux. L'une d'elles, relative à la composition et à l'usage de l'eau de la Meuse, n'a plus de raison d'être débattue aujourd'hui, ceux qui préconisaient l'emploi de cette eau n'ayant pas vu leur opinion partagée par les autorités constituées.

Mais une autre question, celle du travail de huit heures, conserve toute son actualité.

M. Cuylits a demandé à ce sujet l'avis du R. P. Hahn, qui estime qu'indépendamment du nombre de calories réservées au travail, il faut tenir compte de l'entraînement. Les bicyclistes en savent quelque chose. Cette question doit reposer sur une enquête sérieuse, mais elle ne paraît pas comporter de conclusions uniformes. Il pense avec raison qu'il serait difficile d'empêcher un ouvrier de dépasser la limite imposée, et si l'on y parvenait, quel emploi ferait-il de son temps?

M. le professeur Verriest est partisan du travail de huit heures. Il distingue la fatigue musculaire, à laquelle le repos remédie facilement, et la fatigue nerveuse, plus difficile à combattre.

Le travail de huit heures soulève bon nombre de questions sociales, dans le détail desquelles nous ne voulons pas entrer, car M. Verriest se propose de traiter personnellement cet intéressant sujet.

M. Cuylits a consulté d'autres autorités encore qui n'ont pas répondu jusqu'ici.

M. le Dr de Lantsheere lit un travail qui a pour titre : *La vue chez les employés du chemin de fer*, dont voici le résumé :

L'examen des facultés visuelles chez les employés des chemins de fer et des candidats à un emploi dans ce service comprend :

1° L'examen extérieur des yeux : paupières, points lacrymaux, conjonctive, cornée, pupille, chambre antérieure.

2° L'examen fonctionnel

a) de l'acuité visuelle ;

b) du sens chromatique ;

c) du champ visuel.

Les individus qui se présentent à l'examen médical peuvent se classer comme suit :

1° Ceux qui se présentent à l'admission pour obtenir un emploi quelconque.

a) Ceux qui se destinent à un emploi ;

b) Ceux qui, ayant été admis à l'essai, doivent être admis définitivement, immatriculés.

2° Ceux qui sont déjà au service, et chez qui, à l'examen de contrôle, on trouve une diminution de l'acuité visuelle, du sens chromatique ou du champ visuel.

L'administration, par les soins d'une commission médicale, a formulé des règles fixes d'exploration de l'œil que les médecins agréés, chargés de la visite de première main, seront tenus de suivre. Cet examen doit être complet et minutieux dès l'admission à l'essai : on peut voir les plus graves accidents survenir dès qu'une des fonctions de la vue est en défaut.

Les mutations et les déplacements des ouvriers des différents services exigent qu'on ne porte pas seulement l'attention sur la santé générale.

Acuité visuelle. — Voici les chiffres prescrits par l'ordre de service du 10 août 1894.

1° Pour ceux qui ont à exercer un travail ou une fonction dont peut dépendre la sécurité du service public (perception et transmission des signaux), l'acuité doit être normale pour un des yeux et des deux tiers pour l'autre.

2° Pour ceux qui ne doivent pas habituellement concourir à la perception et à la transmission des signaux, mais qui peuvent être exposés à des dangers incessants par leur service entre les voies, dans les stations et sur la route, l'acuité doit être normale pour un des yeux et de un-demi sur l'autre.

Ces chiffres ne sont pas trop élevés. L'administration peut choisir dans les candidats les meilleurs entre les bons, et, parmi ceux-ci, ceux qui peuvent le plus peuvent le moins.

Le médecin contrôleur devrait déterminer exactement le *degré de la réfraction*, au moins chez ceux qui n'ont pas l'unité d'acuité visuelle. L'acuité visuelle souffre dans la suite par un travail toujours laborieux, par les influences diverses de la température, le mauvais éclairage des fourgons, des bureaux dans les stations, etc., des traumatismes parfois.

Malgré un état de bonne santé apparente, les agents peuvent être atteints de vices constitutionnels qui se répercutent sur l'appareil de la vue. L'alcool et le tabac, deux poisons dont les agents usent tant, font beaucoup de victimes. D'autres maladies peuvent exister, le diabète, une albuminurie.

L'examen périodique de contrôle est nécessaire donc, surtout chez ceux qui sont directement chargés de la marche des trains.

On devrait examiner tous les deux ans les agents qui n'ont pas 35 ans ; à partir de là jusqu'à 55 ans et au delà, tous les ans.

Cet examen s'impose après chaque maladie constitutionnelle sérieuse, après un accident, et toujours après une affection oculaire externe (taies, astigmatisme).

L'*usage des verres* doit être défendu. Les machinistes et les chauffeurs s'exposent à ne plus distinguer les signaux, à certains moments, à se trouver gênés dans le maniement de certaines pièces essentielles de la machine. La vapeur et la poussière troublent les verres, diminuent l'acuité; la vraie couleur des signaux peut être altérée. Les chefs et sous-chefs des stations, les gardes du train et du matériel, tous ceux qui doivent circuler entre les voies et donner des ordres dans la marche et le roulement des trains sont exposés, avec des lunettes, à des erreurs. La sécurité du public et celui du personnel exige le maximum de garanties.

Sens chromatique. — Un sens chromatique normal est indispensable à tous les agents.

L'individu peut être atteint de *dyschromatopsie* lorsque la perception des couleurs est plus difficile, que l'impression est moins vive. Dans l'*achromatopsie,* la couleur n'est pas perçue. Cette altération porte sur une ou plusieurs couleurs, elle est partielle ou totale.

Dans la recherche de la dyschromatopsie acquise, on peut se servir d'échelles chromatiques pour déterminer la valeur de C.

La dyschromatopsie acquise accompagne principalement les affections du nerf optique. On la rencontre surtout chez ceux qui abusent de l'alcool et du tabac. Ces individus sont dangereux, parce qu'ils ne s'aperçoivent pas au début d'une légère diminution de la vision, ils n'en tiennent parfois pas compte d'abord, et plus tard ils n'osent avouer leur mal. L'examen seul arrive à les convaincre qu'ils ne distinguent plus aussi bien les couleurs.

Dans l'*achromatopsie congénitale*, un individu ne possède que deux couleurs fondamentales : il voit les couleurs autrement que l'œil normal pour lequel une couleur est une combinaison du rouge, du vert et du violet (bleu). Les éléments percepteurs peuvent faire défaut pour l'une de ces couleurs, et amener ainsi une confusion. L'achromatope peut distinguer une différence dans les couleurs en se basant sur l'intensité de la lumière.

La meilleure méthode d'examen est celle qui se base sur la comparaison des différentes couleurs. La *méthode de Holmgren,* en usage dans l'administration, est basée sur la comparaison d'écheveaux de laine de différentes couleurs ; elle arrive à donner rapidement, facilement et sûrement les meilleurs résultats pratiques.

Les médecins chargés de l'examen des candidats et des agents doivent être visités en tout premier lieu.

Champ visuel. — La recherche du *scotome central* a son importance toujours chez les sujets qui se présentent à l'examen.

Un examen complet du champ visuel sera fait chaque fois que

le médecin contrôleur aura des doutes au sujet de son intégrité, chez des hommes dont l'examen général fait soupçonner un début de maladie nerveuse ou autre.

Ce travail soulève quelques observations au sujet de l'interdiction de l'usage des verres préconisée par M. de Lantsheere.

Le R. P. Hahn, M de Mets, M. Warlomont prennent part à cette discussion et émettent des avis moins sévères que celui de l'auteur de ce travail.

M. Warlomont présente un sujet de 13 ans, Auguste V..., de Bruges, atteint de *buphtalmie* très développée aux deux yeux, datant de la naissance.

Tous les symptômes observés chez les buphtalmiques, au début, se retrouvent ici : distension des globes oculaires dans tous leurs diamètres et, notamment, développement considérable des cornées qui ont jusqu'à 17 millimètres d'étendue (au lieu de 12 millimètres, chiffre maximum du diamètre de la cornée de l'adulte), iris d'une grande étendue et tremblotantes, pupilles dilatées, quoique mobiles, et déplacées en haut et en dedans (corectopie). Les cornées sont parfaitement transparentes, les milieux et le fond de l'œil sont intacts.

Les paupières, surtout les paupières inférieures, sont écartées et comme refoulées par ces cornées énormes, qu'elles suffisent à peine à recouvrir.

Vues de profil, les cornées ressemblent à d'énormes ménisques plan-convexes, posés sur la surface de l'iris.

L'acuité visuelle est excellente : deux tiers au moins. L'œil droit est emmétrope, l'œil gauche est atteint d'un astigmatisme myopique simple, peu prononcé.

On sait que la buphtalmie ou hydrophtalmie est ordinairement congénitale, ou surgit peu de jours après la naissance. On l'attribue à un excès de tension intra-oculaire, ce qui lui a valu aussi le nom de *glaucome infantile*. Comme dans le glaucome de l'adulte, la cause réside dans un vice de fonctionnement des voies lymphatiques : apport excessif des liquides, ou, au contraire, entrave à l'excrétion par les espaces péricornéens de

Fontana. Seulement, chez l'adulte, la coque oculaire, rigide, résiste à la tension qui s'exerce tout entière sur les membranes profondes, entraînant, à moins d'un traitement heureux, la perte plus ou moins rapide de la vision.

Chez le nouveau-né, au contraire, les tuniques oculaires, grâce à leur élasticité, cèdent d'abord à la poussée et se distendent, donnant l'aspect de l'œil buphtalmique, tel que nous l'observons ici. Mais, le plus souvent, les choses n'en restent pas là : la limite de l'extensibilité des tuniques est bientôt dépassée, et l'hypertension (dont la cause première nous échappe) épuise le cycle de ses effets; la cornée se dépolit, l'iris se décolore, les milieux se troublent, la papille optique s'excave comme dans le glaucome de l'adulte; des douleurs se déclarent, enfin l'œil se désorganise, la vision est perdue, et souvent l'énucléation s'impose; les tentatives opératoires échouent presque toujours.

Chez le sujet actuel, il s'est exceptionnellement établi une compensation définitive; la coque oculaire a cédé dans une large mesure à la pression interne, puis celle-ci a cessé de progresser, l'équilibre de la circulation lymphatique s'est établi, et le globe s'est fait à ses nouvelles conditions d'existence. Telle est du moins l'interprétation la plus satisfaisante qu'il soit permis de donner à ce cas.

En résumé, les faits les plus saillants de ce cas sont, outre l'adaptation définitive de l'œil à une pression anormale, et l'absence de lésion profonde :

1° La conservation d'une excellente vision : $^2/_3$ aux deux yeux, sans verre;

2° L'absence de myopie : l'œil droit est emmétrope, l'œil gauche, doué d'un astigmatisme myopique simple de une à une et demie dioptries au plus. On pouvait s'attendre *à priori* à la myopie (allongement de l'axe antéro-postérieur), mais l'emmétropie peut s'expliquer par la répartition uniforme de la pression dans les différents méridiens;

3° La courbure sensiblement normale des cornées. Les rayons de courbure mesurés avec l'ophtalmomètre de Javal ont été trouvés de 8 millimètres environ, c'est-à-dire normaux (pour

l'œil gauche, astigmate, 8 pour le méridien vertical, 8 1/4 pour l'horizontal).

Le pronostic doit être ici très réservé; une maladie intercurrente, ou le moindre traumatisme de nature à atteindre les voies lymphatiques, peuvent faire éclater un état aigu et amener des complications fatales. Les rares cas, analogues à celui-ci, qui ont été observés sont, à cet égard, très démonstratifs.

Ces cas de buphtalmie suivis de compensation sont plus fréquents, peut-être, que l'indigence de la littérature pourrait le faire supposer; c'est qu'en effet ces sujets, n'ayant pas à se plaindre de leur vision ni de phénomènes aigus quelconques, ne vont pas consulter l'oculiste (*).

M. le Dr Van Schevensteen, d'Anvers, invité à la réunion de la section, cite des cas qu'il a rencontrés, l'un notamment chez un homme de 50 ans qu'il vient d'opérer avec succès d'une cataracte survenue sur le tard (l'autre œil, également cataracté, sera opéré ultérieurement).

Enfin, pour épuiser son ordre du jour, la section s'est tranportée à l'hôpital des enfants, rue du Mai. C'est une fondation due à la générosité privée et dirigée avec un admirable dévouement par Mlle Teichmann.

Certes, ce n'est pas une de ces constructions grandioses que l'on voit d'ordinaire dans les grandes villes pour recevoir les petits êtres qui souffrent; cependant nous pouvons dire que l'installation est suffisante, qu'elle est complète et que les malades y trouvent un corps médical zélé, éclairé, parfaitement à la hauteur de sa mission. M. le Dr Nuijens en est le médecin en chef.

Qu'il me suffise de signaler les quatre dernières et importantes brochures publiées par M. Nuijens, pour montrer que les modestes hôpitaux de province, que l'on pourrait croire quelque

(*) Comme il arrive fréquemment, Auguste V... n'est pas le seul de sa famille atteint de cette affection. Son frère aîné, âgé de 15 ans, est également buphtalmique, mais à un degré bien moins prononcé et différent aux deux yeux.

peu en retard, par suite d'une certaine timidité opératoire, relativement aux hôpitaux des villes universitaires, ne prétendent nullement se laisser devancer par eux ni pour le nombre des cas opérés, ni pour celui des succès obtenus.

1° *Pieds-bots et torticolis opérés à ciel ouvert* (*opération de Phelps*); *neuf guérisons*. Avril 1893.

2° *Une craniectomie chez une idiote microcéphale*. Juin 1893.

3° *Les tumeurs du crâne et les tumeurs du rachis. Douze opérations*; *neuf guérisons*. Décembre 1893.

4° *Du traitement chirurgical de l'hydrocéphalie*. Avril-mai 1893-1894.

Ces brochures ne révèlent-elles pas une chirurgie active, hardie et heureuse? C'est l'impression que nous a laissée notre visite à l'hôpital des enfants.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE.

A trois heures et quart a lieu, dans le local des séances du Conseil, à l'hôtel provincial d'Anvers, l'assemblée générale sous la présidence de M. Fr. Dewalque, vice-président. Au bureau prennent place M. le Baron Osy, gouverneur de la province, MM. Goedseels et Mansion, membres du Conseil de la Société, et le R. P. Van Tricht, S. J.

M. Goedseels lit le rapport des commissaires nommés à la séance du 3 avril 1894, pour examiner les comptes du trésorier. Conformément aux conclusions de ce rapport, ces comptes sont approuvés et seront insérés à la fin de la première partie du tome XVIII des *Annales*.

Le R. P. Van Tricht, S. J., fait ensuite une conférence *Sur l'Exposition universelle d'Anvers*.

Après avoir donné sur l'ensemble de l'Exposition une appré-

ciation très flatteuse, le R. P. Van Tricht la parcourt en détail, s'arrêtant davantage aux produits et aux industries de plus près apparentées aux sciences.

La vue du relief d'un asile construit par la Vieille-Montagne pour ses ouvriers invalides lui fait rechercher en même temps les œuvres patronales annexées aux grandes usines du pays et de l'étranger, et c'est sous cette double préoccupation technique et sociale qu'il poursuit sa promenade à travers les galeries.

Il rencontre ainsi et détaille les étalages de la Vieille-Montagne, du Val-Saint-Lambert, de la Société d'éclairage Auer, du Musée royal d'histoire naturelle, des ciments Portland, des usines Solvay, de la Keramis de Boch, de la diamanterie anversoise, de l'artillerie et du génie belges, des grandes distilleries, et la section scientifique française, de beaucoup la plus belle et la plus complète. L'heure déjà avancée ne lui permet pas d'aborder la partie de son rapport où il parle de la section de l'Exposition consacrée aux œuvres d'enseignement, et en particulier des écoles ménagères organisées sous la haute direction de M[me] la baronne Osy de Zegwaert.

Il constate en terminant que cette Exposition, bien qu'elle ne révèle aucune découverte saillante, n'en constitue pas moins un très réel succès dont peuvent se féliciter non seulement la ville d'Anvers, mais la Belgique entière.

Cette conférence sera publiée *in extenso* dans les livraisons d'octobre 1894 et de 1895 de la *Revue des questions scientifiques*.

M. Fr. Dewalque, vice-président, prononce ensuite l'allocution suivante :

M. le Gouverneur, Mesdames, Messieurs,

« La Société scientifique de Bruxelles a l'habitude de tenir chaque année une de ses assemblées dans l'une ou l'autre ville du pays ; c'est ainsi qu'elle s'est réunie successivement à Louvain, à Gand, à Liége et à Namur.

Aujourd'hui nous tenons nos assises dans la métropole com-

merciale et artistique de la Belgique. Nous avons saisi le moment favorable où les richesses de l'Exposition universelle étalent si splendidement les dernières conquêtes de la science, du commerce et de l'industrie dans cette grande cité.

Vous n'ignorez pas que la Société scientifique a pour but de favoriser l'avancement et la diffusion de la science et de montrer par là l'exactitude de sa devise : *Nulla unquum inter fidem et rationem vera dissensio esse potest.* Le congrès des savants catholiques qui s'est tenu à Bruxelles, le mois dernier, sous la présidence de notre si sympathique collègue, M. le professeur Lefebvre, a bien montré que, dans toutes les branches des connaissances humaines, on compte un nombre considérable de savants qui sont en même temps des hommes de foi.

C'est notre désir à tous que l'association de ces deux grandes puissances, la Science et la Foi, soit de plus en plus étroite et de plus en plus féconde.

En choisissant Anvers pour y tenir notre réunion de cette année, nous savions que notre Société serait accueillie avec empressement dans une cité où fleurissent les arts et où les sciences aussi sont en honneur : l'accueil sympathique que nous y avons rencontré a dépassé notre attente. Aussi, bien que pris un peu au dépourvu en l'absence de notre président empêché, laissez-moi vous en exprimer, au nom de la Société, toute notre gratitude.

Il m'est particulièrement agréable de pouvoir adresser d'abord tous mes remerciements à M. le Gouverneur qui a daigné honorer de sa présence notre assemblée, et qui a bien voulu, avec la Députation permanente, mettre à notre disposition les salons de l'hôtel provincial. Nos remerciements aussi pour l'hospitalité que le Collège Notre-Dame et le Collège Saint-Jean-Berchmans ont si généreusement accordée ce matin à nos sections, et à la direction de l'hôpital des enfants où notre section de médecine a reçu, il y a quelques heures, un accueil si cordial.

Merci, également, à tous les amis de notre œuvre qui, bien que non inscrits encore parmi nos membres, nous ont néanmoins

donné le précieux appui de leur sympathie en assistant à cette séance.

Et vous, Mesdames, dont la gracieuse présence est venue animer cette assemblée, veuillez agréer l'hommage de notre reconnaissance.

Mesdames et Messieurs, vous venez d'applaudir justement un orateur aimé qui vous a esquissé de main de maître les points les plus saillants et les plus intéressants de l'Exposition d'Anvers. Je suis sûr d'être votre interprète en lui offrant, avec nos félicitations chaleureuses, nos remerciements les plus cordiaux. » (*Applaudissements.*)

M. le Gouverneur adresse à la Société scientifique quelques paroles d'encouragement que nous sommes heureux de reproduire ici :

« Messieurs, je suis profondément touché des témoignages de bienveillance que votre digne président vient de me prodiguer, et je vous remercie tous de la façon sympathique dont vous avez accueilli ses paroles.

Je ne mérite certes pas vos remerciements : nous n'avons fait que chose bien naturelle et très agréable pour nous, en vous offrant l'hospitalité dans l'hôtel du Gouvernement provincial.

Nous sommes heureux et fiers de recevoir chez nous des hommes de votre valeur. Nous vous exprimons, à notre tour, notre gratitude d'avoir choisi notre chère ville d'Anvers pour y tenir vos assises.

Honneur à vous, Messieurs, qui occupez parmi les sociétés savantes une place illustre. Vous comptez dans vos rangs des hommes éminents dans les différentes catégories de l'activité intellectuelle.

Parmi vos membres brillent au premier rang les représentants les plus autorisés du Saint-Siège, des Princes de l'Église, et le Recteur magnifique de l'*Alma Mater*. D'autres professeurs d'universités catholiques vous prêtent également leur concours ainsi que des membres nombreux et illustres de l'Institut de France et d'autres Académies.

Le but que vous vous proposiez dès la première heure et que vous avez poursuivi avec une infatigable activité est des plus nobles et des plus dignes.

Vous vous appliquez aux travaux sérieux de l'esprit; à la diffusion des sciences; et surtout vous combattez sans cesse et avec un succès digne de votre sainte cause, les erreurs du rationalisme, en établissant d'une manière évidente et irréfutable le rapport intime, l'entente parfaite qui existe entre la raison et la foi. Sur votre institution brille cette triple auréole de la science, du travail et de la foi. Aussi, vos travaux ont-ils obtenu plus d'une fois l'approbation et les encouragements de la plus haute autorité de ce monde, celle du vicaire de Jésus-Christ.

Nos meilleurs vœux vous accompagnent. Puissiez-vous vous étendre de jour en jour davantage. Car, aujourd'hui plus que jamais, vous êtes appelés, devant le péril social menaçant, à rendre des services signalés à la Religion et à la Patrie. » (*Applaudissements.*)

Après quelques mots de remerciements encore, M. le Président déclare close la session d'octobre 1894 de la Société scientifique.

SESSION DU JEUDI 31 JANVIER 1895

A BRUXELLES

SÉANCE DES SECTIONS

Première section.

M. De Tilly donne lecture du rapport sur le mémoire intitulé : *Sur la géométrie non euclidienne*, par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

« Le but de l'auteur est de donner une démonstration nouvelle de ce fait, qu'il ne peut exister plus de trois espèces de géométrie ayant en commun avec le système usuel, les notions de la droite et du plan.

» Cette démonstration est basée sur trois principes, postulats ou axiomes que l'on peut admettre en géométrie comme conséquences du principe de continuité largement entendu. Mais le premier de ces principes, d'après lequel les relations de la géométrie euclidienne sont vraies à la limite dans les figures dont toutes les dimensions tendent vers zéro, se réduit au fond, quant à l'application qui en est faite (et conformément à une remarque présentée par l'auteur lui-même dans une lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire), à admettre que la somme des angles d'un triangle tend vers deux droits, quand les côtés tendent vers zéro, ce qui est encore une conséquence directe du même principe de continuité. Il faut y ajouter toutefois l'existence d'une limite pour le rapport des côtés de l'angle droit à l'hypoténuse, dans un triangle rectangle évanouissant.

» La méthode suivie par M. de la Vallée Poussin est simple et ingénieuse; elle est plus naturelle que celle que j'ai présentée

dans la note IV de mon *Essai de géométrie analytique générale.*

» Je propose à la section de voter l'impression du mémoire et des remerciements à l'auteur. »

Ces conclusions sont adoptées par la section. Le mémoire de M. de la Vallée Poussin sera publié dans la seconde partie des *Annales.*

M. Mansion expose à la section un essai de démonstration du théorème suivant : *Une droite qui a deux points dans un plan y est située tout entière,* en partant des remarquables définitions de la droite et du plan données par Cauchy, en 1833.

M. De Tilly fait observer qu'il serait utile d'ajouter à cette démonstration, pour la rendre irréprochable, l'énumération précise des postulats sur lesquels elle s'appuie, entre autres celui-ci : « Si la position d'un point E par rapport à un plan est déterminée par ses distances à trois points du plan, non situés en ligne droite, la distance de E à un quatrième point du plan est aussi déterminée. »

M. Mansion essayera de compléter sa démonstration dans ce sens pour la future session de la Société.

M. Pasquier présente quelques observations à propos de la note de M. Mansion, *Sur les principes de la mécanique rationnelle* (*) : tout en adhérant, quant au fond, à cette note si substantielle, il estime que parfois un détail pourrait être avantageusement modifié et que certains points de vue devraient être complétés ou généralisés.

I. La lettre t, qui intervient dans les formules de la mécanique rationnelle, peut et doit y être considérée comme une

(*) *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* 1892. Ce travail est reproduit dans Mansion, *Sur les principes de la géométrie, de la mécanique et de l'astronomie.* Paris, Gauthier-Villars, 1893.

variable indépendante quelconque. Ces formules acquièrent de la sorte une signification plus générale que celle qui leur est ordinairement attribuée; elles deviennent indépendantes de la notion et de la mesure du temps, qui sont du ressort de la mécanique physique.

II. En ce qui concerne l'idée la plus générale qu'il convient de se faire de la force mathématique, c'est-à-dire de la force en tant qu'elle intervient dans les formules (*), le mieux est de regarder les composantes X, Y, Z de la force qui agit sur un point de masse m comme des fonctions de $x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ et t, satisfaisant aux relations

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=\mathrm{X},\quad m\frac{d^2y}{dt^2}=\mathrm{Y},\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=\mathrm{Z},$$

où la quantité m peut être elle-même, théoriquement, une fonction de t, de la position du mobile et de sa vitesse.

Quelques exemples, pris dans la mécanique physique, éclaircissent cette notion mathématique de la force.

1. La pesanteur, pour les cas ordinaires, est une force constante en grandeur et en direction.

2. La gravitation universelle est une fonction des x, y, z. Il en est de même des phénomènes électriques, magnétiques, etc.

3. Ce qu'on appelle la réaction normale d'une surface est $f(x, y, z)$; le frottement, ou réaction tangentielle, généralement considéré comme proportionnel à la réaction normale quand il s'agit de solides, est une fonction de la vitesse, donc de $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$, quand il s'agit de fluides (liquides ou gaz). La résistance du milieu, qui agit comme le frottement, est aussi une fonction de la vitesse.

(*) Abstraction faite de la considération, toute théorique jusqu'à présent, des forces de divers ordres.

III. *Cas d'un point assujetti à satisfaire à une relation de la forme*

$$(1) \quad . \quad . \quad F\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}, t\right) = 0.$$

Analytiquement, le problème est indéterminé, en ce sens que la *force de liaison* peut, analytiquement, avoir une direction quelconque. Pour déterminer le problème, on doit donc, outre la relation (1), se donner la direction de la force de liaison.

Il en est de même en mécanique physique. Pour une surface donnée $F(x, y, z, t) = 0$, la direction de la réaction dépend encore des substances en contact, de la température, etc.; pour résoudre le problème dans ce cas, on se donne donc, là aussi et en se fondant sur les lois du frottement, la direction de la réaction de la surface.

Ainsi l'on se borne à un cas tout spécial, insuffisant au point de vue théorique et au point de vue pratique, quand on suppose, comme on le fait habituellement en mécanique analytique, la force de liaison normale à la surface $F = 0$.

Kirchhoff, auquel renvoie M. Mansion, a eu soin de traiter le cas général. Il met les équations du mouvement du point sous la forme

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{array}{l} m\frac{d^2x}{dt^2} = X + \lambda X_1, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y + \lambda Y_1, \\ \qquad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z + \lambda Z_1, \end{array} \right.$$

où XYZ sont les composantes de la force indépendante de la liaison, où X_1, Y_1, Z_1 sont des fonctions données de $x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ et t et où l'on détermine λ en remplaçant, dans (1) ou éventuellement dans $\frac{dF}{dt} = 0$ ou $\frac{d^2F}{dt^2} = 0$, les quantités $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}$ par leurs valeurs tirées des équations (2).

Remarque. La forme (1) est la plus générale pour l'équation de liaison; Kirchhoff s'est borné à considérer la forme $F(x, y, z, t) = 0$.

IV. *Équation de d'Alembert pour le cas d'un seul point matériel assujetti à satisfaire à la relation* (1).

Reprenons les équations (2) et multiplions-les respectivement par des quantités arbitraires δx, δy, δz; nous aurons :

$$(3) \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{aligned} &\left(X + \lambda X_1 - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y + \lambda Y_1 - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y \\ &\qquad + \left(Z + \lambda Z_1 - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0. \end{aligned} \right.$$

A elle seule, cette équation (3), vu la signification des δx, δy, δz, est équivalente aux trois équations (2).

Mais on peut aussi remplacer l'équation (3) par celle-ci :

$$(4) \quad . \quad . \left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y + \left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0,$$

à la condition d'assujettir les δ à satisfaire à la relation

$$(5) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad X_1\delta x + Y_1\delta y + Z_1\delta z = 0.$$

Remarques. 1. D'une façon plus générale, dans le cas d'une équation $F = 0$, on peut toujours se servir de la formule de d'Alembert sous la forme ordinaire (4) à la condition d'attribuer aux δ des valeurs qui satisfont à l'équation de liaison ou à toute relation qui peut s'en déduire.

Cette remarque s'applique, quel que soit le nombre d'équations de condition. Il est utile de l'avoir présente à l'esprit pour la suite de cette note.

2. La relation (5) à laquelle doivent satisfaire les δ est plus générale que la relation

$$(6) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{\partial F}{\partial x}\delta x + \frac{\partial F}{\partial y}\delta y + \frac{\partial F}{\partial z}\delta z = 0,$$

à laquelle on les assujettit toujours. — Cette relation (6) est même souvent considérée comme une conséquence nécessaire de l'équation (1); en réalité, elle en est complètement distincte.

3. La relation (5) ne se trouve nulle part, pas même dans Kirchhoff qui, lorsqu'il s'agit du théorème de d'Alembert, réattribue inutilement à $X_1 Y_1 Z_1$, comme tout le monde le fait, la signification spéciale de $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$. — La formule (1) de M. Appell, page 332 des *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, année 1892, 1[er] semestre, constitue un cas particulier de la relation (5) ci-dessus : cette formule (1) est ce que devient (5) quand on suppose le frottement proportionnel à la pression normale; cette hypothèse de M. Appell est à peine vraie, entre des limites assez restreintes, dans le cas du frottement des solides, tandis que la relation (5) est générale et s'applique à tous les systèmes de points matériels et à toutes les circonstances du mouvement.

Lors de l'application à la mécanique physique, dans le cas du mouvement sur une surface $F(x, y, z, t) = 0$, on posera, par exemple, quand on voudra tenir compte du frottement :

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} X_1 &= \frac{\partial F}{\partial x} + h\frac{dx}{dt}\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} = X' + X'', \\ Y_1 &= \frac{\partial F}{\partial y} + h\frac{dy}{dt}\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} = Y' + Y'', \\ Z_1 &= \frac{\partial F}{\partial z} + h\frac{dz}{dt}\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} = Z' + Z''; \end{aligned} \right.$$

la quantité h, qui entre dans ces formules, doit être considérée comme pouvant être, en général, une fonction de $x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$, et t ; en principe, elle est fournie par les lois du frottement qui conviennent aux matières en contact et aux circonstances du mouvement.

4. En revenant à l'équation générale (3), on voit qu'on peut assujettir les δ à satisfaire à la relation ordinaire (6), à la condition d'adopter comme équation de d'Alembert :

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} &\left(X + \lambda X'' - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y + \lambda Y'' - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y \\ &\qquad + \left(Z + \lambda Z'' - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0. \end{aligned} \right.$$

Seulement ce serait une erreur de conclure de cette relation (6) que la force de liaison est perpendiculaire à la surface $F = 0$.

V. *Équation de d'Alembert pour le cas d'un seul point matériel assujetti à satisfaire à deux relations* $F_1 = 0_1$, $F_2 = 0$.

Les résultats qui précèdent s'appliquent à ce cas.

On peut prendre l'équation de d'Alembert sous la forme usitée

$$(4) \quad \left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y + \left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0,$$

à la condition que les δ soient liés par les relations

$$(9) \quad \ldots\ldots \begin{cases} X_1\delta x + Y_1\delta y + Z_1\delta z = 0, \\ X_2\delta x + Y_2\delta y + Z_2\delta z = 0, \end{cases}$$

où X_2, Y_2, Z_2 jouent par rapport à la relation $F_2 = 0$ le même rôle que X_1, Y_1, Z_1, par rapport à la relation unique $F = 0$, considérée tantôt.

Remarques. 1. De l'équation de d'Alembert (4), on déduit aisément les équations de Lagrange. Dans le cas actuellement considéré, elles sont de la forme

$$(10) \quad \ldots\ldots \begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = X + \lambda_1X_1 + \lambda_2X_2, \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = Y + \lambda_1Y_1 + \lambda_2Y_2, \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = Z + \lambda_1Z_1 + \lambda_2Z_2. \end{cases}$$

On détermine les λ en remplaçant dans les équations $F = 0$, ou, éventuellement, dans les équations $\frac{dF}{dt} = 0$ ou $\frac{d^2F}{dt^2} = 0$, les quantités $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ par leurs valeurs tirées de (10); on trouve ainsi deux équations du premier degré en λ_1 et λ_2 qui servent à déterminer ces inconnues.

2. En mécanique physique, quand un point est assujetti à se

mouvoir sur une courbe donnée $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, on peut aussi, dans le cas où l'on a égard au frottement, prendre pour équation de d'Alembert

$$(11)\quad \left\{\begin{aligned}&\left(X + \lambda_1 X_1'' + \lambda_2 X_2'' - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y + \lambda_1 Y_1'' + \lambda_2 Y_2'' - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y\\&\qquad + \left(Z + \lambda_1 Z_1'' + \lambda_2 Z_2'' - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0,\end{aligned}\right.$$

à la condition d'assujettir les δ aux relations ordinaires :

$$(12)\quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned}X_1'\delta x + Y_1'\delta y + Z_1'\delta z = 0,\\ X_2'\delta x + Y_2'\delta y + Z_2'\delta z = 0;\end{aligned}\right.$$

mais, de ces relations (12), on n'est évidemment pas en droit de conclure, comme on le fait trop souvent, que les forces de liaison sont, en général, normales aux surfaces $F_1 = 0$, $F_2 = 0$.

VI. *Généralisation des résultats précédents ou principe général de la mécanique analytique.*

Quand il s'agit de n points libres, l'équation (1) de la note de M. Mansion, ou formule de d'Alembert, savoir :

$$(13)\quad \left\{\begin{aligned}&\underset{k=1}{\overset{k=n}{\mathrm{S}}}\left[\left(X_k - m_k\frac{d^2x_k}{dt^2}\right)\delta x_k + \left(Y_k - m_k\frac{d^2y_k}{dt^2}\right)\delta y\right.\\&\qquad\left. + \left(Z_k - m_k\frac{d^2z_k}{dt^2}\right)\delta z\right] = 0,\end{aligned}\right.$$

où X_k, Y_k, Z_k sont les composantes de la force mathématique appliquée au point de coordonnées x_k, y_k, z_k, multipliées par un coéfficient m_k, constant ou variable et où δx_k, δy_k, δz_k sont des quantités arbitraires quelconques, est certainement satisfaite et est générale. Mais quand il s'agit de n points liés entre eux par l relations de la forme

$$(14)\quad \ldots\ldots\ldots \quad F_r = 0,$$

où $r = 1, 2, \ldots\, l < k$ et où F est, au point de vue le plus général, une fonction des $3n$ coordonnées des points, des $3n$ compo-

santes de leurs vitesses et des $3n$ composantes de leurs accélérations, il ne suffit pas, pour comprendre tous les cas théoriques, voire même seulement tous les cas pratiques, d'assujettir les δ à satisfaire aux l relations que voici :

$$(15) \quad . \quad . \quad . \quad \mathop{\mathrm{S}}_{k=1}^{k=n} \left(\frac{\partial F_r}{\partial x_k} \delta x_k + \frac{\partial F_r}{\partial y_k} \delta y_k + \frac{\partial F_r}{\partial z_k} \delta z_k \right) = 0,$$

et d'attribuer aux XYZ les valeurs des composantes des forces indépendantes des liaisons. En opérant de la sorte, on traite simplement le cas spécial où les forces de liaison correspondantes aux relations $F_r = 0$ sont toutes supposées normales aux surfaces $F_r = 0$.

Pour comprendre tous les cas, tant théoriques que pratiques, tout en conservant à l'équation de d'Alembert sa forme ordinaire (13), on doit remplacer les équations (15) par celles-ci :

$$(16) \quad . \quad . \quad . \quad \mathop{\mathrm{S}}_{k=1}^{k=n} (X_{r,k} \delta x_k + Y_{r,k} \delta y_k + Z_{r,k} \delta z_k) = 0;$$

où $X_{r,k}$, $Y_{r,k}$, $Z_{r,k}$ jouent, dans le cas général, le même rôle que X_1, Y_1, Z_1 dans le cas spécial d'un point assujetti à une condition $F = 0$.

On pourrait aussi — c'est presque inutile de le remarquer — conserver les relations (15), à la condition d'introduire dans l'équation de d'Alembert (13) les forces de frottement, quand elles existent : il suffit, pour le voir, de généraliser ce qui a été dit au n° IV à propos d'un seul point matériel et d'une seule surface de frottement.

Quant aux équations de Lagrange, elles doivent, dans le cas général, être remplacées par celles-ci :

$$(17) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \begin{cases} m_k \dfrac{d^2 x_k}{dt^2} = X_k + A_k, \\ m_k \dfrac{d^2 y_k}{dt^2} = Y_k + B_k, \\ m_k \dfrac{d^2 z_k}{dt^2} = Z + C_k, \end{cases}$$

où

$$\left\{\begin{array}{l} A_k = \lambda_1 X_{1,k} + \lambda_2 X_{2,k} + \cdots + \lambda_l X_{l,k}, \\ B_k = \lambda_1 Y_{1,k} + \lambda_2 Y_{2,k} + \cdots + \lambda_l Y_{l,k}, \\ C_k = \lambda_1 Z_{1,k} + \lambda_2 Z_{2,k} + \cdots + \lambda_l Z_{l,k}. \end{array}\right.$$

Remarque. On peut, si on le juge bon, n'utiliser qu'une partie des équations de condition (16); l'équation de d'Alembert employée doit alors renfermer les forces de liaisons correspondantes aux équations (16) non utilisées.

VII. *Équation générale de l'équilibre pour le cas d'un système de points matériels.* — Lors de l'équilibre, tous les $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}$ sont nuls et l'équation (13) devient

$$(18) \quad \ldots \ldots \quad \mathop{\mathrm{S}}_{k=1}^{k=n} (X_k \delta x_k + Y_k \delta y_k + Z_k \delta z_k) = 0,$$

où les δ doivent être choisis de manière à satisfaire aux l équations (16), ou plus généralement aux l équations de conditions ou à l relations qui en tiennent lieu.

Remarques. 1. Si le système en équilibre est un solide libre, les liaisons ou équations de conditions peuvent simplement exprimer que les points du système restent à des distances invariables les uns des autres : c'est, en effet, cette propriété qui distingue, en mécanique analytique, un solide de tout autre système. De là, la marche suivante, qui est connue.

On désigne par u la vitesse d'un point déterminé du solide; par p, q, r les composantes de l'axe instantané de rotation. On exprime que le système est un solide en donnant à δx, δy, δz, qui entrent dans la formule (18), les valeurs qui conviennent exclusivement aux composantes de la vitesse d'un point quelconque du solide, donc en posant :

$$(19) \quad \ldots \ldots \quad \left\{\begin{array}{l} \delta x = u_x + qz - ry, \\ \delta y = u_y + rx - pz, \\ \delta z = u_z + py - qx. \end{array}\right.$$

En notant ensuite que u_x, u_y, u_z, p, q, r restent entièrement arbitraires, on conclut qu'au lieu des équations (18) et (19) ensemble, on peut écrire les six équations connues de l'équilibre d'un solide libre.

2. Suivant que l'on posera dans (18) :

$$(20)\left\{\begin{array}{l}\delta x = qz - ry,\\ \delta y = rx - pz;\\ \delta z = py - qx,\end{array}\right. \quad (21)\left\{\begin{array}{l}\delta x = -\omega y,\\ \delta x = +\omega x,\\ \delta z = 0,\end{array}\right. \quad \text{ou} \quad (22)\left\{\begin{array}{l}\delta x = u_x - \omega y,\\ \delta y = u_y + \omega x,\\ \delta z = 0,\end{array}\right.$$

on retrouvera les équations d'équilibre d'un solide qui a un point fixe, la seule équation d'équilibre d'un solide qui a un axe fixe ou les trois équations d'équilibre d'un solide qui s'appuie sur un plan fixe.

VIII. Remarques générales. 1. Les $\delta x, \delta y, \delta z$ qui entrent dans les formules ci-dessus ne sont pas nécessairement des déplacements, mais on peut, si on le veut, les considérer comme tels : dans ce dernier cas, les équations (16) auxquelles les δ doivent satisfaire expriment que les déplacements considérés sont perpendiculaires aux forces de liaison. En d'autres termes, pour un système quelconque de points matériels, solide ou non, on peut, en mécanique physique, même quand on tient compte du frottement, et cela quelles que soient les lois de ce frottement, maintenir à l'équation de d'Alembert sa forme ordinaire (13), à la condition de considérer exclusivement les déplacements virtuels qui rendent nuls les divers travaux des forces de liaison. Dans sa note de 1892, M. Appell a déjà signalé ce résultat, mais seulement pour le cas particulier susmentionné.

2. Quand on considère les δ comme des déplacements définis par les formules (15), on les appelle souvent des déplacements virtuels *compatibles avec les liaisons*. On se rappellera que, dans le cas où le temps entre explicitement dans les relations $F = 0$, le déplacement réel n'est pas, même si l'on néglige le frottement, compris parmi ces déplacements dits « compatibles avec les liaisons ».

3. Toutes les forces dues à l'existence des relations $F = 0$ devraient être exclusivement nommées *forces dépendantes des liaisons* ou *forces de liaison*. Cette expression « forces de liaison » est générale et s'applique aussi bien au cas de liaisons entre les points d'un système en mouvement qu'au cas de liaisons de certains points de ce système avec d'autres qui n'en font pas partie.

4. Quant aux forces qui ne dépendent pas des liaisons, on devrait les appeler exclusivement *forces indépendantes des liaisons*. Les expressions de « forces motrices », « forces extérieures », « forces proprement dites », « forces directement appliquées », par lesquelles on les désigne habituellement, sont moins satisfaisantes.

M. Mansion donne lecture de la note suivante : *Sur l'inutilité de la considération de l'espace dit réel*, en mécanique.

« Dans la note *Sur les principes de la mécanique rationnelle*, que nous avons publiée il y a quelques années (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1891-1892, t. XVI, 1re partie, pp. 81-85), nous avons essayé de montrer que ces principes sont purement formels et équivalent à la définition de quelques termes nouveaux que l'on introduit dans la science de l'étendue.

Dans la présente note, nous nous occupons de la question de la relativité du mouvement que nous n'avions fait qu'indiquer antérieurement. « Duhamel, disions-nous dans notre » première note, dans son ouvrage intitulé : *Des méthodes dans* » *les sciences de raisonnement*, a prouvé que l'on ne peut con- » sidérer, en mécanique, que des mouvements *relatifs* par rap- » port à un système rigide. »

Le R. P. Leray, M. Vicaire et sans doute beaucoup d'autres ne partagent pas cette manière de voir. Ils regardent l'espace comme un être passif réel et fini, dans lequel sont plongés tous les corps et par rapport auquel on peut parler de mouvement et de repos absolu.

Nous ne partageons pas leur manière de voir, au point de vue philosophique. Mais, sans entrer à ce sujet dans une discus-

sion métaphysique, il nous semble facile de montrer, au point de vue de la mécanique, que cette conception ne présente aucune utilité.

La chose est presque évidente au point de vue de la mécanique physique. En effet, par hypothèse, cet espace réel est absolument inconnaissable, soit qu'on le considère dans ses parties, soit comme un tout. Nous ne connaissons et nous ne pouvons connaître ni ses dimensions, ni sa forme, puisqu'il est absolument passif et ne peut nous révéler d'aucune manière ses propriétés au point de vue de la grandeur ou de la forme.

Par hypothèse encore, il est absolument homogène; ses parties sont indiscernables. Il échappe radicalement à nos sens; nous ne le connaissons que par l'idée que nous en avons; celle-ci est identique à l'espace idéal des géomètres obtenue, ce semble, par abstraction, de la considération des corps matériels.

Comment en mécanique physique, comment dans la description des phénomènes de mouvement des objets matériels, introduire n'importe quelle relation de ces corps avec cet espace réel de forme et de grandeur inconnues? Comment affirmer ou nier que le Soleil ou la Terre est, par exemple, à tel ou tel moment, dans tel ou tel point indiscernable de cette étendue inconnaissable?

Cet espace réel, indépendant des objets matériels, a, pour nous, les propriétés d'un fluide extrèmement subtil, dont par hypothèse, la résistance au mouvement de n'importe quel corps serait toujours si petite qu'elle n'altérerait jamais ce mouvement que de quantités échappant à toutes nos mesures. Comment pourrions-nous rien savoir sur la forme ou l'étendue d'un pareil fluide dont nous supposons *à priori* l'action imperceptible? Nous ne le pourrions évidemment pas. Nous le pouvons tout aussi peu pour l'espace réel dont l'action est, non pas imperceptible, mais rigoureusement nulle.

Donc au point de vue de la mécanique physique, la considération de l'espace réel n'est d'aucune utilité.

Il en est de même en mécanique rationnelle, puisque l'on ne s'y occupe que de figures idéales et de leur mouvement les unes

par rapport aux autres. Si l'on suppose que ces mouvements soient déterminés par ceux de n points, on aura une description complète de ces mouvements si l'on connaît les distances mutuelles, en nombre $\frac{1}{2} n (n - 1)$, que prennent successivement ces points. On pourra rapporter ces mouvements à un système d'axes rectangulaires déterminés par ces points; on pourra, par une fiction de langage, donner le nom d'axes *fixes* au système choisi et décrire le mouvement des points, par rapport à ces axes. Mais il est clair que cette description ne contiendra rien d'essentiel de plus que la description plus abstraite où l'on fait connaître à chaque instant les distances mutuelles des n points (*).

Puisque l'on peut décrire tout phénomène de mouvement sans recourir aucunement à l'espace réel, quelle utilité y aurait-il à l'introduire, soit en mécanique physique, soit en mécanique rationnelle, et pourquoi parler de mouvement absolu par rapport à cet espace plutôt qu'à un corps rigide quelconque? Dans l'un et l'autre cas, les mots *mouvement absolu* n'ont qu'un sens conventionnel et, en réalité, tout relatif. « Lorsque les distances d'un point aux différents points d'un système rigide varient, dit Duhamel, on dit que ce point est en mouvement *relativement* à ce système. » (*Des méthodes dans les sciences de raisonnement,* 4e partie, Avant-Propos, n° 4.)

Cette communication donne lieu à une discussion entre les divers membres de la section. En particulier, M. De Tilly maintient ses opinions antérieures sur le sens qu'il convient d'attribuer aux notions de mouvement absolu et de mouvement relatif.

M. Goedseels fait ensuite une communication *sur les formules de transformation d'Euler et leur emploi en astronomie.*

Il fait remarquer que dans plusieurs traités didactiques on ne précise pas suffisamment comment il convient de mesurer les

(*) Ici la notion de relativité est plus cachée, mais elle subsiste toujours ; elle se trouve dans l'idée de distance elle-même.

angles θ, φ, ψ qui figurent dans les formules de transformation d'Euler. Il indique comment il convient de procéder pour obtenir les formules d'Euler. Ces formules d'ailleurs peuvent rendre de grands services pour la résolution des questions qui se présentent en trigonométrie.

M. Ch. J. de la Vallée Poussin résume brièvement quelques recherches qu'il a faites, dans la théorie des nombres, et qui se rapportent au chapitre de la théorie des formes quadratiques binaires qui a pour objet la composition des classes et des genres.

Les propriétés des formes quadratiques sur lesquelles repose la composition de ces formes entre elles, ont été découvertes par Gauss, qui leur a consacré une place importante dans les *Disquisitiones Arithmeticae.* Le théorème qui se présente comme le terme de toutes les considérations relatives à la composition des genres est celui-ci : *Tous les genres, théoriquement possibles sans contradiction avec la loi de réciprocité de Legendre, sont réellement représentés et renferment le même nombre de classes.* Gauss, qui a découvert le théorème, l'a ramené à cet autre, que *toutes les classes du genre principal peuvent se former par duplication.* Toutefois, ce nouveau résultat repose sur les conditions de possibilité de l'équation indéterminée

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0,$$

et celles-ci n'ont été établies jusqu'à présent que par des considérations étrangères à la composition des formes. Il semble donc que cette théorie ne se suffise plus à elle-même sur ce point. Dirichlet a également déterminé le nombre de genres par une méthode analytique qui lui est propre, mais qui ne comble nullement la lacune qui vient d'être signalée. C'est pourquoi M. de la Vallée s'est proposé de chercher une démonstration arithmétique du théorème en question dans les seules propriétés qui résultent de la composition des classes. Il y est arrivé, pense-t-il, en établissant, en même temps, le théorème suivant, qui renferme, comme cas particulier, les conditions de possibilité de l'équation écrite plus haut :

Étant donnée une forme (a, b, c) *de déterminant* D, *appartenant à l'ordre proprement primitif, et un nombre quelconque* m *premier à* 2D, *la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation*

$$(a, b, c) = mz^2$$

soit résoluble est que m *soit représentable par une forme de déterminant* D *du même genre que* (a, b, c).

M. de la Vallée espère pouvoir présenter prochainement son travail à la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique.

Deuxième section.

M. Van der Mensbrugghe, professeur à l'Université de Gand et président de la section, dépose un mémoire de M. P. Duhem, professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux. Ce mémoire, intitulé *Second fragment d'un cours d'optique physique,* et qui fait suite à un précédent mémoire du même auteur (voir le compte rendu de la session d'avril 1894), sera publié dans la seconde partie des *Annales*.

M. G. Van der Mensbrugghe fait la communication suivante : *Sur la pression capillaire exercée par une couche superficielle courbe; réponse au R. P. Leray.*

« Au mois d'août 1894 (*), le R. P. Leray a rappelé la communication que j'avais faite dans la session d'avril 1893 et qui avait pour titre : *Réfutation des objections du R. P. Leray contre la théorie de la tension superficielle des liquides.*

L'auteur ne critique ma réfutation qu'en un seul point, très important il est vrai, car il concerne la démonstration de la formule fondamentale de la capillarité, énoncée d'abord par Young, mais généralement attribuée par erreur à Laplace. Il concède volontiers ma réclamation de priorité en faveur du célèbre phy-

(*) Voir le *Bulletin* de la session d'avril 1894, p. 14.

sicien anglais ; toutefois il fait des réserves quant à la rigueur des raisonnements qui conduisent à la formule en question.

Je commence par remercier notre savant confrère des observations judicieuses qu'il a présentées à cet égard ; la démonstration qu'il a en vue est en effet très délicate ; telle qu'elle a été donnée d'abord par Dupré de Rennes (*), elle prête à des objections fondées. C'est pourquoi je vais reprendre la question en tâchant d'être aussi clair et aussi rigoureux qu'il me sera possible.

Rappelons d'abord que la couche superficielle d'un liquide dans laquelle résident les forces figuratrices, n'a qu'une épaisseur d'environ $\frac{1^{mm}}{20000}$; cette couche peut être regardée comme composée d'une série de tranches liquides parallèles à la surface libre supposée en équilibre ; dans chacune d'elles, les molécules sont plus écartées qu'à l'intérieur, et pour ce motif, il y règne une tension propre, laquelle varie depuis zéro (dans la tranche extrême intérieure) jusqu'à une valeur maxima pour la tranche libre qui est en contact avec le milieu ambiant ; la somme de toutes ces tensions élémentaires constitue la force contractile qu'on mesure par l'expérience.

Cela étant, considérons en particulier l'une des tranches dont se compose la couche superficielle courbe du liquide donné (**), et soit f la tension (par unité de longueur) dont cette tranche est douée. Soit a (fig. 1) un point de la surface de la tranche courbe d'une épaisseur négligeable ; traçons, sur la surface, une ligne $bcb'c'$ dont tous les points soient à une même distance très petite Δs du point a ; l'aire limitée par cette ligne fermée se rapprochera d'autant plus d'un cercle que Δs sera plus petit.

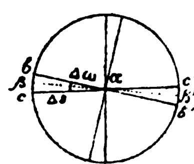


Fig. 1.

Imaginons maintenant deux sections normales à la surface coupant celle-ci suivant les lignes brisées bab', cac', et faisant

(*) Voir sa *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, p. 279.

(**) Nous supposons que la couche superficielle soit en équilibre, au moins dans sa forme générale ; car nous savons aujourd'hui que les molécules des liquides sont très probablement en vibration : je ne considère ici que leurs positions moyennes.

entre elles un angle très petit $bac = b'ac' = \Delta\omega$. Il est évident que dans le secteur bac, le point a peut être regardé comme sollicité par une infinité de tensions dirigées suivant ab, $a\beta$, ... ac, et ayant sensiblement pour résultante unique $f \times$ arc $bc = f.\Delta s.\Delta\omega$. De la même manière, l'ensemble des tensions ab', $a\beta'$, ... ac' a pour résultante une force égale aussi à $f.\Delta s.\Delta\omega$; ces deux résultantes peuvent également être regardées comme situées dans une même section normale, et si ε désigne l'angle de contingence correspondant, l'ensemble de toutes les tensions issues de a et agissant dans le double dièdre d'ouverture très faible $\Delta\omega$, produira une pression normale élémentaire $2f.\Delta s.\Delta\omega.\varepsilon$. Or, on a $\lim \frac{\varepsilon}{\Delta s} = \frac{1}{\rho}$, ρ étant le rayon de courbure de la section normale comprenant les deux résultantes ci-dessus; nous pourrons donc remplacer ε par $\frac{\Delta s}{\rho}$, mais avec la restriction formelle que Δs tende incessamment vers zéro : nous aurons ainsi $2f.\Delta\omega.\frac{\overline{\Delta s}^2}{\rho}$.

Évaluant de la même manière l'action normale des forces agissant dans les deux dièdres opposés, formés par les sections normales respectivement perpendiculaires aux deux premières, nous trouverons évidemment $2f.\overline{\Delta s}^2.\Delta\omega.\frac{1}{\rho'}$, ρ' étant le rayon de courbure de la section perpendiculaire à celle qui donne la valeur précédente. L'action totale des quatre dièdres suivant la normale peut donc s'écrire

$$2f\overline{\Delta s}^2.\Delta\omega\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right).$$

Pour toute autre position du système des quatre sections normales perpendiculaires deux à deux, l'action serait la même, car la somme $\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}$ est constante et égale à celle des courbures principales $\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}$. Par conséquent, pour avoir la somme de toutes les pressions élémentaires due à l'ensemble de toutes les sections normales qu'on peut imaginer autour du point a, il suffit de multiplier la valeur ci-dessus par le nombre de fois $\frac{\pi}{2\Delta\omega}$ que $\Delta\omega$ est compris dans le quart de la circonférence du rayon 1 ; on a ainsi :

$$\pi\overline{\Delta s}^2.f\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right),$$

avec la restriction formelle que Δs tende vers zéro.

D'un autre côté, la pression totale qui sollicite la surface limitée par la courbe *bcb'c'* est d'autant plus rapprochée de $\pi\overline{\Delta s}^2.p$ (p étant la pression par unité de surface) que Δs est plus petit; moyennant cette restriction, qui coïncide d'ailleurs avec la précédente, nous pourrons écrire :

$$\pi\overline{\Delta s}^2.p = \pi\overline{\Delta s}^2.f\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right), \quad \text{ou} \quad p = f\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

De même, la pression p' exercée au point correspondant à a par la force contractile f' d'une deuxième tranche courbe de la même couche superficielle, serait donnée par

$$p' = f'\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

Faisant de même pour toutes les autres tranches, et ajoutant toutes les pressions partielles dirigées suivant la même normale et appliquées en des points tellement voisins qu'on peut les regarder comme se confondant en un seul, on aurait enfin pour la pression totale P exercée pour la couche de tension F :

$$(p + p' + \cdots) \quad \text{ou} \quad P = (f + f' + \cdots)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = F\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

C'est la formule fondamentale de la capillarité, à laquelle Young est arrivé le premier.

Présentons actuellement quelques remarques au sujet de la démonstration telle que l'a donnée Dupré de Rennes et que j'avais regardée jusqu'ici comme claire et suffisamment rigoureuse.

Au lieu de faire partir les forces contractiles élémentaires du point même pour lequel il cherche la pression capillaire, cet auteur dit expressément : « Dans les deux dièdres opposés, la » tendance à la contraction donne deux forces égales entre elles » qui s'exercent perpendiculairement à l'arc *bc* (je me sers des » notations ci-dessus) ; elles se coupent sur la normale menée » en a sous un angle $\frac{2\Delta s}{\rho}$, et leur résultante a pour valeur » $\frac{2f\overline{\Delta s}^2\Delta\omega}{\rho}$. »

En raisonnant de cette manière, on obtiendrait, pour le cas d'une sphère liquide, non pas une pression dirigée vers le centre de cette sphère, mais bien une traction dirigée vers l'extérieur; c'est cette traction qui se manifeste, par exemple, dans une bulle de savon immédiatement après qu'on l'a crevée, et qui produit l'espèce d'explosion observée surtout avec les bulles très minces et de faibles dimensions. Mais, dira-t-on, il suffit d'appliquer toutes les forces sur l'arc *bc* en sens inverse; mais alors, si elles sont directement opposées aux premières, elles ne peuvent que donner une résultante égale à 0; si, au contraire, elles forment avec les premières un angle $\varepsilon_1 = \frac{2\Delta s}{\rho_1}$, ρ_1 étant le rayon de courbure de la surface au milieu de l'arc *bc*, on n'obtient plus la pression capillaire en *a*, mais en un point de l'arc *bc*.

En conséquence, je dois reconnaître que le R. P. Leray avait raison de trouver obscur le raisonnement que j'ai fait au sujet de la détermination de la pression capillaire; j'ose espérer que la démonstration précédente lui paraîtra offrir à la fois plus de clarté et de rigueur, et qu'ainsi les difficultés survenues dans l'esprit du savant français à propos de la théorie de la tension superficielle seront enfin aplanies.

M. Van Aubel, professeur à l'Université de Gand, expose une série d'observations sur les phénomènes de Hall et la mesure des champs magnétiques.

M. Louis Henry, professeur à l'Université catholique de Louvain, présente les deux communications suivantes :

A. *Études expérimentales sur la solidarité fonctionnelle et la volatilité dans les composés carbonés.*

M. Louis Henry a appliqué à quelques *alcools monochlorés* ou *chlorhydrines glycoliques* la méthode générale qu'il a fait connaître il y a quelques années pour obtenir les éthers méthyliques monochlorés de la formule $H_2C{<}^{OC_nH_{2n+1}}_{Cl}$.

Avec le *glycol monochlorhydrique* $\begin{matrix} H_2C-OH \\ | \\ H_2C \;\; Cl \end{matrix}$, il a obtenu les produits suivants :

$H_2C<{O-CH_2-CH_2Cl \atop Cl}$ Liquide éb. 153°.

$H_2C<{O-CH_2-CH_2Cl \atop O-CH_2-CH_2Cl}$ id. éb. 218°.

Avec le *glycol monochlorhydrique triméthylinique*, il a spécialement obtenu le composé

$H_2C<{O-CH_2-CH_2-CH_2Cl \atop O-CH_2-CH_2-CH_2Cl}$ Éb. 258°.

Au point de vue de la *solidarité fonctionnelle*, *l'oxyde de méthyle-éthyle bichloré bi-primaire*

$H_2C<{O-CH_2-CH_2Cl \atop Cl}$

constitue un composé des plus intéressants et très apte à montrer l'influence que le voisinage de l'oxygène détermine dans les aptitudes réactionnelles du chlore.

Ainsi que la formule le montre

$$\begin{matrix} HH & & HH & HH \\ \vee & & \vee & \vee \\ C & -O- & C & - C \\ | & & & | \\ Cl & & & Cl \end{matrix}$$

ce composé renferme deux groupements H_2CCl, l'un directement en rapport avec O, l'autre d'une manière médiate, séparé de O par un groupement CH_2.

Dans le premier de ces groupements, CH_2-Cl, le chlore manifeste une aptitude spéciale à réagir avec les systèmes moléculaires hydrogénés ou métalliques : eau, alcool, ammoniaque, alkyl-amines, etc., aptitude que l'on ne constate pas dans le second.

M. Louis Henry attire l'attention sur les séries suivantes de

méthylals et de leurs dérivés *bi-chlorés bi-primaires*, remarquables au point de vue de la *volatilité*.

$H_2C<^{OCH_3}_{OCH_3}$	Éb. 42°	$H_2C<^{OCH_2Cl}_{OCH_2Cl}$	Éb. 127°
	Différence 85°		Différence 91°
	43°		
$H_2C<^{OCH_2-CH_3}_{OCH_2-CH_3}$	Éb. 85°	$H_2C<^{OCH_2-CH_2Cl}_{OCH_2-CH_2Cl}$	Éb. 218°
	Différence 133°		Différence 40°
	50°		
$H_2C<^{O-CH_2-CH_2-CH_3}_{O-CH_2-CH_2-CH_3}$	Éb. 136°	$H_2C<^{OCH_2-CH_2-CH_2Cl}_{OCH_2-CH_2-CH_2Cl}$	Éb. 258°
	Différence 122°.		

Le rapprochement de ces chiffres montre à l'évidence :

1° L'influence puissante qu'exerce sur la volatilité de la molécule totale le voisinage du chlore et de l'oxygène ;

2° Que cette influence s'exerce alors seulement que ces éléments sont fixés, comme dans le *méthylal bichloré*, sur le même atome de carbone.

B. *De quelques paradoxes chimiques.*

M. Louis Henry attire l'attention de la section sur les propositions suivantes, extraites de publications scientifiques récentes de chimistes mathématiciens et de mathématiciens chimistes :

a) Le principe du travail maximum n'est rigoureusement vrai qu'au zéro absolu.

b) La combinaison complète, sans trace de dissociation, n'est possible qu'au zéro absolu.

c) Un composé *endothermique* est un composé qui se forme d'autant plus aisément que la température est plus élevée.

Pour faire apprécier ce que ces propositions présentent d'extraordinaire, M. Louis Henry rappelle :

1° Que toute action chimique cesse à des températures comprises entre — 125° et — 155° (Raoul Pictet, *Comptes rendus*, t. CXV, p. 816) ;

2° Que les composés *endothermiques* proprement dits se font

en général remarquer par leur instabilité sous l'action de la chaleur.

Selon M. Louis Henry, la logique inflexible en usage dans les mathématiques abstraites ne doit être introduite qu'avec discrétion et prudence dans le domaine des réalités du monde créé. Lorsque l'esprit s'engage dans les voies rectilignes qu'elle lui trace, il est de toute nécessité qu'il ne perde jamais de vue les faits que révèlent l'expérience et l'observation. Ils sont la lumière : à les négliger ou à les oublier, on tombe fatalement dans l'obscurité et l'erreur.

Comme l'a dit un spirituel original, dans les sciences physiques tout aussi bien que dans les sciences morales et économiques, la logique devient facilement l'art de déraisonner en ligne droite.

M. l'abbé Coupé parle d'un phénomène observé depuis longtemps déjà, mais encore inexpliqué, dans les plaques photographiques en général, et surtout dans celles au gélatino-bromure.

Une plaque exposée à la lumière dans la chambre noire pendant un temps normal donne, après développement, une image *négative*. Si l'on prolonge considérablement le temps de pose, cette image négative se révèle de plus en plus faiblement. Si l'on vient à exagérer encore ce temps de pose, on obtient une image positive. Par conséquent, les agents réducteurs agissent sur les sels d'argent d'une façon diamétralement opposée suivant que l'exposition a été courte ou longue; après un temps de pose déterminé, les agents révélateurs ne produisent aucune modification dans la couche sensible, bien que celle-ci ait été exposée à la lumière.

Troisième section.

La section se rallie aux conclusions des rapports des RR. PP. Hahn et Bolsius, S. J., sur le travail de M. Fernand Meunier, *Observations sur quelques diptères tertiaires*, et décide l'impression de ce travail dans la seconde partie des *Annales*.

M. Fernand Meunier lit la note suivante :

Quelques réflexions sur l'évolution des insectes.

« Dans une intéressante communication concernant *les conclusions et les applications de l'anthropologie d'après M. Topinard,* notre savant collègue, le R. P. Van den Gheyn, a montré que nos connaissances sont encore peu concluantes en faveur de l'évolution du corps de l'homme (*).

Je vais essayer maintenant de faire connaître quelle est la valeur des observations relatives au transformisme des invertébrés, en m'occupant plus particulièrement de l'histoire paléontologique des insectes.

En 1839, dans une thèse remarquable pour l'époque (**), Brullé signalait déjà l'utilité des études d'entomologie fossile, et indiquait par quelques exemples quels sont les précieux renseignements que cette science pouvait fournir à la géologie.

Depuis une trentaine d'années, on examine beaucoup plus sérieusement les empreintes d'arthropodes. Des naturalistes comme MM. Scudder, Woodward, Brongniart et quelques autres se sont efforcés, dans de belles monographies, de nous donner une idée de la faune des insectes qui devaient habiter l'Amérique du Nord et l'Europe pendant la durée des temps paléozoïques, mésozoïques et kainozoïques.

Mais dans l'état actuel de la science, toutes ces recherches ne peuvent être coordonnées, et elles nous éclairent très peu au point de vue de la doctrine évolutionniste et de la philosophie naturarelle.

Consultons les archives paléontologiques du globe, et voyons d'abord quels sont les articulés dont les restes ont été rencontrés dans les terrains silurien, dévonien et carbonifère.

Les insectes de ces antiques époques ont beaucoup de ressem-

(*) *Bull. Soc. scient. de Bruxelles*, 18 octobre 1894

(**) *Sur le gisement des insectes fossiles et sur les secours que l'étude de ces animaux peut fournir à la géologie.* Thèse de doctorat en sciences. Paris, 1839.

blance avec les libelluliens, les perliens et les éphémériens des différentes faunes actuelles.

Certains d'entre eux, comme les *Scudderia* et les *Lithomantis*, avaient au prothorax des appendices aliformes (*). Les blattes, au lieu de déposer leurs œufs au moyen d'une oothèque, les laissaient échapper séparément de leur oviducte.

D'autres articulés avaient un facies voisin de nos phasmides et fulgorides qui habitent les régions équatoriales.

Les arthropodes paléozoïques étaient déjà très nombreux, puisqu'on a découvert beaucoup d'empreintes de crustacés, myriapodes, arachnides et insectes dans les gisements de l'ancien et du nouveau monde.

Si nous continuons à fouiller les merveilleuses entrailles géologiques en passant par les terrains triasique, liasique, wealdien et jurassique, nous voyons le type insecte se modifier progressivement et adapter ses organes aux milieux les plus divers.

Cependant, c'est encore avec doute qu'on peut signaler les diptères et hyménoptères comme ayant existé à l'époque liasique.

Les lépidoptères, comme les premières fleurs, ont seulement fait leur apparition à la fin des temps jurassiques.

Pour terminer ce court résumé de paléo-entomologie, disons aussi que presque toutes les familles d'insectes que nous étudions étaient déjà représentées dans les étages éocène, miocène et pliocène du terrain tertiaire.

En méditant sur la biologie des articulés et après avoir comparé un certain nombre de leurs empreintes, je suis arrivé à faire quelques remarques critiques concernant l'évolution de ces invertébrés.

On a fait des hypothèses bien curieuses au sujet des ancêtres des insectes, et certaines opinions émises par plusieurs natura-

---

(*) MM. Brongniart et Woodward émettent des opinions différentes au sujet de ces moignons d'ailes. Le premier de ces naturalistes dit que ce sont des ailes placées au prothorax, et le second les considère seulement comme des lamelles analogues aux *Blepharis*.

listes éminents (Darwin, Haeckel, Perrier, etc.) ont un cachet d'originalité; mais elles ne permettent guère d'arriver à une conclusion sérieuse sur la phylogénie de ces êtres.

Il est démontré à présent que les types d'arthropodes se sont transformés pendant les longues périodes géologiques sous l'influence des sélections naturelle, sexuelle et de plusieurs autres causes, encore mystérieusement connues, qui ont modifié leurs organes pour arriver à donner naissance aux formes les plus singulières.

Cependant, la morphologie comparée des nervures alaires nous indique des caractères très distincts pour démembrer les insectes en *heterometabola* et en *metabola* (*). Puis, si nous étudions les ordres et les espèces, nous rencontrons bien des preuves en faveur de la doctrine évolutionniste. Mais poursuivons nos recherches, et examinons le problème à la lumière de la philosophie paléontologique. Quittons le domaine de l'analyse où nous venons de voir des arguments paraissant irréfutables, et essayons de posséder quelques idées synthétiques sur les ancêtres de nos articulés. Ici, malheureusement, il existe de profondes ténèbres, et le naturaliste, débarrassé de toute pensée préconçue, reconnaît sur quelle base encore chancelante est établi le fameux transformisme des insectes.

Plusieurs savants ont pensé qu'ils descendaient peut-être d'annélides du genre *Peripatus*, qui est placé, comme on le sait, à la tête de l'embranchement des vers et dans l'ordre des onychophores.

Dans son *Histoire de la création*, Haeckel dit que les vertébrés peuvent vraisemblablement descendre d'un groupe de vers appelés chordonniens. Mais dans cet ouvrage, écrit plus particulièrement pour les gens du monde, le naturaliste d'Iéna se caracté-

---

(*) La paléo-entomologie sera toujours une science donnant des renseignements incomplets, parce que les signes extraits des nervures alaires ne suffisent pas pour établir une division sérieuse des différents groupes. L'étude embryogénique et les formes larvaires nous permettent de faire quelques observations plus précises sur la phylogénie véritable de nos arthropodes.

rise surtout comme étant un illustre romancier scientifique. Malgré les brillantes découvertes de ce siècle, l'histoire naturelle des vers est très embrouillée, et leur classification, qui a été si souvent modifiée, ne paraît pas encore être établie au moyen de caractères anatomiques externes et internes pouvant satisfaire presque tous les zoologistes.

Enfin, les anatomistes de l'école actuelle considèrent l'*Amphioxus lanceolatus* comme le vertébré le plus inférieur en organisation et possédant déjà un rudiment de colonne vertébrale.

Essayons maintenant de résumer les quelques idées que nous avons brièvement esquissées dans cette notice.

Si on compare le type articulé depuis les empreintes siluriennes, on constate qu'il produit divers phylums donnant naissance à nos classes actuelles, et qu'enfin il apparaît pour la première fois à l'époque jurassique des êtres nommés papillons, dont les organes buccaux sont complètement adaptés pour se nourrir des liquides sucrés des fleurs, et chez qui les ailes se parent des couleurs les plus miroitantes. Si la science des faits semble prouver une évolution générale, les idées synthétiques ne favorisent guère cette manière de voir ; car elles démontrent même l'impossibilité de rattacher les embranchements entre eux et elles nous indiquent la pauvreté de nos matériaux paléo-entomologiques.

Certes, il y a eu une évolution chez les arthropodes, comme chez les autres animaux, mais elle n'a été que partielle. Dans l'état actuel de la science, il est prudent de dire que le Créateur paraît avoir laissé aux causes secondes le soin de faire évoluer les êtres dans une limite ne dépassant pas leur embranchement.

Concluons en disant que le transformisme appliqué à l'étude des arthropodes fossiles n'est pas prouvé; mais, actuellement, gardons-nous bien de dire qu'il est faux. »

M. Fernand Meunier communique ensuite quelques *notes diptérologiques*.

« Les mouches dont je vais entretenir la section ont été capturées en Thuringe par le Dr O. Schmiedeknecht, et je crois

rendre service aux diptéristes en faisant quelques observations sur ces rares *Tachininae*.

1° *Brachychaeta spinigera* Rondani. — Dans son ouvrage classique, Schiner fait connaître quelques espèces de *Frontina*, mais il mentionne dans la diagnose générique qu'il n'y a pas d'épine au bord antérieur de l'aile : « Flügel ohne Randdorn ».

Ce caractère, qui est si distinct chez ce *Tachininae*, ne permet pas de le placer dans le genre *Frontina*, de Schiner. Il faut donc élever le nom de *Brachychaeta* au rang générique ou modifier complètement, en ce qui concerne les nervures alaires, la diagnose des espèces de *Frontina* Schiner.

En résumé, l'étude sérieuse et minutieuse de ce *Tachininae* nous apprend que, malgré les travaux des savants auteurs précités, la classification de ces diptères est encore assez embrouillée et qu'il serait nécessaire de rédiger une revision monographique de ces insectes.

Je suis entièrement de l'avis de MM. Brauer et Bergenstamm qui placent les *Frontina* avec les *Phoroceratidae* et les *Brachychaeta* avec les *Baumhaueriidae* (*).

Il est regrettable que le mémoire de ces éminents diptéristes ne soit pas accompagné de notes synonymiques plus précises et ne mentionne pas quelques espèces, au lieu d'une seule, comme types des genres qu'ils ont étudiés avec tant de soin et décrits d'une manière si minutieuse.

C'est par erreur que MM. Brauer et Bergenstamm disent que les yeux sont nus chez les *Thelymorpha* (**). (Voir ma note : *Bull. Soc. scient.*, 18 oct. 1894; et SCHINER, *Fauna Austriaca*, p. 495.)

2° *Scopolia spathulata* Fallen (***). — Cette mouche, indiquée par Schiner (IV) parmi les espèces de *Scopolia*, ne peut

(*) *Die Zweiflüger des kaiserlichen Museums zu Wien. Vorarbeiten zu einer Monographie der Muscaria schizometopa.* DENKSCHRIFT DER KAIS. AKAD. DER WISS., t. LVI, p. 90 et 107; Wien, 1889.

(**) *Baumhaueria*, Schiner. Type : *Thelymorpha vertiginosa*, Fall.

(***) *Dipt. Sueciæ Muscides*, t. II, p. 7 (1818-1825).

(IV) *Dipt. Austriaca*, p. 541, t. I (1862).

pas être placée dans le genre de Robineau-Deswidy (*). Les vrais *Scopolia* Meigen (**) ont la cellule postérieure des ailes longuement pétiolée, tandis que chez la *spathulata*, qui a été si bien décrite par Qetterstedt (***), le pétiole est très court et la quatrième nervure longitudinale, « Spitzenquerader », a son angle aigu et muni d'un petit appendice, comme chez la *S. latifrons* Qett. (IV).

On peut continuer à placer ce tachinaire dans le genre *Scopolia*, mais il faut alors modifier le tableau dichotomique (V) et la diagnose générique de Schiner, en signalant que chez ces insectes la cellule postérieure des ailes est longuement ou courtement pétiolée et que la « Spitzenquerader » est quelquefois armée d'un petit appendice.

Le ♂ de *spathulata* a les crochets copulateurs très saillants.

Je ne crois pas que toutes les espèces de *Scopolia* signalées par Schiner puissent rentrer dans le genre *Phorichaeta* Rondani et Brauer et Bergenstamm (p. 106).

3° *Exorista rutila* Rondani (VI). — C'est par erreur que Schiner (VII) place ce tachinaire comme synonyme de l'*Exorista excisa* Fallen. Chez cette espèce, les macrochètes se trouvent seulement au bord des segments, tandis qu'ils existent au bord et sur le disque chez la *rutila* : « segmenta intermedia abdominis macrochetis discoïdalibus pluribus instructa ». Je dois encore ajouter que les cils qui sont implantés sur le milieu du deuxième segment n'ont pas un diamètre aussi gros que ceux de la marge, et qu'ils sont au nombre de trois ou de quatre.

4° *Agculocera nigra*, Macquart (VIII). — Ce rare tachinaire est

---

(*) *Essai sur les Myodaires*, p. 208, 6 (1830).

(**) *Syst. Beschreibung der bekannten europ. zweiflügeligen Insekten*, t. VII, p. 251 (1838), et pl. LXXI, fig. 46 à 51.

(***) *Dipt. Scand.*, t. III, p. 1031, 21 (1844).

(IV) *Id.*, t. III. p. 1214, 7 (1844).

(V) *Dipt. Austriaca*, t. I, p. LXII (1862).

(VI) *Dipt. ital. Prodr.*, t. III, p. 152, 13 (1859).

(VII) *Dipt. austriaca*, t. I, p. 462, (1856).

(VIII) *Ann. Soc. ent. de France*, t. III, 3, 22 (1835).

très peu connu des diptéristes. Rondani (*), avec raison, je crois, place cette espèce avec doute dans son genre *Acemyia*. »

M. Fernand Meunier fait aussi passer sous les yeux des membres de la section deux empreintes de *Nepa primordialis* Germar, provenant du gisement de Solenhoffen en Bavière.

Comme on le sait, les géologues placent ordinairement cette assise de calcaire lithographique avec l'étage corallien du terrain jurassique moyen.

Lorsqu'on étudie minutieusement ces hémiptères hydrocorides, on constate seulement qu'ils ne se sont guère modifiés depuis la période secondaire.

M. F. Meunier montre également deux empreintes de *Rhipidorhabdi*, Opp. (*Belostomum*, Germar).

M. le Dr Oppenheim, de Berlin, considère ces curieux insectes comme les ancêtres de nos papillons actuels.

Notre collègue termine en disant qu'il a pu étudier ces fossiles grâce à l'obligeance de M. le Dr Krantz, de Bonn.

M. Alphonse Proost, inspecteur général de l'Agriculture, fait la communication suivante :

La mémoire, la volonté et la psychologie expérimentale.

Quand on parcourt les traités de psychologie classique en usage dans les écoles de philosophie jusque dans ces dernières années, on est frappé de voir combien, en dépit des révélations de la physiologie, de la pathologie mentale, la psychologie, reposant sur l'observation pure ou sur les données précises de la psychophysique, est laissée dans l'ombre.

On continue à disserter doctement sur le système des *causes occasionnelles* de Descartes et de Malebranche ou des *harmonies providentielles* de Leibnitz; mais quant aux lois qui régissent le développement parallèle ou successif des facultés physiques, intellectuelles et morales, il n'en est guère question, comme si les sciences naturelles n'avaient pas projeté depuis trente ans de

(*) *Dipt. Ital. Prodr.*, t. IV, p. 80 (1861).

vives lueurs sur ces questions capitales au point de vue pédagogique, juridique et religieux.

Il a cependant paru dans les derniers temps, en langue française, des travaux très importants sur ce sujet, depuis les publications de Ribot sur *L'Hérédité psychologique*, sur *Les Maladies de la mémoire, de la personnalité*. J'ai publié moi-même, en 1878 et en 1882, dans la *Revue des questions scientifiques*, des études résumant mes observations personnelles, que j'ai développées plus longuement dans le journal *La Paix* (*), dans le *Journal de la Société centrale d'agriculture* (1878) et à la tribune même de la Société scientifique, en 1876.

Plusieurs de ces observations soulevèrent alors des critiques véhémentes, inspirées par les plus nobles préoccupations, de la part de professeurs et d'éducateurs craignant de voir porter atteinte à la doctrine du libre arbitre et de faire des concessions dangereuses aux théories matérialistes ou positivistes.

Nonobstant ces contradictions, je crus pouvoir maintenir intégralement mes affirmations, parce qu'elles reposaient sur l'observation et sur l'expérience.

Je constatai notamment l'impuissance du traitement moral dans certaines impulsions morbides ou vicieuses, qu'un traitement physique raisonné, reposant sur la connaissance des ressorts de l'organisme et des agents qui en modifient l'action, permet de redresser et de vaincre.

Je constatai aussi qu'on viole par ignorance, dans les collèges, non seulement les lois du développement physique, mais aussi les lois du développement harmonique des facultés intellectuelles en développant outre mesure les facultés que saint Thomas appelait si justement facultés organiques, aux dépens de la *raison*, de l'esprit d'observation, de l'esprit de suite, de la réflexion, de la volonté.

C'est sur ce point que je désire appeler un moment l'attention de la section en remémorant quelques passages de mes publi-

(*) *Les lois naturelles de l'éducation*. Édit. Coomans.

cations antérieures à celles de MM. Ribot, Payot, Paulhan, Surbled, etc.

« Frappé, disais-je, de voir sortir de certains collèges tant de fruits secs ou précocement corrompus, tant de malheureux qui roulent avec désespoir sur la pente du vice et parfois du crime, qui passent leur vie à faire le contraire de ce qu'ils veulent, en dépit de leur éducation religieuse et du dévouement de leurs maîtres, nous nous sommes demandé s'il ne fallait pas attribuer ces tristes résultats à des méthodes empiriques d'instruction et d'éducation qui violent inconsciemment les lois du développement physique et moral. »

Dès 1878, un journal catholique de Paris, analysant notre étude sur la philosophie naturelle du célèbre Huxley, concluait dans notre sens en ces termes :

« Chez nous, aujourd'hui, non seulement les enfants, les parents et les maîtres eux-mêmes, sont souvent étrangers aux lois les plus simples et les plus essentielles aux intérêts sociaux et à la conservation personnelle.

» Les hommes chargés d'élever les autres sont souvent absolument ignorants des lois de l'hygiène du corps et de celles de l'âme, et semblent ne pas se douter qu'ils sont consciencieusement responsables des suites, souvent fatales, de cette ignorance (*). » (*Le Monde*, 10 mai 1878.)

On ne saurait assez le redire : l'ignorance des lois naturelles

(*) « M. Proost revient, ajoutait *Le Monde*, sur une thèse qu'il a soutenue avec succès aux séances publiques de la Société, et que nous avons soutenue nous-mêmes bien des fois dans ces colonnes, savoir la nécessité d'introduire aujourd'hui dans l'enseignement classique *une étude très sérieuse des sciences d'observation, élevée au rang de base de l'éducation de l'esprit*, et présentée dès l'enfance, au degré le plus élémentaire, à l'âge de la curiosité, comme le meilleur moyen de former les facultés d'analyse et de généralisation, et comme un contre-poids nécessaire à l'enseignement grammatical et littéraire, qui forme surtout les facultés de la mémoire et de l'imagination.

» Nous sommes persuadés, pour notre part, et pour en avoir vu l'expérience, de l'importance extrême au point de vue religieux même (et peut-être à ce point de vue surtout) *d'un enseignement intuitif des choses et des lois de la nature au début de l'instruction*, pour donner de la fermeté et de la précision à l'intelligence, pour développer l'esprit d'observation et affermir le goût de l'étude, pour former le sentiment du beau et du bien, et agrandir l'idée de Dieu dans l'esprit de l'enfant. »

fait qu'on impose à l'écolier des lisières et des béquilles dont il pourrait très avantageusement se passer dans bien des cas si on écoutait la nature et si on substituait la méthode intuitive et la méthode d'observation à la méthode *catéchétique*. On l'ennuie, on le dégoûte de l'étude, on fatigue son attention en entassant les matières au programme, en lui enseignant des choses insipides et surannées qu'il s'empresse d'oublier dès qu'il a quitté le collège.

On entrave son développement physique à l'âge de la puberté en le clouant sur des bancs pendant de longues heures et en l'accablant de *devoirs*. Rien de plus contre nature, en fait d'éducation, que cette excitation continue du cerveau insuffisamment compensée par les récréations. Elle entrave non seulement le développement corporel, mais le développement normal de l'intelligence que l'on surchauffe, et même du *sens moral*.

C'est une grave erreur de croire que la *moralité* et la *volonté* ne relèvent pas de l'équilibre organique. Il existe, surtout dans les villes, une foule d'enfants dont la volonté est désarmée par la prédominance de l'élément impulsif, c'est-à-dire de la moelle sur le cerveau.

« L'instabilité de la volonté, dit le Dr Bigot, est le premier » caractère de cette faiblesse, l'expression fatale de la disproportion des facultés intellectuelles et morales. Possédant inégales » toutes les facultés, l'*instable*, nécessairement inconséquent » avec lui-même, *peut atteindre cependant un niveau normal s'il* » *est bien dirigé*. L'entendement est assez développé pour comprendre les devoirs qu'on lui dicte, pour en sentir la nécessité ; mais le jugement qui s'exerce avec des éléments inégaux » oublie constamment la leçon sous l'influence passionnelle qui » le tyrannise. Les fautes de ces esprits incomplets ressemblent » aux infractions de la conscience normale. Elles sont en réalité » de véritables infirmités psychiques *dont la cause matérielle* » *réside dans un appareil nerveux incomplet, inégal et mal pondéré.* »

La connaissance des *maladies de l'esprit* et des moyens de les prévenir et de les combattre devrait donc être l'une des bases de la pédagogie. Or, il n'en est rien.

L'enfant distrait, versatile, *amnésique*, est puni par ses maîtres, et la punition *aggrave presque toujours le mal*, car elle consiste à copier pendant les récréations des passages de classiques.

Il a paru, il y a quelque quarante ans, dans une bibliothèque d'éducation chrétienne, un livre fort bien écrit intitulé : ***Paul ou les dangers d'un caractère faible.*** L'auteur retrace sans s'en douter les inconvénients de la *maladie* si bien décrite par le Dr Bigot !

Quand donc comprendra-t-on en Belgique qu'il importe avant tout d'assurer l'équilibre organique pour former de *bons esprits* et des *caractères ?*

On l'a compris ailleurs, notamment en Angleterre et en Amérique.

Jules Simon cite notamment un collège anglais où les enfants furent divisés en deux groupes : le premier suivait le programme classique avec toutes ses exigences ; le second, la moitié de ce programme seulement, le reste du temps étant consacré aux exercices physiques et à la conversation. Quels furent ceux qui l'emportèrent plus tard sur les autres? Ceux du deuxième groupe, qui avaient acquis à la fois vigueur de muscles et vigueur de cerveau, facilité d'expression, développement de la personnalité, énergie physique et morale.

Il faudrait donc se préoccuper avant tout, comme je l'ai dit précédemment, de décharger les programmes, ce qui ne peut se faire qu'en réduisant le nombre d'heures consacré à l'étude des langues mortes et en apprenant les langues vivantes par la conversation : *non multa sed multum.*

C'est une erreur de croire que les exercices mnémotechniques à haute pression fortifient l'intelligence. En général, on peut dire qu'ils l'affaiblissent au contraire, qu'ils empêchent de penser, comme le disait si bien M. Thonissen. En développant outre mesure la mémoire machinale, on forme des esprits qui s'accroissent par *juxtaposition* au lieu de s'accroître par *assimilation.* L'expérience des examens prouve qu'il en est ainsi pour un grand nombre d'étudiants qui aiment mieux se servir de leur mémoire que de leur raison, apprendre par cœur *mécanique-*

ment au lieu d'étudier *logiquement.* C'est contre cette méthode, désastreuse pour l'intelligence, pour la personnalité humaine, que je ne cesse de m'élever. Je suis convaincu qu'elle entrave non seulement le développement de la raison, mais aussi du *caractère*, en paralysant la spontanéité. N'est-ce pas ce qui explique pourquoi on trouve aujourd'hui si peu de caractères et d'esprits à larges vues, tandis que les rhéteurs, les irrésolus, les esprits retors et sceptiques surabondent dans nos classes soi-disant éclairées et mènent les peuples à la ruine et à l'anarchie?

Il importe aussi de modifier nos programmes anciens au point de vue utilitaire, la lutte pour l'existence et le besoin de s'expatrier devenant de plus en plus grands dans notre pays.

Jules Vallès a écrit en tête d'un de ses livres — *Le Bachelier* — cette spirituelle dédicace : *A tous ceux qui, nourris de grec et de latin, sont morts de faim, je dédie ce livre.*

La connaissance des langues vivantes s'impose dans notre pays, et l'on ne peut nier que les humanités actuelles contribuent pour une large part à l'empêcher. Motif de plus pour décharger le programme, surtout pendant la première moitié des humanités, pendant cette période de la vie où l'on apprend encore aisément à *parler* une langue, pour ainsi dire en se jouant.

Nous avons consulté à ce sujet plusieurs directeurs d'écoles moyennes qui partagent notre manière de voir et trouvent notre idée parfaitement réalisable si on diminue le nombre des élèves des classes d'humanités. Mais l'on compte aujourd'hui dans certaines classes un nombre d'élèves tel qu'il est impossible de s'occuper sérieusement des étudiants. Ce sont des abus contre lesquels nous ne nous lasserons pas de protester.

L'éducation de l'homme est une mission sacrée. On ne peut la sacrifier plus longtemps en Belgique à des considérations d'intérêt matériel, quand on se montre si prodigue pour les lettres, les beaux-arts et l'industrie. « Celui qui tient en main l'*école*, disait Goethe, dispose des générations futures. » C'est donc dans l'école qu'il faut chercher à appliquer le remède pour conjurer le péril social.

Ce remède, je le répète, nous est offert par l'alliance de la

science avec la religion, particulièrement de la science biologique appliquée à l'étude des phénomènes psychiques dans l'enfance et dans l'adolescence.

Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre MM. Proost, le R. P. Van den Gheyn, Degive, le capitaine Van Ortroy, le marquis de Trazegnies et le chanoine Swolfs.

La discussion aboutit au vœu, formulé par M. Proost et unanimement approuvé par la section, de voir décharger les programmes de l'enseignement.

Le R. P. Bolsius, S. J., professeur au collège d'Oudenbosch (Pays-Bas), présente les trois communications suivantes :

I. A la session du mois d'octobre 1892 (*), le R. P. Bolsius signala un moyen bien simple qui permet d'indiquer facilement, dans le fouillis de détails d'une préparation microscopique, tel détail particulier.

Ce moyen était une lamelle de verre placée sur le diaphragme de l'oculaire, et portant deux lignes tracées au diamant et s'entre-croisant un peu en dehors du centre. En amenant le détail en question sous le point d'intersection, il est impossible qu'un observateur se trompe encore sur l'endroit que le microscopiste désire signaler spécialement à l'attention. En faisant ensuite tourner l'oculaire sur son axe, on débarrasse le détail indiqué de ces lignes entre-croisées, et on peut l'observer sans obstacle.

Par ce moyen, on réussit à montrer successivement à un grand nombre de personnes, en très peu de temps, telle particularité qui, sans ce moyen, demanderait un temps très long et des tâtonnements infinis. On n'a qu'à remettre l'oculaire, pour chacune des personnes, dans la première position.

La communication se terminait ainsi : « Il va sans dire qu'il vaut mieux ôter l'oculaire et le remplacer par un autre de même force, une fois que l'observateur a signalé l'endroit à exa-

(*) *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 17e année, 1892-1893, Ire partie, pp. 31-32.

miner spécialement; car cette lamelle, quelque mince qu'elle soit, absorbe de la lumière. »

C'est là une imperfection inhérente à la disposition décrite, qui d'ailleurs rend de très grands services, par exemple dans un cours de miscroscopie, où il faut absolument que les élèves remarquent bien tel ou tel point intéressant d'une préparation démonstrative.

Cette imperfection causée par la lamelle de verre interposée s'oppose aussi à ce que le microscopiste se serve continuellement de cet oculaire pour ses propres recherches.

Toutes ces difficultés peuvent être éliminées d'une manière très simple.

Au lieu d'une lamelle avec lignes tracées, le R. P. Bolsius se sert maintenant d'un anneau en laiton qu'il dépose sur le diaphragme. Cet anneau porte deux fils d'araignée ou de soie bien ténus, entre-croisés excentriquement. De cette façon, en dehors des fils, il n'y a pas d'obstacle à la lumière, et en déplaçant l'oculaire autour de son axe, on obtient le passage libre des rayons lumineux. En outre, le microscopiste peut se servir sans aucun inconvénient de son oculaire pendant son travail, car les fils, après quelques moments, n'attirent plus son attention et ne le gênent plus du tout.

Le R. P. Bolsius présente un microscope à main armé d'un oculaire ainsi disposé, et indique pratiquement comment on s'en sert, sur une section d'ovaire d'*Ascaris megalocephala* rempli d'œufs en cinèse.

II. *Néphridies extrêmes de quelques hirudinées.* — A la session du 26 octobre 1893, tenue à Namur, le R. P. Bolsius, S. J., avait promis de tenir les membres au courant de ce qu'il trouverait d'intéressant et de nouveau dans les hirudinées que M. le D[r] Raph. Blanchard, membre de l'Académie de médecine, lui avait remises.

A la session du 25 janvier 1894, tenue ici-même, il avait donné communication de quelques détails trouvés dans les deux extrémités de la *Mesobdella gemmata.* Il s'était borné à

indiquer une *cavité paire* débouchant dans la lèvre inférieure, et une *cavité impaire* s'ouvrant du côté ventral, sur la ligne médiane, près de la ventouse.

Aujourd'hui des recherches ultérieures le mettent en état de développer ces données.

La *cavité paire* a été constatée aussi dans les *Haemadipsides* et la *Xerobdella Lecomtei.*

La différence entre la *Mesobdella* et la *Haemadipsa* est que la *cavité paire* de la première débouche dans un pli de la lèvre inférieure, de telle sorte que les orifices, lorsque l'animal applique sa ventouse antérieure, sont à l'intérieur de la circonférence; dans la seconde, au contraire, les orifices sont placés au bord extérieur de la lèvre et peuvent ainsi rester libres lorsque la ventouse est appliquée. Les figures 1 et 2 montrent ces diverses dispositions.

La question est de savoir à quoi conduit cette cavité, et quelle est sa nature.

Les sections microtomiques transversales et longitudinales ont fait voir que, de l'orifice externe (*oe*, fig. 1 et 2) vers l'intérieur du corps, il se développe un conduit très long et très étroit (*c*, *ibid*). Ce conduit marche parallèlement au bord du corps. Dans sa première partie, il s'avance *en dehors* de la couche musculaire circulaire, jusqu'au point *x*. Passant ensuite à travers cette couche musculaire, il continue à s'avancer dans la première direction, pour s'élargir et former une cavité plus spacieuse, une vésicule, V.

Dans cette vésicule se déverse un organe segmentaire ou néphridie, le premier de la série.

Nous omettons pour le moment les particularités des parois de la vésicule et du canal, et le sphincter spécial préposé à l'occlusion du conduit au point d'insertion dans la vésicule.

Le pore du premier organe néphridien, dans les espèces citées, s'ouvre donc, non sur le dos, sur le ventre ou sur le flanc, mais dans la lèvre inférieure.

Ces détails des *Haemadipsides* et de la *Mesobdella*, à notre connaissance, sont entièrement inédits. Whitman, dans son livre

sur les sangsues du Japon (*), n'en parle pas, non plus que les auteurs que nous avons pu consulter.

Pour ce qui regarde l'extrémité postérieure, il faut diviser les autres espèces examinées en deux groupes.

Le premier groupe, les *Haemadipsides*, ont un orifice *latéral*, (fig. 3, *ol*), dont Whitman parle déjà dans l'ouvrage cité, et qu'il déclare être le pore du dernier organe néphridien, qui possède une conformation toute particulière. On le trouve aussi mentionné et figuré par R. Blanchard (**).

R. Leuckart (***) est d'avis que ce pourrait être l'orifice d'un crypte entouré de cellules mucipares.

Whitman a bien dit que c'est l'orifice de l'organe néphridien.

Le deuxième groupe, celui à orifice *impair*, comme le montre la figure 4, se rattache au groupe précédent, en ce que cet orifice est aussi en relation avec la glande néphridienne.

La différence néanmoins consiste en ceci : le premier groupe, celui des *Haemadipsides*, a deux orifices placés symétriquement et correspondant chacun à la dernière néphridie du même côté (*ol*, fig. 3 et 5), tandis que pour le deuxième groupe, représenté par la *Mesobdella*, l'unique orifice médian sert pour déverser le produit des deux derniers organes segmentaires, celui de gauche et celui de droite (fig. 4 et 6, *om*).

Nous indiquerons brièvement que la cavité qui fait suite à l'orifice, soit pair, soit impair, n'est pas l'homologue de la vésicule terminale des néphridies des hirudinées ordinaires. Dans les espèces qui nous occupent, cette cavité est entourée de muscles puissants. A la suite de cette première cavité vient une autre, qui reçoit immédiatement le produit néphridien par la cellule-porte, et qui par conséquent est l'équivalent de la vraie vésicule terminale des autres néphridies.

(*) *The Leeches of Japan.* P. I. C. O. Whitman. *Quart. Journ. of Micr. Sc.*, avril 1886.

(**) *Revision des hirudinées du Musée de Dresde.* ABHANDL. U. BERICHTE DES KÖN. ZOOL. U. ANTHROP.-ETHNOGR. MUSEUMS ZU DRESDEN, 1892-1893, n° 4.

(***) *Die Parasiten des Menschen*, etc. Bd. I livr. 5, p. 560, note.

EXPLICATION DES SCHÉMAS.

Figure 1. ***Mesobdella***. Partie antérieure, vue du côté ventral.

Figure 2. ***Haemadipside***. Item.

oe. Orifice externe.

c. Conduit.

x. Point où le conduit passe à travers la couche musculaire.

V. Vésicule néphridienne.

N. B. Le conduit et la vésicule sont supposés vus par transparence dans ces deux figures.

Figure 3. Partie postérieure d'***Haemadipside***, vue *de côté*.

ol. Orifice latéral, pair.

Figure 4. Partie postérieure de ***Mesobdella***, vue du côté ventral.

om. Orifice médian, impair; caché par le bord de la ventouse.

Figure 5. Partie postérieure d'***Haemadipside***.

Figure 6. Partie postérieure de ***Mesobdella***.

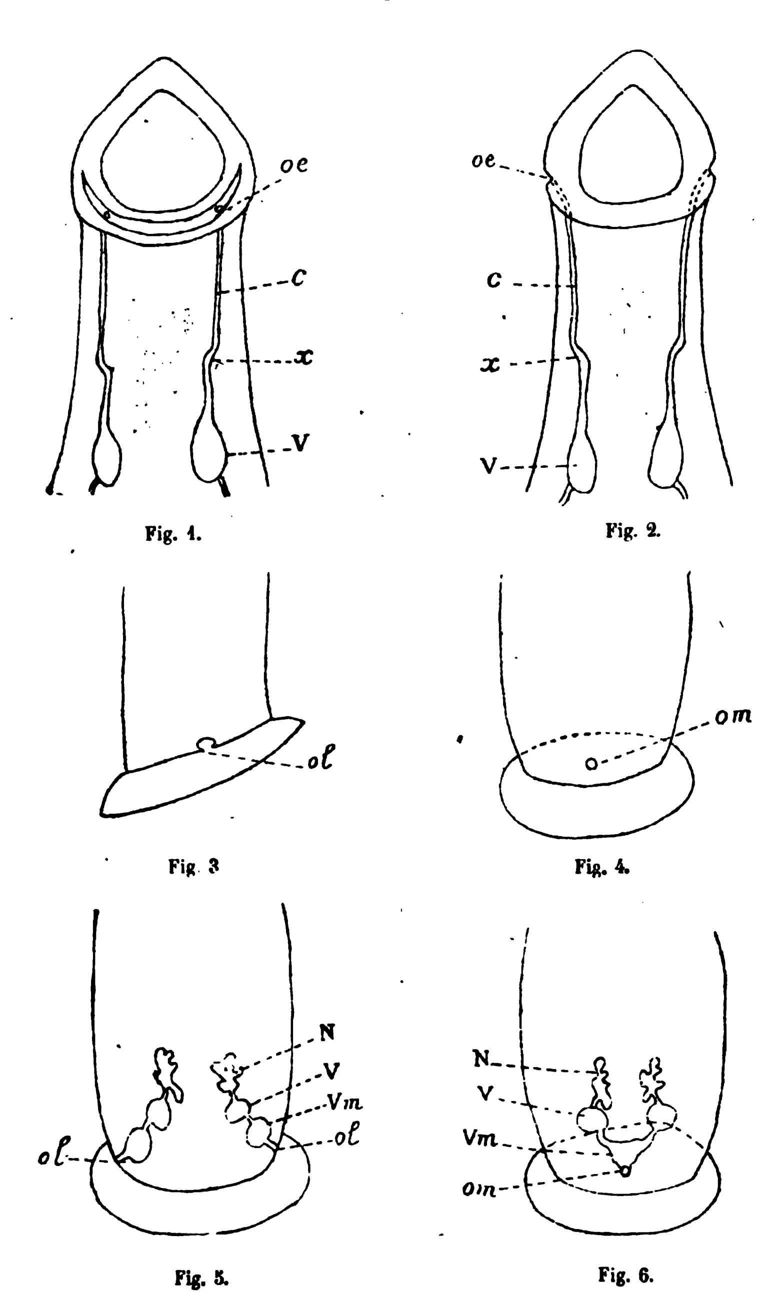
N. Néphridium.

V. Vésicule néphridienne.

V*m*. Vésicule musculeuse.

(*ol* et *om*, voyez ci-dessus.)

N. B. Ces deux figures représentent une section idéale passant par toute la formation décrite.


oe
c
x
V
Fig. 1.
oe
c
x
V
Fig. 2.
ol
Fig. 3
om
Fig. 4.
N
V
Vm
ol
ol
Fig. 5.
N
V
Vm
om
Fig. 6.

III. *Critique de la méthode de M. Asajiro Oka dans ses recherches sur les néphridies des Glossiphonides (Clepsine).*

Nous avons rencontré dans le *Zeitschr. f. wiss. Zool.*, t. LVIII, pp. 79-151, un article de M. Asajiro Oka sur l'anatomie de la Clepsine. Le *post-scriptum* est daté de février 1894.

L'auteur, qui d'abord voulait donner une anatomie complète, s'est arrêté à l'étude des cavités sanguines et des néphridies (cf. p. 79).

Les recherches ont été entreprises à la fin du semestre d'été de 1892, sur le conseil du professeur Dr R. Leuckart, à Leipzig, et ont été achevées pendant l'hiver de 1893 (cf. ibid.).

La partie consacrée à l'anatomie des néphridies (pp. 120-147) est celle qui nous intéresse plus spécialement. En énumérant ceux qui ont travaillé sur cette même matière, l'auteur nous fait l'honneur de citer notre nom.

En général, M. Oka rejette tout ce que nous avons dit de l'anatomie de cet organe néphridien. C'est son droit s'il a mieux vu que nous, et nous serons les premiers à céder devant l'évidence. Mais pour cela il faut que ses méthodes de recherches soient plus fidèles que celles dont nous nous sommes servi lors de nos travaux aux laboratoires de l'Université de Louvain, sous la direction de nos dignes maîtres, M. le Chan. J.-B. Carnoy et M. G. Gilson, et que nous avons appliquées depuis, en tâchant de les améliorer encore.

Les méthodes de M. Oka donnent-elles plus de garantie? Nous allons l'examiner.

« Aucun organe du corps de la Clepsine ne présente à l'explo- » rateur autant de difficultés que les néphridies (*). » (P. 124, *op. cit.*)

De quelles méthodes s'est servi M. Oka pour réussir à vaincre ces difficultés?

(*) « Kein Organ im Clepsinenkörper bietet dem Forscher so viele Schwierigkeiten als » die Nephridien. »

« Ici on ne peut absolument pas se passer d'appliquer en » même temps la méthode de la dissociation et la méthode des » coupes (*). » (Id., *ibid.*)

Quelle est la manière de préparer les matériaux à sectionner?

« Pour les préparations en sections, la plupart des vers furent » conservés à l'aide d'une solution chaude de sublimé dans » l'alcool, avec ou sans addition d'acide acétique (**). » (*Ibid.*, p. 80.) Quelques autres furent traités à l'acide picro-osmio-acétique; la plupart cependant — « die Mehrzahl » — de la première manière. (*Ibid.*, p. 81.)

Les animaux étaients-ils bien vivaces en entrant dans le bain fixateur?

« Pour obtenir les animaux dans la position la plus étendue » possible, je les ai d'abord baignés d'un mélange d'alcool et » d'eau, et ensuite avec les doigts je les ai étendus tout » droits (***). » (*Ibid.*, p. 81.)

La coloration a été obtenue, entre autres, par l'hématéine combinée à l'éosine : c'est la meilleure, dit l'auteur. La double coloration à l'hématoxyline et l'acide picrique, indiquée par Bolsius, donne aussi de bons résultats. (Cf. *ibid.*)

Toute la méthode de M. Oka, dans son ensemble, donne-t-elle des résultats décisifs, convaincants, suffisants? Que disent là-dessus les données obtenues par M. Oka pour les détails les plus délicats, et partant les plus débattus, des néphridies, par exemple ceux de la capsule et du contenu de la capsule ou cavité annexe?

« *Les cellules qui forment la paroi de la capsule sont toutes fusionnées en une sorte de syncytium : on ne trouve pas de limites entre les cellules juxtaposées. De même, celles-ci, en maint endroit, sont fusionnées avec des cellules contenues dans la capsule,*

(*) « Hier kann man es absolut nicht umgehen, Quetschmethode und Schnittmethode » gleichzeitig in Anwendung zu bringen. »

(**) « Für Schnittpräparate wurde die Mehrzahl der Würmer mit einer heissen » alkoholischen Lösung von Sublimat, mit oder ohne Beimischung von Essigsäure, kon- » servirt. »

(***) « Um die Thiere in möglichst gestreckter Form zu erhalten, habe ich sie zuerst » mit einer Mischung von Alkohol und Wasser betäubt und dann den Körper mit den » Fingern gerade gestreckt. »

ainsi qu'on le voit à la partie inférieure de la figure (43). *Ces dernières* (les cellules situées à l'intérieur de la capsule) *sont aussi fort fusionnées entre elles, et l'espace qui se trouve entre les cellules acquiert par là un aspect veiné irrégulier. Quelques-unes des cellules possèdent de plus des canaux très ténus, qui perforent les cellules une ou plusieurs fois; et cette circonstance semble prouver qu'une partie au moins de l'espace à l'intérieur de la capsule est de nature intracellulaire* (*). » (*Ibid.*, p. 131.)

Concluons sur la méthode et la valeur de ces données :

1° Il est très facile d'imaginer des méthodes qui détériorent, qui déforment, qui abiment les cellules. Mais une méthode qui fasse surgir des cellules là où elles n'existent pas, ou qui produise des limites cellulaires bien nettes là où il y a fusion de cellules, cette méthode est encore à trouver.

Or, nos méthodes opératoires à nous, que nous tenons du laboratoire de Louvain, *font apparaître, tant dans la paroi de la capsule que dans le contenu de celle-ci, non pas par-ci, par-là, mais partout, des cellules à contours bien définis.* Toute la capsule est remplie de cellules entièrement achevées, sans fusion entre elles, sans fusion avec celles de la paroi (**).

2° Cette fusion dont parle M. Oka est donc un *produit artificiel*, dû à l'influence de quelqu'une des manipulations.

3° Ces cellules, contenues dans la capsule, une fois détériorées et fusionnées, on s'explique aisément que cette masse conglomérée soit fendillée, crevassée par les diverses actions des réactifs, de la chaleur, etc.

4° Il s'ensuit que les prétendues *perforations intracellulaires*

(*) « Die Zellen welche die Kapselwand bilden, sind alle zu einer Art Zellen complex » zusammengeschmolzen: man findet keine Grenze zwischen den benachbarten Zellen. » Eben so wenig sind diese an manchen Stellen von den inneren Zellen getrennt, wie » man an der unteren Seite der Figur (fig. 43) sieht. Diese letzteren sind auch vielfach » mit einander verschmolzen, und der Raum, welcher sich zwischen den Zellen findet, » gewinnt hierdurch ein irreguläres aderartiges Ansehen. Einige von den Zellen enthalten » ferner feine Kanäle, welche die Zellen einfach oder zu mehreren durchbohren, ein » Umstand, welcher dafür spricht, dass wenigstens ein Theil des in der Kapsel befindlichen Raumes intracellulärer Natur ist. »

(**) Voyez notre mémoire : *Anatomie des organes ciliés des hirudinées du genre des Glossiphonides.* (ANNALES DE LA SOC. SCIENTIF. DE BRUXELLES, t. XVIII, 1894, pp. 22-24, et fig. 15-18.)

que M. Oka veut voir dans le contenu de la capsule sont purement et simplement des illusions, des produits artificiels.

3° La dernière conclusion que nous voulons indiquer ici, c'est que, par ce qui précède, le grand argument de M. Oka en faveur de la communication directe de l'organe segmentaire avec la cavité annexe à l'organe cilié est démontré nul et sans valeur.

Une autre fois nous reviendrons, plus à loisir, sur les détails de l'ouvrage de M. Oka sur l'anatomie des néphridies de la *Glossiphonie* (*Clepsine*). Pour le moment, disons seulement que nos idées sur l'anatomie de ces organes ne sont, en aucun point important, renversées par les résultats des recherches de M. Oka, et que, au contraire, bien des détails, qui chez lui ne s'expliquent pas, s'expliquent tout naturellement dans notre manière d'interpréter ces organes.

Quatrième section.

MM. les Drs Delcroix et Matagne fils présentent une fillette d'une douzaine d'années, chez qui l'extraction d'une petite molaire, pratiquée en juillet 1893, a déterminé une ostéomyélite de tout le maxillaire inférieur précédée d'une ostéopériostite suppurée et d'un phlegmon considérable de toute la région. Pendant trois mois, la température se maintint le soir à 39° 1/2 et à 38° le matin. Au moment de procéder à l'ablation de l'os nécrosé, la chloroformisation donne lieu à une asphyxie qui nécessite la trachéotomie. L'extraction de l'os fut facile et les opérateurs tentèrent de substituer au maxillaire osseux un maxillaire en caoutchouc très ingénieusement fabriqué. Mais il ne resta que cinq jour en place. Toutefois, MM. Matagne et Delcroix espèrent procéder bientôt et avec succès à une prothèse définitive.

M. le Dr Glorieux, à son tour, présente plusieurs malades : et d'abord une petite fille atteinte de paraplégie hystérique survenue à la suite d'une frayeur. Il signale le cas d'un jeune garçon, aujourd'hui guéri, qu'un saisissement avait aussi frappé de parésie hystérique.

M. Glorieux nous montre ensuite des photographies d'un malade tabétique atteint d'arthropathie extraordinaire des genoux. Ces articulations sont énormément distendues et déformées, et l'on perçoit des crépitations, indices de fractures partielles.

M. Glorieux présente encore un employé du chemin de fer. C'est un chef de train. Il a la pupille très étroite de la plupart des tabétiques, mais le muscle releveur de la paupière supérieure est paralysé.

L'examen des couleurs n'a pas été fait. M. De Lantsheere recommande d'y procéder sans retard, vu les fonctions de ce malade, dont l'affection pourrait occasionner des catastrophes s'il est incapable de distinguer les couleurs.

Enfin, M. Glorieux nous montre une femme tabétique aussi et affectée d'une ophthalmoplégie intrinsèque et extrinsèque.

M. Venneman demande à M. Glorieux comment il interprète le processus du tabes, car le titre inscrit à l'ordre du jour : « Ophthalmoplégie nucléaire », lui fait croire que M. Glorieux admet que les centres nerveux sont intéressés dans l'ataxie locomotive. Or, M. Venneman croit que, primitivement du moins, les fibres nerveuses sensitives sont affectées à l'exclusion des cellules.

M. Glorieux, en effet, n'est pas de cet avis. Certaines autopsies prouvent que les centres sont parfois atteints dès le début.

M. Meessen fait passer sous nos yeux un fragment de verre qu'il a extrait du bras d'une personne qui, sans s'en douter, l'a porté pendant trente ans.

M. Cuylits développe ensuite une étude sur le psoriasis.

Il commence par faire la critique des principaux remèdes vantés pour combattre cette affection. Leur nombre, dit-il, prouve leur inefficacité. A l'intérieur, l'arsenic, l'iodure de potassium, le bromure de potassium sont peu utiles ou nuisibles; à l'extérieur, l'acide chrysophanique est irritant et toxique, l'acide pyrogallique l'est plus encore, le gallanol, le tanin, l'huile de cade, le naphtol et une foule d'autres ont trompé l'attente des médecins.

Pensant au pouvoir pénétrant des couleurs d'aniline, M. Cuylits s'est dit, en recourant à l'aniline, au violet de gentiane, par exemple : « Je colorerai le microbe s'il existe, par là je le tuerai et je guérirai une affection dont le traitement jusqu'ici est plein d'insuccès. » Partant de cette conception, fausse à son point de vue, il badigeonne les plaques psoriasiques avec du violet de gentiane et obtient des résultats remarquables.

En réalité, comment agit le violet de gentiane?

M. Cuylits n'en sait rien, mais il le trouve excellent s'il compare les surfaces badigeonnées, inutilement traitées jusqu'ici, à celles qu'il laisse intactes pour servir de témoins.

M. Cuylits ne croit pas à la nature parasitaire du psoriasis; il n'admet pas davantage l'influence causale d'une diathèse; ce sont souvent des personnes robustes qui en sont atteintes. La théorie qui rattache l'affection à l'influence directe ou indirecte des nerfs et en fait une tropho-névrose le séduit davantage. Et d'ailleurs l'influence des nerfs ne se manifeste-t-elle pas dans une foule d'autres affections cutanées : la séborrhée, l'ichthyose (gl. sébacées), l'hyperhydrose ou l'anhydrose (gl. sudoripares), l'urticaire, l'érythème noueux, le zona, les stries et les taches atrophiques (affections exsudatives)?

Pourquoi le psoriasis échapperait-il à cette influence? Voyons les conditions dans lesquelles il se manifeste :

1° L'âge : c'est à l'âge adulte qu'on l'observe ordinairement, c'est-à-dire à l'âge où le système nerveux est soumis à son maximum d'excitations;

2° L'hérédité : le psoriasis est souvent héréditaire comme les affections nerveuses;

3° La cause : une émotion vive en est souvent le point de départ;

4° La curabilité : il est peu curable, sa prétendue guérison n'étant souvent qu'une période de latence du mal;

5° Traitement : à l'intérieur, on le combat par les médicaments dont l'action sur le système nerveux n'est pas douteuse : ainsi l'arsenic, l'iodure de potassium, le bromure de potassium en font les frais.

A l'extérieur, on traite le psoriasique comme un névrosique dont on doit combattre les accès.

Mais M. Cuylits va plus loin. Il estime que l'on observe souvent chez le psoriasique des signes de dégénérescence, par exemple, une implantation anormale des oreilles, un défaut de symétrie de la face, une conformation de la voûte palatine en arcade resserrée, et il définit le psoriasis : l'expression symptomatique d'un trouble trophique de la peau chez les dégénérés. Comme pour lui la dégénérescence envahit l'épiderme lui-même, il en arrive à conclure que le psoriasis est l'hystérie de la peau.

S'il fallait admettre, dit M. Glorieux, que le psoriasis est une maladie propre aux dégénérés, M. Cuylits voudrait-il nous renseigner sur son degré de fréquence chez les malades qu'il soigne à Evere?

M. Cuylits l'observe assez souvent, mais il n'a pas fait de statistique.

Cette opinion n'est pas admise par les collègues de M. Cuylits, qui ont observé la maladie chez des personnes ne présentant aucun signe de dégénérescence.

Quant à l'emploi de l'aniline, l'un de nous rapporte qu'il en a constaté l'influence efficace dans un cas qu'il traite en ce moment. Toutefois, il a eu recours au bleu de méthyle dissout à saturation dans une solution qui renferme vingt-cinq parties d'acide sulfurique pour cinquante d'eau distillée. Le violet de gentiane n'agirait donc pas en vertu d'un pouvoir spécifique. Malgré l'impression douloureuse déterminée par l'effet du bleu de méthyle, la réaction inflammatoire a été quasi nulle, contrairement à celle occasionnée précédemment chez le même malade par la chrysarobine, l'acide pyrogallique.

Avant de lever la séance, M. Cuylits annonce que la question du travail de huit heures sera traitée tout spécialement à la session d'avril, conjointement avec celle de l'hygiène dans les pays chauds. L'hygiène des écoles fera l'objet d'une session ultérieure.

Cinquième section.

La séance est ouverte à 11 heures, sous la présidence de M. le comte Fr. van der Straten-Ponthoz, président. M. Julin, secrétaire, prend place au bureau.

Parmi les auditeurs, on remarque MM. Mousset et Colfs, membres de la Chambre des représentants, M. Proost, inspecteur général de l'agriculture, M. le juge A. Soenens, M. L. t'Serstevens, président de la Société scientifique pour 1894-95, M. le professeur Fr. Dewalque, MM. A. et L. Joly, etc.

M. le président remercie M. Lagasse d'avoir bien voulu apporter le concours de sa parole à cette réunion de la cinquième section. Le sujet choisi par l'orateur est du plus haut intérêt et de la plus grande actualité. Tous les auditeurs écouteront avec plaisir l'orateur qui doit leur faire connaître *les origines et le mouvement scientifique de la démocratie chrétienne en Belgique.* (Assentiment.)

M. Lagasse. — Je dois vous entretenir aujourd'hui des origines et du mouvement scientifique de la démocratie chrétienne en Belgique. Le sujet est vaste. M. Helleputte, membre de la Chambre des représentants, a donné de la démocratie la définition suivante : 1° En politique, le gouvernement du peuple par le peuple organisé; 2° En matière sociale, le relèvement moral et matériel de la classe ouvrière; 3° Le tout conformément aux doctrines de l'Église, aux enseignements du pape et des évêques.

Le gouvernement du peuple par le peuple organisé est une idée juste, mais ses modalités peuvent être très différentes selon qu'il s'agit de la commune, de la province ou de l'État. Le principe démocratique doit se combiner avec d'autres principes : ainsi, il ne pourrait être question d'introduire une sorte de suffrage universel au sein de la famille.

Le deuxième point de la définition n'attire aucune réserve spéciale. Tout ce qui est digne du nom de catholique porte à la classe ouvrière un intérêt aussi ancien que le christianisme lui-

même. La démocratie chrétienne se différencie du socialisme en ce qu'elle s'appuie sur les réalités éternelles de la philosophie catholique, tandis que le socialisme ne repose que sur les illusions du rationalisme positiviste.

Au troisième point, il serait juste d'ajouter, après ces mots : « aux enseignements du pape et des évêques », ceux-ci : « ainsi que de la science », afin de bien rappeler à ceux qui ne partagent pas nos convictions religieuses qu'elles s'accordent avec la vraie science.

Bien avant les événements de 1886, les catholiques belges avaient compris leur devoir. La *Fédération belge des œuvres ouvrières catholiques* prit naissance à Verviers, le 27 décembre 1867. Dès l'année 1871, elle recevait une lettre de chaleureuse approbation — qui, à l'égard des événements actuels, était vraiment prophétique — de Mgr Deschamps, l'illustre cardinal-archevêque de Malines. La même année, M. G. de Jaer établissait le programme social des catholiques, où il faut noter les points suivants traduits en lois pour la plupart par le Gouvernement actuel : repos dominical ; organisation chrétienne du travail des femmes; respect de l'apprenti à l'école, à l'atelier; *réduction des journées de labeur à des limites raisonnables ;* payement des salaires en argent; organisation de chambres consultatives du travail; liberté du livret; abolition de l'article 1781 du Code civil.

Ce programme ne fut pas accueilli sans hésitations ni sans oppositions. Celles qui se rencontrent aujourd'hui sur un programme analogue ne doivent donc pas nous étonner.

Les ouvriers étaient largement représentés au sein de la Fédération; présidés par un homme éminent, mort trop tôt, M. Cl. Bivort, ils étaient désignés par leurs pairs, au suffrage universel. Ce point d'organisation ne laissa pas non plus de soulever quelques hostilités, qui, sous des formes un peu différentes, se reproduisent encore aujourd'hui.

Le mouvement scientifique de la démocratie chrétienne n'a-t-il pas suivi une marche aussi sûre que pratique? Depuis l'enquête de la Commission du travail, en 1886, combien de lois

ne sont pas venues alléger la situation du travailleur? Loi sur le travail des femmes et des enfants, sur les conseils de l'industrie et du travail, sur l'incessibilité des salaires, sur le payement des salaires, sur les habitations ouvrières, sur les secours aux victimes des accidents du travail, institution du Conseil supérieur du travail, création de l'Office du travail, et bien d'autres.

Quant à la méthode, nous n'en reconnaissons qu'une seule : la méthode d'observation. C'est en suivant la méthode opposée, la méthode *à priori*, que le socialisme s'est engagé dans la voie d'erreurs de tous genres qui est la sienne; c'est en pratiquant la méthode d'observation que nous le combattrons avec succès. Deux dogmes pernicieux guident le socialisme : l'égalité providentielle; le droit à la révolte. Un grand esprit, Le Play, a prouvé que nul de ces deux faux dogmes ne résiste à l'observation. Continuons, recommençons sans cesse la même démonstration. Le socialisme ne peut être une science, donc une vérité, puisqu'il est en opposition avec la méthode même de la science. Au contraire, le christianisme est conforme, en tout, aux exigences de la vraie science. C'est pourquoi, sans craindre les efforts du socialisme, nous devons marcher hardiment dans le sillon de la vieille, toujours jeune, de l'immortelle démocratie chrétienne. (*Applaudissements prolongés.*)

M. le Président remercie l'orateur et le félicite d'avoir présenté la question dans son ensemble. Il rend hommage au mouvement créé en 1867 et 1871 par la *Fédération* et à son chef feu Cl. Bivort, un homme de cœur et de talent, comme l'a si bien dit M. Lagasse.

Je ne croyais pas, ajoute M. le Président, que la Ligue démocratique chrétienne d'aujourd'hui fût la suite de la société dont M. le comte Charles d'Oultremont de Presle, M. le baron de Mévius et le prince Eug. de Caraman-Chimay ont été les Présidents. Il est regrettable que le mouvement, organisé sous ces auspices, ait subi une éclipse : peut-être eût-il évité les regrettables événements de 1886.

M. Proost félicite à son tour l'orateur d'avoir réparé une omission regrettable et dissipé un malentendu. Il est d'autant

mieux d'accord avec M. Lagasse que lui-même, il y a longtemps, a défendu, à l'Université de Louvain, les idées de la démocratie chrétienne. Il regrette cependant que l'orateur n'ait pas cru devoir toucher à la question agricole, que les néo-démocrates agitent en ce moment.

M. L. t' Serstevens appuie les observations de M. Proost. La question agricole est importante. L'agriculture nourrit des centaines de milliers de personnes. Il faut qu'on sauvegarde sa prospérité pour conserver du travail à la majorité des Belges.

M. Colfs remercie M. Lagasse. Les luttes de l'heure présente, les difficultés pressantes auxquelles il faut veiller nous ont obligés de diriger tous nos efforts vers la lutte et les questions pratiques d'organisation. Les démocrates sincères n'en sont que plus heureux de pouvoir connaître l'histoire du mouvement dont ils sont les fidèles soldats. Il faut relier le présent au passé et former de la sorte une chaine ininterrompue de progrès. La démocratie est assez large pour recevoir dans son sein tous les hommes de bonne volonté.

M. Proost insiste sur la nécessité d'étudier, à la Société scientifique, la question agricole. Chaque membre pourrait entreprendre une sorte de monographie. Passant à un autre ordre d'idées, M. Proost rappelle qu'il a proposé au Gouvernement la création d'une Revue destinée à vulgariser le mouvement démocratique. Cette idée a été accueillie avec faveur, mais jusqu'à présent aucune suite pratique ne lui a été donnée.

M. Fr. Dewalque, au nom du Comité, remercie M. Lagasse et exprime le vœu que la conférence qu'on vient d'entendre soit donnée à une prochaine assemblée plénière.

Après un échange d'observations auquel prennent part M. le Président, MM. Lagasse, Proost, Soenens, Joly et Dewalque, la séance est levée vers 12 $^1/_2$ heures.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE.

M. le Dr Denys, professeur à l'Université de Louvain, entretient l'assemblée de *La Diphtérie et son traitement par le sérum.*

Le conférencier trace en quelques mots la nature de la diphtérie. C'est une maladie produite par un microbe qui a la forme d'un bâtonnet, un bacille par conséquent, qui par sa multiplication sur les muqueuses y détermine la formation de membranes blanches. Quand ces membranes, composées surtout de fibrine et de bacilles, se développent dans les voies respiratoires, par le rétrécissement qu'elles occasionnent, elles peuvent déterminer la mort par asphyxie; mais ce n'est pas le seul danger que le bacille fait courir au malade: par un poison très violent qu'il sécrète, il peut déterminer la mort par intoxication, et cela quel que soit l'endroit où il se développe. Grâce à une découverte capitale de Behring, on peut combattre actuellement la diphtérie d'une façon très efficace, en injectant au patient le sérum d'un animal, généralement le cheval, auquel on a conféré une grande tolérance pour le poison diphtérique.

Le conférencier expose les principes qui permettent d'obtenir un sérum curatif, et fait ressortir le mode d'action de ce sérum. Celui-ci n'agit pas directement sur le bacille diphtérique, ni sur le poison formé par ce bacille, mais sur les tissus du malade, qu'il rend insensibles à l'action du poison. Sous l'influence du sérum, les globules blanc du sang, qui ont pour mission de détruire les microbes qui font à chaque instant effraction dans notre corps, parviennent à lutter efficacement contre un bacille qu'ils ne pourraient vaincre que difficilement ou ne pas vaincre du tout sans le concours du sérum.

M. Denys aborde ensuite les résultats obtenus avec le sérum préparé à l'Institut de Louvain. Ils ont répondu parfaitement à l'attente.

Le sérum paraît bien être le remède héroïque contre la

diphtérie; il jugule véritablement cette terrible maladie en vingt-quatre ou en quarante-huit heures, pourvu qu'il soit administré à temps et à dose suffisante.

Cette conférence, très intéressante, a été fréquemment interrompue par des applaudissements. Elle paraîtra prochainement *in extenso* dans la *Revue des questions scientifiques.*

SESSION DES 23, 24, 25 ET 26 AVRIL 1895

A BRUXELLES

SÉANCE DES SECTIONS

Première section.

Mardi, 23 avril 1895. — M. d'Ocagne entretient la section des applications les plus récentes de la nomographie, et, plus particulièrement, de sa méthode des points isoplèthes. Il cite, entre autres, l'abaque qu'il a lui-même construit pour l'équation de Képler (*Bull. de la Soc. math. de France*, t. XXII, p. 197), ainsi que celui à neuf échelles que M. le commandant du génie Bertrand vient de dresser pour la résolution de *tous les problèmes* qui peuvent se poser à l'occasion de l'écoulement de l'eau dans les tuyaux. Le mémoire descriptif de ce dernier abaque, tiré à part, va être mis en vente à la librairie Berger-Levrault, à Paris.

M. Goedseels expose aussi diverses applications de la méthode des abaques qu'il a introduites dans ses cours à l'École de guerre.

M. d'Ocagne fait ensuite la communication suivante *sur la courbure du contour apparent d'une surface.*

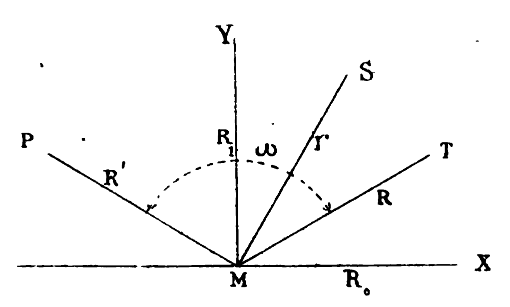
Le problème qui consiste à déduire la courbure en un point du contour apparent d'une surface projetée orthogonalement sur un plan des éléments de courbure de cette surface, peut se résoudre très simplement de la manière suivante :

Soient, sur le plan tangent en un point M de la courbe de contact de la surface et de son cylindre projetant,

MX et **MY** les traces des sections principales dont les rayons de courbure sont R_0 et R_1,

MT la tangente à la courbe de contact qui détermine une section normale de rayon R,

MP la projetante qui détermine une section normale de rayon R′.



Le rayon de courbure correspondant r du contour apparent est celui de la section droite du cylindre projetant, faite par la droite MS perpendiculaire à MP.

Les théorèmes d'Apollonius, appliqués à l'indicatrice de la surface en M, donnent, en remarquant que, d'après le théorème de Dupin, R et R′ sont proportionnels aux carrés des deux demi-diamètres conjugués dirigés suivant MT et MP,

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad R + R' = R_0 + R_1,$$

et

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad RR' \sin^2 \omega = R_0 R_1.$$

Mais la relation d'Euler, appliquée au cylindre projetant, donne

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{R} = \frac{\sin^2 \omega}{r}.$$

On tire de là,

$$r = R \sin^2 \omega,$$

d'où, en vertu de (2),

$$r = \frac{R_0 R_1}{R'},$$

ou encore, en vertu de (1),

$$r = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 - R}.$$

Dans le cas des surfaces minima, pour lesquelles $R_0 + R_1 = 0$, cette dernière formule devient

$$r = \frac{R_0^2}{R}.$$

M. Mansion établit, d'une manière élémentaire, les relations qui existent entre les distances de cinq ou de six points, en géométrie euclidienne et en géométrie non euclidienne.

Cette note sera publiée dans la seconde partie des *Annales*.

M. Lagasse-de Locht décrit sommairement les moyens qu'il a employés pour remédier aux défauts du système de ventilation et de chauffage de la salle du Sénat belge.

Mercredi, 24 avril 1895. — M. Mansion présente à la section un mémoire manuscrit de M. de Salvert *sur l'attraction du parallélipipède ellipsoïdal.* Sont nommés, pour examiner ce travail, MM. G. Humbert et de Sparre.

M. Mansion fait ensuite une communication *sur l'enseignement élémentaire de l'Algèbre en 1676, d'après l'Euclide* de Henrion. En voici le résumé :

Cet ouvrage, souvent réimprimé au XVII[e] siècle (*), contient,

---

(*) Voici le titre complet de cette édition : *Les quinze livres des Elements d'Euclide, traduits en Français par* D. HENRION, *Professeur ès Mathematiques, re veus et corriges : avec des commentaires beaucoup plus amples et faciles, et des figures en plus grand nombre que dans toutes les impressions precedentes. Plus, le livre des* DONNEZ *du même Euclide, aussi traduit en Français par ledit Henrion. A. Rouen, chez* JEAN LUCAS, rue aux Juifs, à côté de la petite porte de *l'Hôtel de ville.* M. DC. LXXVI. Deux volumes petit in-8°, de pp. VIII-551, et IV-527-116. — Dans la *Bibliotheca Mathematica* de Murhard, on signale une *seconde* édition à Paris, en 1623; une autre à Paris, en 1631; une cinquième édition à Rouen, en 1649. — Dans la *Bibliotheca mathematica* de Rogg, on en indique une de 1677, à Paris. — Dans le *Catalogue de la Bibliothèque de Chasles* (Paris, Claudin,

comme introduction au deuxième livre d'Euclide, un *Sommaire de l'Algèbre*, qui n'occupe pas moins de 122 pages. Dans ce sommaire, on trouve sans démonstration, ou avec des démonstrations abrégées ou seulement esquissées, *non seulement les Algorithmes et autres operations des nombres radicaux et des nombres sourds, mais aussi toutes les autres regles et operations Algebraïques.*

Ce qui caractérise ce manuel d'Algèbre, dont la première édition est antérieure à Descartes, c'est, au point de vue de la forme, l'emploi systématique de notations compliquées pour désigner les puissances et les racines des nombres; au point de vue du fond, l'importance accordée au calcul algébrique, à la *logistique spécieuse*, comme on disait alors, plutôt qu'à la résolution des équations. L'auteur évidemment est un disciple de Viète et de ses prédécesseurs.

La réimpression fréquente de cette introduction, au XVIᵉ siècle, après l'invention de la notation des exposants, prouve que celle-ci n'a pas pénétré immédiatement dans l'usage général.

Il nous a paru intéressant de faire connaitre les notations et le plan du *Sommaire de l'Algèbre* de Henrion, afin de donner une idée de la manière dont on entendait l'enseignement de cette science au XVIIᵉ siècle.

1881), p. 153, on en renseigne deux, l'une de 1632, in-4°, à Paris, une de 1683, à Rouen. — D'après le *Biographisch Woordenboek der Nederlanden* de Van der Aa (t. VI, 1867, pp. 190-191), la 1ʳᵉ édition est de 1615, la seconde de 1621, toutes deux in-8°; en 1623, c'est une *Réponse apologétique pour les traducteurs et interprètes des Éléments d'Euclide... avec un Sommaire de l'Algèbre* (in-8°) que publie Henrion. L'édition in-4° de Paris de 1632 est la première qui contienne les *Données*. Van der Aa cite ensuite des éditions in-8°, à Rouen en 1649 et 1676; à Paris, en 1683 et 1685.

D'après la préface de notre édition, la traduction d'Euclide (*Éléments* et *Données*) de D. Henrion aurait paru après sa mort. CANTOR (*Geschichte der Math.*, II, p. 681) fait remarquer que Henrion fit paraître, en 1626, un *Traicté des logarithmes* qui est la première table de logarithmes publiée en France. On peut conclure de là que Henrion est mort en 1631 ou 1632, avant la publication de l'édition in-4° de sa traduction, et non vers 1640, comme le disent les dictionnaires biographiques. On ignore la date de sa naissance. Il a été pendant quelque temps au service des États-Généraux de Hollande.

I. 1. ***Notations pour les puissances d'une première quantité.*** **Ces notations sont les suivantes (le signe β remplace ∫s = sursolide) :**

$$\mathrm{N},\ ℞,\ q,\ c,\ qq,\ \beta,\ qc,\ b\beta,\ qqq,\ cc,\ q\beta,\ c\beta,\ qqc,\ d\beta,\ qb\beta,\ \text{etc.}$$

pour le nombre absolu et simple, la racine (c'est-à-dire le plus souvent l'inconnue), son carré, son cube, et ses puissances successives jusqu'à la quatorzième. Comme l'auteur le remarque, le « caractere N defaut le plus souvent aux nombres simples ». On écrit donc indifféremment 7N ou 7.

Les signes *q* et *c* sont les initiales des mots *quarré* et *cube*; *qq* signifie carré de carré; *qc*, carré de cube; *cc*, cube de cube.

Le signe β ou ∫s signifie *sursolide*. On appelait autrefois *problèmes solides*, ceux qui se résolvaient par intersection de deux coniques, et qui, par conséquent, dépendaient d'une équation du quatrième degré; ceux du cinquième degré s'appelaient, par suite, *sursolides*. Si l'on pose ℞ $= x$, on a donc $\beta = x^5$.

Les puissances impaires d'exposant premier, à partir de 5, sont appelées premier, second, troisième, ... sursolide. On les désigne ainsi :

$$b\beta = x^7,\quad c\beta = x^{11},\quad d\beta = x^{13},\quad e\beta = x^{17},\quad f\beta = x^{19},$$
$$g\beta = x^{23},\quad h\beta = x^{29},\quad i\beta = x^{31},\quad k\beta = x^{37},\quad l\beta = x^{41},$$
$$m\beta = x^{43},\quad n\beta = x^{47},\quad o\beta = x^{53},\quad p\beta = x^{59},\quad \text{etc.}$$

Les lettres *b*, *c*, *d*, etc., remplacent les mots second, troisième, quatrième, etc., ou les chiffres correspondants qu'on n'aurait pu employer sans introduire de la confusion.

Les puissances dont l'exposant n'est pas premier sont désignées par des combinaisons toutes naturelles des signes précédents. Ainsi, puisque

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3,\quad 30 = 2 \times 3 \times 5,$$

on écrit

$$qqqc,\quad qc\beta,$$

pour x^{24} et x^{30}.

La notion et le nom d'*exposant* sont connus et employés par

Henrion comme ils le sont aujourd'hui ; les notations pour les puissances d'exposant non premier le montrent bien d'ailleurs.

Les coefficients sont employés comme aujourd'hui aussi, mais sans recevoir de nom particulier ; le coefficient 1 est rarement supprimé.

Les diverses puissances de ℞ s'appellent les *nombres cossiques.*

2. *Notations pour les puissances d'une seconde, d'une troisième quantité, etc.* Henrion introduit de la manière suivante, dans ses calculs, une seconde, une troisième racine, etc. : « 1 A, signifie 1℞ seconde; 1B, denotte 1℞ tierce; 1C, signifie 1℞ quarte, etc. » Si nous posons $y = 1A$, on écrit, pour y^2, y^3,... 1Aq, 1Ac,... On aura, par exemple, 2Aq multiplié par 5Ac égal à 10Aβ, etc.

3. *Notations pour les racines des nombres ou des nombres cossiques.* Quelques exemples suffiront, en mettant les notations modernes en face des anciennes :

$$\sqrt{\ }5 = 5^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{\ }c5 = 5^{\frac{1}{3}}, \quad \sqrt{\ }qq5 = 5^{\frac{1}{4}},$$
$$\sqrt{\ }c20℞ = (20x)^{\frac{1}{3}}, \quad \sqrt{\ }qc512c = (512x^3)^{\frac{1}{6}}, \quad \text{etc.}$$

Henrion emploie les parenthèses lorsqu'il doit manier des radicaux portant sur des binomes ou, comme il dit, des *racines universelles.* Exemple : multiplier

$$\sqrt{\ }(\sqrt{\ }18000 + 30) - \sqrt{\ }(\sqrt{\ }450 + 15)$$

par

$$\sqrt{\ }(\sqrt{\ }450 + 15).$$

4. *Signes d'opération.* L'auteur ne se sert comme signes d'opération que de + (plus), — (moins), $\sqrt{\ }$ (racine). Il emploie la barre horizontale pour désigner les fractions. Mais il n'a aucun signe pour la multiplication, la division ou l'égalité. Par suite, la résolution des équations se fait en employant beaucoup plus le langage ordinaire qu'on ne le fait aujourd'hui.

II. *Plan du sommaire de l'Algèbre.* Chapitres 1-2. Notation des nombres cossiques. 3, 4, 5. Numération, addition, soustraction,

multiplication, division des nombres cossiques. 6. Des fractions en nombres cossiques. 7, 8, 9, 10. Résolution des équations à une inconnue, du premier et du second degré. 11. Des secondes racines : calcul algébrique sur 1A, 1B, etc., 1A*q*, 1Ac, etc.; problèmes à plusieurs inconnues. 12-16. Calcul des radicaux portant sur des nombres simples. 17-20. Calcul des radicaux portant sur des nombres irrationnaux composés ou diminués (de la forme, par exemple, $6 \pm \sqrt{18}$), appelés aussi binomes et résidus. 21. Des fractions des nombres irrationnaux. 22. Des nombres cossiques et irrationnaux et de leurs algorithmes. 23. Des racines universelles et de leurs algorithmes. 24. De l'extraction des racines de binomes et de résidus. 25. Diverses questions et problèmes avec leur solution.

Pour le fond, l'exposition de Henrion est presque toujours identique à celle des traités d'algèbre moderne, mais elle est plus difficile à suivre à cause des notations employées. La place considérable accordée au calcul des radicaux s'explique, le *Sommaire* étant destiné à faciliter l'intelligence du livre X d'Euclide qui ne traite que de radicaux.

Le *Sommaire de l'Algèbre* est éminemment propre à faire saisir combien la notation des exposants a contribué à rendre l'algèbre à la fois plus simple et plus féconde.

M. Pasquier expose brièvement, dans son ensemble, *l'état actuel de l'unification horaire*.

I. *Système des fuseaux*. — L'Angleterre a introduit l'heure de Greenwich dès 1848. Depuis le 1er septembre 1879, la Suède compte le temps juste une heure d'avance sur l'heure anglaise. A partir du 18 novembre 1883, les États-Unis d'Amérique et le Canada ont remplacé les 75 heures différentes, qui étaient en usage dans les chemins de fer, par 4 heures seulement, en retard sur Greenwich respectivement de 5, 6, 7 et 8 heures exactement. Au Japon, depuis le 1er janvier 1888, le temps officiel, pour tous les usages de la vie civile, est en avance de 9 heures juste sur le temps anglais, de sorte que, dès 1888, les horloges

du Japon concordaient, quant aux minutes et aux secondes, avec celles de l'Angleterre, de la Suède, des États-Unis et du Canada.

En Autriche, M. Schram, le véritable promoteur des fuseaux horaires en Europe, préconisait ce système dès 1886. La plupart des compagnies de chemins de fer et des gouvernements européens y adhérèrent après un laps de temps beaucoup plus court qu'on n'eût osé l'espérer.

C'est ainsi que, dès le 1er octobre 1891, l'heure de l'Europe centrale (Greenwich + 1) était appliquée sur les chemins de fer de l'Autriche, de la Hongrie, de la Serbie et de la Macédoine; l'heure de l'Europe orientale (Greenwich + 2) était admise, à la même date, sur les chemins de fer de la Roumanie et de la Bulgarie. L'heure centrale était introduite, le 1er avril 1892, sur les chemins de fer de l'Alsace-Lorraine, du Grand-Duché de Bade, du Wurtemberg et de la Bavière. Le 1er mai suivant, l'heure de Greenwich était adoptée en Belgique et en Hollande; l'heure centrale l'était en Italie le 1er novembre 1893; elle l'était en Suisse le 1er juin suivant.

L'heure des chemins de fer fut d'ailleurs rapidement admise par un très grand nombre de villes et par plusieurs services publics de ces divers pays. En particulier, l'heure centrale fut introduite, dès le 1er janvier 1892, dans les services publics de la Bosnie et de l'Herzégovine; le 1er juin, la même heure était adoptée à Budapest et dans tous les services publics du royaume de Hongrie. Hélas! la ville de Vienne, — comme si elle voulait donner raison à l'adage « Nul n'est prophète dans son pays », — refusa de suivre cet exemple, de sorte que la capitale de l'Autriche, d'où est partie la principale impulsion en faveur de l'unification des heures, continue — qui le croirait? — à posséder une heure officielle différant de 5 minutes de l'heure des chemins de fer! La Chambre autrichienne est bien saisie, depuis le 11 mai 1891, d'un projet de loi ayant pour objet l'adoption officielle de l'heure centrale pour tous les services publics et pour la vie civile, mais, à notre connaissance, elle ne s'est pas encore prononcée à ce sujet.

Cette situation exceptionnelle de l'Autriche est d'autant plus

inexplicable que, depuis 1891, la plupart des pays d'Europe ont compris la nécessité d'avoir la même heure pour les chemins de fer et pour la vie civile. Par exemple, la loi du 15 mars 1891 a rendu l'heure de Paris heure légale en France et en Algérie; la loi du 1er mai 1892 a rendu l'heure de Greenwich heure légale en Belgique; en Allemagne, depuis le 1er avril 1893, l'heure centrale est à son tour devenue heure légale pour tous les services publics de l'empire et pour la vie civile. Enfin la même heure centrale est partout adoptée en Italie, et elle est heure légale en Danemark depuis le 1er janvier 1894, en Norwège depuis le 1er janvier de cette année.

L'Australie et la Nouvelle-Zélande elles-mêmes ne veulent pas rester en dehors de ce mouvement général d'unification horaire : depuis le 1er février 1895, on y emploie, paraît-il, des temps qui diffèrent de Greenwich de 8, 9, 10 ou 11 heures. On annonce qu'il est sérieusement question d'introduire aussi le système des fuseaux dans l'Afrique méridionale.

Si l'on note qu'en Russie, malgré l'étendue du territoire, on adopte, sur les chemins de fer, à peu près exclusivement le temps de Saint-Pétersbourg qui, à une minute près, avance juste de 2 heures sur celui de Greenwich; si l'on observe qu'en France, l'heure des chemins de fer diffère de 4 minutes seulement de celle de Greenwich, on devra reconnaître que le système des fuseaux horaires existe, dès maintenant, au moins d'une façon approximative, sur la plus grande partie de l'univers civilisé.

Puissent les pays où cette unification n'est pas encore complète comprendre bientôt les grands avantages d'une heure unique pour tous les services! Puissent la Grèce, l'Espagne et le Portugal adopter sans retard une heure plus en harmonie avec celle des autres nations!

II. *Unification des jours astronomique et civil.* — On sait que le jour astronomique, c'est-à-dire le jour dont se servent ordinairement les astronomes, commence à midi, soit douze heures après le jour civil.

A la fin du siècle dernier, Lagrange et Laplace, ainsi que le

Bureau des Longitudes d'alors, étaient déjà d'avis de faire commencer le jour astronomique à minuit comme le jour civil. C'est dans cette hypothèse que Laplace a écrit son immortel *Traité de mécanique céleste* et que Le Verrier a construit ses célèbres *Tables astronomiques*. Le jour est également compté à partir de minuit dans le fameux *Canon der Finsternisse* du très regretté Oppolzer et dans la traduction que M. Pasquier, d'accord avec l'auteur, a publiée du *Traité des orbites des planètes et des comètes :* en agissant de la sorte, Oppolzer et M. Pasquier ont voulu répondre au vœu émis à ce sujet par le Congrès de Washington en 1884.

Plus récemment, M. Sandford Fleming et avec lui l'Institut canadien, qui ont tant fait pour la diffusion du système des fuseaux horaires, ont entrepris, de concert avec la Société astronomique de Toronto, une campagne en règle en faveur de l'unification des jours civil et astronomique.

Une commission a été nommée, qui a posé en 1893 à tous les astronomes la question suivante :

« Est-il désirable, en considérant tous les intérêts, qu'à partir du 1er janvier 1901, le jour astronomique commence partout à minuit moyen? »

Les réponses furent peu nombreuses : 108 se déclarèrent pour la réforme, 63 contre. Les Américains, les Anglais, les Autrichiens, les Belges, les Français, les Italiens, les Russes furent favorables, tandis que les Allemands ont été, en majorité, hostiles à la réforme.

Les Lords de l'Amirauté estiment que le changement proposé peut être utile, mais à la condition expresse qu'à la suite d'une entente préalable, il soit adopté simultanément par toutes les grandes éphémérides.

Par lettre en date du 19 octobre 1894, M. le Ministre de l'Instruction publique de France, saisi par M. le Ministre des Affaires étrangères, a demandé l'avis du Bureau des Longitudes sur la question. *L'Annuaire* pour 1895, publié par ce Bureau, renferme le rapport détaillé de M. Poincaré à ce sujet ; on y trouve la résolution que voici :

« Le Bureau des Longitudes est favorable, en principe, à la réforme proposée par l'Institut canadien pour le changement d'origine du jour astronomique.

» Le Bureau estime que cette réforme, comme l'ont fait observer les Lords de l'Amirauté, ne peut avoir d'efficacité que si une entente a lieu entre les gouvernements publiant les principales éphémérides.

» Enfin, considérant que l'unification ne sera vraiment complète que lorsque l'heure civile, à l'exemple de ce qui se fait en Italie, sera comptée de 0 à 24 heures, émet le vœu que cette dernière réforme soit réalisée le plus tôt possible. »

III. *Notation des 24 heures* (*). — Scientifiquement préférable au système actuel, où l'on est obligé de distinguer les heures du matin de celles du soir, cette notation apporterait de réels avantages dans le service des chemins de fer et dans celui des télégraphes. « Les personnes, dit M. Sandford Fleming, qui ont l'occasion de consulter les indicateurs des chemins de fer et des bateaux à vapeur en usage dans les différents pays, savent à quel point ils sont compliqués et combien d'hommes d'intelligence ordinaire ne peuvent arriver à les comprendre. » La suppression des indications « matin » et « soir », uniquement placées, pour économiser l'espace, en tête et en bas de la colonne dans les guides de chemins de fer, et l'adoption de la série des 24 heures consécutives auraient certainement pour résultat de rendre les horaires plus clairs et réduiraient, par suite, la possibilité d'erreurs de la part du public.

En ce qui concerne le service télégraphique, une seule compagnie américaine, la Western Union Telegraph, déclarait que « le trafic de la Compagnie comporte la transmission de 44 millions de télégrammes par an, et l'adoption générale du système

---

(*) Les principaux détails relatifs à la notation des 24 heures sont extraits de Scolari et Rocca, *Exposé de la question du cadran de 24 heures*, dans le Bulletin de la Commission internationale du Congrès des chemins de fer, vol. IX, n° 3, mars 1895. Bruxelles, Weissenbruch.

des 24 heures serait cordialement saluée par les employés des télégraphes. Ce système réduirait matériellement les risques d'erreurs et permettrait d'économiser, par an, la transmission télégraphique de 150 millions de lettres (*) ».

Rien d'étonnant que plusieurs Congrès, entre autres la Conférence de Washington en 1884, aient demandé l'adoption générale de ce système, comme vient encore de le faire le Bureau des Longitudes, et que plusieurs pays l'aient introduit, au moins partiellement, dans la vie pratique.

En Sardaigne, la notation des 24 heures est établie dans le service télégraphique depuis 1859.

Aux États-Unis, malgré tous les efforts de M. Allen et de la Société américaine des ingénieurs civils, ce système a obtenu jusqu'à présent, paraît-il, assez peu de succès.

Il n'en a pas été de même au Canada. Le Parlement y a maintenant voté une loi déclarant légales les heures *normales* adoptées depuis 1883 par les chemins de fer et plus tard par un grand nombre de villes; la même loi autorise la notation des 24 heures, de sorte qu'au point de vue légal on peut, au Canada, compter les heures de 1 à 24, tout aussi bien que de 1 à 12 en distinguant les heures du matin de celles du soir.

Aux Indes anglaises, le système des 24 heures est adopté aujourd'hui par tous les chemins de fer, et il est devenu d'un usage presque général dans la vie courante.

Peut-être, à l'heure actuelle, est-il introduit en Australie, en même temps que le système des fuseaux horaires.

En Europe, la notation des 24 heures est en usage sur la plupart des réseaux de chemins de fer pour le décompte du matériel roulant.

En Belgique, M. Folie, directeur de l'Observatoire royal, a introduit, depuis 1886, le système des 24 heures dans le *Bulletin météorologique* et dans l'*Annuaire* de l'Observatoire. Le Grand Central, dans son Atelier Central de Louvain, a fait une entreprise

(*) Extrait d'un discours prononcé par M. Sandford Fleming au Canadian Institute, le 20 décembre 1894.

plus hardie : il n'a pas craint d'établir, à l'usage de plus de 800 ouvriers, toute une installation d'horloges électriques avec cadrans de 24 heures consécutives sur une seule série circulaire. L'innovation remonte à trois ans, au 1er mai 1892, date à laquelle l'heure de Greenwich est devenue heure légale en Belgique; elle a pleinement réussi et permet de conclure que le public belge se ferait vite à la nouvelle notation, sur laquelle l'attention a d'ailleurs déjà été attirée pendant ces dernières années.

En Italie, le système des 24 heures, qui était en usage depuis longtemps dans quelques publications scientifiques, fut introduit dans le service des chemins de fer à la date du 1er novembre 1893, au moment où l'heure centrale remplaça, pour le même service, l'heure de Rome. La réforme fut étendue aux autres services publics et adoptée par la plupart des villes et par les îles de Sicile et de Sardaigne; en somme, on peut dire qu'elle est établie dans la vie publique en Italie, sans qu'elle donne lieu à aucune réclamation.

Enfin, la question de la notation des 24 heures a paru suffisamment mûre pour être soumise aux délibérations de la cinquième session du Congrès des chemins de fer, qui doit se tenir à Londres dans le courant de l'été prochain.

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin résume quelques recherches *sur les fractions continues et les formes quadratiques.*

Les fractions continues dont il s'occupe sont celles dont tous les quotients incomplets à partir du premier sont des entiers négatifs. Nous leur donnerons, pour les distinguer des fractions habituelles, le nom de fractions continues négatives. On ne rencontre dans aucun ouvrage un exposé systématique un peu complet des propriétés de ces fractions. Leur introduction est cependant utile dans beaucoup de questions où l'on introduit d'ordinaire les fractions continues positives. Les deux catégories de fractions jouissent de propriétés analogues; il y a cependant des différences, et, si l'on compare les deux théories, on s'étonne de reconnaître que dans les applications ces différences sont,

sauf exception, tout à l'avantage des fractions les moins employées. M. de la Vallée en indique quelques exemples :

En premier lieu, dans le domaine des nombres rationnels, les propriétés des suites de fractions telles que les suites de Farey et d'autres plus générales, s'obtiennent plus naturellement à l'aide des fractions continues négatives que par toute autre voie.

Si l'on passe aux irrationnelles du second degré, elles donnent encore lieu à des développements en fractions continues périodiques; on retrouve des théorèmes analogues aux théorèmes ordinaires et d'autres nouveaux qui sont d'une application précieuse dans la théorie des nombres.

Ainsi le développement d'une racine carrée conduit d'une manière remarquablement simple à la solution complète de l'équation de Pell. C'est ce qui a déjà été remarqué par M. Stern (*Ueber die Eigenschaften der periodischen negativen Kettenbrüche, welche die Quadratwurzel aus einer ganzen positiven Zahl darstellen.* ABH. DER K. GES. DER WISS. ZU GÖTTINGEN, 1866).

Cependant, quoiqu'elle ne semble pas avoir été faite encore, l'application à la détermination des classes de formes quadratiques pour un déterminant positif paraît devoir conduire à des résultats particulièrement intéressants. Pour y arriver, faisons correspondre l'équation $a\omega^2 - 2b\omega + c = 0$ à la forme $ax^2 - 2bxy + cy^2$, et appelons *forme réduite* une forme à coefficients positifs, pour laquelle l'équation correspondante possède une racine ω développable en fraction continue (négative) simplement périodique, nous retrouverons des théorèmes semblables à ceux de Gauss. Toute forme de déterminant D est équivalente à une forme réduite; celles-ci sont en nombre limité et peuvent être distribuées dans un certain nombre de périodes. Enfin la condition nécessaire et suffisante pour que deux formes réduites soient équivalentes est qu'elles fassent partie de la même période. Ce qui distingue surtout cette nouvelle théorie de celle de Gauss, c'est qu'il y a complète identité entre la détermination de la période à laquelle appartient une forme réduite donnée et le développement en fraction continue de la racine ω de l'équation qui correspond à la forme proposée. En effet, aux équations

successives que vérifient les quotients complets successifs du développement de ω correspondent les formes successives de la période. Cette circonstance, jointe à la plus grande facilité des démonstrations, rend cette nouvelle théorie plus directe et plus élémentaire qu'aucune autre.

M. Mansion donne ensuite lecture de la note suivante de M. Vicaire *sur la réalité de l'espace :*

Dans une note présentée à la Société scientifique, en sa session du 31 janvier 1895, notre savant confrère, M. Mansion, essaie de démontrer l'impossibilité, ou, au moins, la parfaite inutilité de l'espace réel. Bien que la réponse me semble facile pour ceux qui prendront la peine de lire, en son texte complet, le mémoire que j'ai présenté à la Société sur cette question l'année dernière, je demande la permission de la présenter ici brièvement.

M. Mansion, qu'il me permette de le dire, me rappelle ce philosophe de l'antiquité qui démontrait l'impossibilité du mouvement. Son interlocuteur se contenta de marcher devant lui : ainsi ai-je cherché à montrer par des faits la réalité de l'espace.

La situation toutefois est, sous un point de vue, retournée. Le négateur antique parlait avant que son adversaire eût marché; si le cas eût été inverse, peut-être eût-il jugé nécessaire de discuter le fait qu'on lui opposait. M. Mansion, qui a parlé après moi, se contente de ses raisonnements *à priori* et ne dit pas un mot de mes arguments de fait.

Si j'étais seul en cause, je devrais peut-être admettre humblement qu'ils ne méritent pas la discussion. Mais alors qu'ils ont paru décisifs à un Euler, à un Neumann, à bien d'autres, et que je les ai, ce me semble, notablement complétés et perfectionnés, il m'est vraiment impossible d'en faire si peu de cas. J'estime donc qu'ils tiennent toujours et j'attends qu'on les renverse.

Mais pour ne pas encourir le même reproche, je dois, à mon tour, examiner l'argumentation de mon adversaire.

Notre savant confrère discute la réalité de l'espace successivement au point de vue de la mécanique physique et de ce qu'il appelle la mécanique rationnelle.

Pour cette dernière, *transeat*, comme disent les scolastiques : en d'autres termes, peu m'importe. La mécanique rationnelle comme l'entend M. Mansion, à mon avis, n'est pas de la mécanique ; en tout cas, de l'aveu même de ses fauteurs, elle se tient en dehors de la réalité, et dès lors il lui est indifférent, en effet, que l'espace soit ou ne soit pas réel.

Pour la mécanique physique, c'est-à-dire la mécanique, c'est autre chose.

L'espace réel, dit M. Mansion, étant absolument passif, ne peut nous révéler d'aucune manière ses propriétés au point de vue de la grandeur et de la forme.

Il est vrai que le P. Leray, séduit par une certaine symétrie dans la classification générale des êtres, a eu le tort de qualifier ainsi l'espace réel. Mais en fait, et bien qu'il ne s'en occupe qu'à un point de vue tout spécial, il lui attribue un rôle qui n'est nullement passif, puisqu'il admet que les atomes matériels rebondissent sur la surface limite de l'espace. Voilà, certes, un phénomène qui, s'il nous était donné d'approcher de cette limite, ne serait nullement impropre à en révéler la présence et la forme.

Quant à moi, je me suis nettement séparé du P. Leray touchant cette qualification et je me suis, au contraire, attaché à mettre en relief la puissante activité de l'espace.

« Par hypothèse, dit encore M. Mansion, cet espace réel est absolument inconnaissable. » Mais où donc, mon cher confrère, avez-vous rencontré cette étrange hypothèse? Qui donc, tout en affirmant connaitre l'existence de l'espace, l'aurait déclaré inconnaissable?

Neumann qualifie son corps Alpha de corps inconnu, situé dans un lieu inconnu. Inconnu n'est pas inconnaissable, et encore ce mot ne doit-il pas être pris dans un sens absolu, car, si les raisonnements de Neumann étaient rigoureux, s'ils ne péchaient pas en un point que j'ai corrigé, le corps Alpha serait connu, au moins quant à son existence.

Une hypothèse sur laquelle je suis d'accord avec M. Mansion, c'est l'homogénéité de l'espace. Les parties en sont indiscernables; nous ne pouvons pas y marquer des repères fixes et, par

conséquent, nous ne pouvons pas constater *directement* le déplacement d'un corps par rapport à l'espace. Mais est-ce que l'air qui nous entoure, est-ce qu'une masse d'eau ne sont pas pratiquement homogènes? Pouvons-nous y marquer des points fixes pour mesurer les déplacements, ou faut-il nier la réalité de l'air et de l'eau?

J'entends la réponse : « Au moins la présence de ces corps se révèle-t-elle pas la résistance qu'ils opposent au mouvement, tandis que votre espace réel n'exerce qu'une action supposée *à priori* rigoureusement nulle. » Ici encore, en un sens au moins, je suis d'accord avec M. Mansion.

Les milieux matériels modifient, en général, la vitesse des corps qui y sont plongés; le plus souvent ils la diminuent; d'autres fois ils l'augmentent, comme il peut arriver dans certains états d'électrisation, par exemple; ou bien, ils en modifient la direction. En un mot, ils produisent une accélération, et l'action qui se traduit ainsi est ce que nous appelons une force. S'il n'y a d'action que lorsqu'il y a accélération, s'il n'y a pas d'autre action que la force, en ce cas, l'action de l'espace sur les corps est, j'en conviens, rigoureusement nulle.

Mais en est-il bien ainsi? Le fait que la vitesse reste constante en grandeur et invariable en direction, ne résulte-t-il pas d'une action spéciale qui n'est pas la force, mais qui est? Voilà le nœud précis de la discussion et le point que M. Mansion n'a aucunement touché.

J'ai essayé de montrer qu'une certaine réalité, nécessaire, suivant la remarque de Neumann, pour que les notions de direction et de grandeur linéaire aient un sens déterminé, l'est, en outre, pour que ces notions représentent des réalités physiques capables de s'imposer au mouvement de la matière. Cette réalité, c'est l'espace. Et l'action que je lui attribue, si elle n'est pas la force, se traduit par des effets très comparables à ceux de la force, puisqu'elle maintient la toupie debout sur sa pointe malgré l'action de la pesanteur. Voilà un résultat qui n'a rien de métaphysique et dont je serais curieux d'avoir l'explication dans le système relativiste.

Je ne reviendrai pas sur le développement de ces vues. Sans avoir tout dit dans mon mémoire de l'année dernière, — car, plus je retourne la question, plus les aperçus se multiplient, — je crois en avoir dit assez pour former une démonstration concluante.

J'ajouterai cependant un mot.

La notion du mouvement absolu, dont la réalité de l'espace est le corollaire, est si peu inutile en mécanique, que non seulement les théories sont toujours exposées par rapport à des axes fixes, ou, au moins, de direction fixe, mais qu'on ne les applique jamais à des problèmes réels sans supposer que les axes qui y figurent sont réellement invariables dans l'espace.

Si le système de référence était un système matériel, tel que la sphère étoilée, ce système matériel devrait entrer en ligne dans la position de la question, figurer parmi les données du problème. Or, il n'en est rien. Chacun sait, par exemple, que les formules de la mécanique céleste, d'un bout à l'autre, sont établies par rapport à des axes de direction fixe, sans qu'il soit fait la plus légère allusion aux étoiles; et si l'on examine attentivement la manière dont on procède ensuite, lorsqu'on veut appliquer ces formules aux mouvements réels des planètes, on verra que les étoiles n'interviennent alors que comme des repères commodes à cause de leur fixité approchée, mais que l'invariabilité des axes reste l'hypothèse fondamentale, à l'aide de laquelle on démontre précisément cette fixité des étoiles.

M. Mansion fait observer, à propos de cette communication, que le mémoire de M. Vicaire n'était pas encore imprimé quand la note du 31 janvier 1895 a été lue à la section. Ainsi s'expliquent certains malentendus entre M. Vicaire et lui sur la vraie signification des théories de celui-ci.

M. Mansion fait ensuite savoir à la section qu'il a publié dans *Mathesis* (1895, p. 63) la démonstration du théorème : *Une droite qui a deux points dans un plan y est située tout entière*, dont il a été question dans la séance du 31 janvier 1895. Cette démonstration était trop élémentaire pour figurer dans les *Annales*.

La section décide ensuite de renvoyer à une autre séance, quand MM. Vicaire et De Tilly seront présents, la discussion sur les principes de la mécanique, discussion qui était à l'ordre du jour de la présente session.

La section décide aussi de conserver la question de concours des années précédentes.

On procède ensuite au renouvellement du Bureau. Sont élus :

Président : M. De Tilly.
Vice-présidents : MM. Cl. Dusausoy,
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
Secrétaire : M. H. Dutordoir.

Deuxième section (*).

La section procède d'abord au renouvellement du Bureau pour l'année 1895-1896. Sont nommés :

Président : R. P. Lucas, S. J.
Vice-Présidents : M. Eug. Ferron et le R. P. Thirion, S. J.
Secrétaire : M. l'abbé Coupé.

M. Van der Mensbrugghe donne lecture de la communication suivante, envoyée par R. P. Leray :

Observations du P. Leray sur la nouvelle démonstration de la formule fondamentale de la capillarité présentée par M. Van der Mensbrugghe à la Société scientifique de Bruxelles, le 31 janvier 1895.

« L'auteur espère que sa démonstration aplanira les difficultés survenues dans mon esprit à propos des théories classiques de la tension superficielle. J'ai le regret de lui dire que mes difficultés subsistent, et je me permettrai de lui en signaler quelques-unes relatives à sa nouvelle communication intitulée : *Sur la pression exercée par une couche superficielle courbe*,

(*) La communication de M. Edm. Van Aubel, *Sur le phénomène de Hall et la mesure des champs magnétiques*, faite à la séance du 31 janvier 1895, a été publiée dans les *Archives des sciences physiques et naturelles de Genève*. Troisième période, t. XXXIII, pp. 222-241.

réponse au R. P. Leray. J'y lis, page 17 du *Bulletin* de janvier 1895 :

« Considérons en particulier l'une des tranches dont se com-
» pose la couche superficielle courbe du liquide donné, et soit *f*
» la tension (par unité de longueur) dont cette tranche est
» douée. »

D'après le contexte, la tranche est ou une surface, ou le volume compris entre deux surfaces parallèles très rapprochées, et il me semble qu'il faudrait estimer la tension dont cette tranche est douée par unité de surface ou de volume et non par unité de longueur. Toutefois, pour ne pas épiloguer sur les termes, je suppose que l'auteur n'a pas voulu parler d'une ligne mathématique, mais d'un élément de surface ou de volume, ayant une dimension égale à l'unité de longueur, et l'autre ou les deux autres excessivement petites, assez grandes cependant pour embrasser des molécules liquides.

Poursuivons l'examen du texte : « Soit *a* (fig. 1) un point de
» la surface de la tranche courbe d'une
» épaisseur négligeable ; traçons, sur la sur-
» face, une ligne *bc b'c'* dont tous les points
» sont à une même distance très petite Δs
» du point *a* ; l'aire limitée par cette ligne
» fermée se rapprochera d'autant plus d'un
» cercle que Δs sera plus petit. »

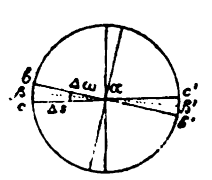


Fig. 1.

Comme les forces physiques n'agissent pas sur des points mathématiques, le point *a* de la figure doit être considéré comme le centre de gravité d'une molécule ; et puisque, d'après l'auteur, l'épaisseur de la tranche est négligeable, il réduit toutes les molécules à leur centre de gravité, sans tenir compte de leurs dimensions. Acceptons cette réduction. Nous concevrons la tranche comme une surface mathématique sur laquelle sont disséminés un grand nombre de points représentant des molécules. Mais on ne saurait, avec ces points, former une ligne continue et leur écartement moyen λ est de quelques millionièmes ou dix-millionièmes de millimètre, suivant les évaluations les plus probables. Donc la distance Δs n'est pas un infiniment petit et ne peut devenir inférieure à λ. Autrement la courbe *bc b'c'* ne ren-

fermerait que la seule molécule a et aucune force ne s'exercerait à l'intérieur de la surface qu'elle limite. Or, dans le cours de son raisonnement, M. Van der Mensbrugghe mentionne deux fois avec insistance, au milieu et à la fin de la page 18 du *Bulletin*, la restriction formelle que Δs tend vers zéro. C'est regarder Δs comme un infiniment petit, et nous ne pouvons admettre un raisonnement qui exige une telle restriction pour être rigoureux. Car selon nous Δs est fini et l'on doit avoir $\Delta s \overline{>} \lambda$.

Du moins faudrait-il justifier ici l'emploi du calcul infinitésimal. Car si l'on n'y prend garde, on s'expose, en procédant ainsi, à énoncer des paradoxes comme M. Louis Henry en signale justement quelques-uns (page 22 du *Bulletin*), mis en avant par des chimistes mathématiciens.

Je suis loin de vouloir comparer le résultat des calculs de M. Van der Mensbrugghe à celui de ces chimistes, puisque j'admets avec lui la formule fondamentale de la capillarité. Mais je tiens à lui dire pourquoi je ne suis pas encore satisfait de sa nouvelle démonstration. Je trouve qu'elle repose trop sur des abstractions et des fictions mathématiques.

Citons encore le passage qui suit immédiatement le précédent :
« Imaginons maintenant deux sections normales à la surface,
» coupant celle-ci suivant les lignes brisées bab', cac', et fai-
» sant entre elles un angle très petit $bac = b'ac' = \Delta\omega$. *Il est*
» *évident* que dans le secteur bac, le point a peut être regardé
» comme sollicité par une infinité de tensions dirigées suivant
» ab, $a\beta, \ldots ac$, et ayant sensiblement pour résultante unique
» $f \times \text{arc } bc = f\Delta s.\ \Delta\omega$. »

Hélas! Ce qui est présenté ici comme évident me paraît très obscur; et je ne sais où trouver cette infinité de tensions qui sollicitent a. L'arc bc ou $\Delta s.\Delta\omega$ est très petit par rapport à Δs, et on suppose que Δs tend vers zéro; donc *à fortiori* bc tend aussi vers zéro, et c'est à peine si je puis supposer qu'il contienne une seule molécule, par exemple au point β, et que le secteur abc renferme une seule force de tension dirigée suivant $a\beta$. De plus, après avoir admis une molécule sur l'arc $bc < \lambda$, je ne pourrais pas en admettre également une sur chaque petit arc égal à bc. Autrement j'en aurais une multitude sur la courbe entière $bc\,b'c'$,

et cette courbe ainsi que Δs contiendrait un grand nombre de fois l'écartement λ et s'éloignerait de zéro au lieu d'y tendre.

Du reste, l'auteur, prenant $\pi\Delta s^2$ pour valeur limite de la surface $abcb'c'$, l'assimile à une surface plane, à un cercle de rayon Δs. Dès lors l'angle de contingence est nul et la tension superficielle n'a pas de composante normale.

Je n'insisterai pas davantage, et je crois avoir suffisamment exposé les raisons qui m'empêchent d'accepter comme claire et rigoureuse la nouvelle démonstration proposée. »

A ces observations, M. Van der Mensbrugghe répond :

« Avant tout, je tiens à préciser exactement les conditions supposées par mes calculs : en réalité, les diverses tranches dont se compose la couche superficielle ne sont jamais en équilibre ; l'évaporation est la principale cause du renouvellement de chacune de ces tranches ; d'autre part, chaque tranche est formée par un ensemble de molécules agissant les unes sur les autres, de manière à produire partout une même force contractile dans les mêmes conditions et à la même distance de la partie du liquide où la densité est partout la même. Or, j'ai supposé chaque tranche en équilibre, ce qui est permis, puisque chaque molécule qui quitte une position est immédiatement remplacée par une autre ; en outre, j'ai substitué à chaque tranche discontinue une surface mathématique soumise à une tension uniforme en tous ses points : cette substitution n'est permise que si les résultats du calcul se trouvent confirmés par l'expérience ; or, la formule de Young est vérifiée par des milliers d'observations diverses.

Cela posé, je puis déclarer que la première observation du R. P. Leray tombe d'elle-même : le problème que je traite est, en définitive, un simple problème de statique, résolu d'ailleurs dans tous les traités.

La seconde observation devient aussi sans objet, si la surface substituée à chaque tranche est supposée continue ; dès lors l'écartement λ plus ou moins grand des molécules des diverses tranches n'intervient absolument pas. Quant à Δs, je le suppose extrêmement petit, sans toutefois l'annuler ; les deux expressions que j'obtiens pour la pression capillaire sont d'autant plus exactes

que Δs est plus petit, et comme elles contiennent toutes deux le facteur commun $\overline{\Delta s}^2$, je puis, non seulement les égaler, mais encore supprimer le facteur $\overline{\Delta s}^2$ sans avoir besoin de l'annuler. Je ne crains donc nullement l'épée de Damoclès que mon honorable contradicteur voudrait peut-être suspendre sur ma tête : mes abstractions et mes fictions mathématiques sont trop bien d'accord avec les faits pour que j'aie quelque inquiétude au sujet de mes calculs.

Reste la troisième observation : du moment où la surface que je considère est supposée continue, rien ne s'oppose à ce qu'il y ait un grand nombre de tensions passant par le point a et par l'arc $\Delta s \Delta \omega$, où Δs et $\Delta \omega$ représentent simplement des quantités très petites : je ne vois pas là l'ombre d'une difficulté mathématique; le gémissement du R. P. Leray ne me paraît donc nullement justifié : il va de soi que toutes ses spéculations sur Δs et sur λ deviennent sans objet.

Enfin, bien que je prenne $\pi \overline{\Delta s}^2$ comme exprimant l'aire limitée par la courbe fermée, je ne regarde pas cette aire comme plane : $\pi \overline{\Delta s}^2$ est l'expression de cette aire, à une différence près que j'ai négligée, à l'exemple de tous les mathématiciens : je ne me sens donc pas atteint par le trait du Parthe que me lance en terminant mon honorable contradicteur.

Telle est ma réponse définitive aux nouvelles observations du R. P. Leray. Comme il déclare, en commençant son article, que des difficultés subsistent toujours dans son esprit à propos des théories classiques de la tension superficielle, je ne puis espérer de l'avoir convaincu jusqu'à présent; c'est pour ce motif que j'émets le vœu de voir mon honorable confrère présenter à notre section une démonstration plus claire et plus satisfaisante. »

M. le professeur L. Henry donne des renseignements sur la préparation, le prix commercial, l'importance industrielle du carbure de calcium.

M. Eug. Ferron donne lecture d'une étude sur un des points de passage des sciences aux arts. Il communique aussi une note sur *L'état intérieur du globe terrestre.*

M. Félix Leconte, empêché d'assister à la réunion, a envoyé à la section la communication suivante, dans laquelle il fait connaître les résultats de ses recherches expérimentales sur la pile Vogt :

Essais sur la pile Vogt.

Nous empruntons au journal l'*Industrie*, numéro du 29 juillet 1894, quelques renseignements sur cet élément, qu'on a appelé « galvanophor ».

Il a l'apparence d'une pile sèche, mais appartient en réalité à la classe des piles à liquides.

Ce qui le distingue de tous les autres systèmes de piles, c'est la propriété qu'il possède de régénérer l'eau décomposée par l'action électrolytique, propriété qui lui assure une durée très longue.

L'inventeur, M. Vogt, aurait découvert que le chlore, en présence d'hydrogène et d'oxydes métalliques, lorsque le mélange est préparé en chambre noire, ne forme pas d'acide chlorhydrique, mais se substitue à l'oxygène qui, au moment de sa mise en liberté, se combine avec l'hydrogène pour former de l'eau. C'est cette propriété, qu'il a utilisée dans la construction de la pile, qui lui permet de combattre la polarisation d'une manière remarquable.

L'élément se compose d'un récipient de couleur sombre (verre noir) dans lequel se trouve, comme électrode positive, un crayon de zinc chimiquement pur plongeant dans de l'eau distillée. L'électrode négative est formée d'une plaque de charbon autour de laquelle se trouve, dans une cloison poreuse à base de sciure de bois, la matière dépolarisante, constituée par un oxyde métallique préparé antérieurement, avec du chlore.

Afin qu'il ne se produise aucune évaporation et aussi afin de réaliser la chambre noire nécessaire à l'action du chlore, l'élément est hermétiquement fermé.

L'élément galvanophor est construit en trois modèles différents, présentant respectivement, suivant leur grandeur, des résistances de $0.^{40}$, $0.^{30}$ et $0.^{15}$ ohm, et une tension de $1.^{60}$ v.

Les capacités correspondantes sont de 25,.35 et 50 ampères-heures.

La figure 1 donne une idée de la chute rapide de potentiel de la pile fonctionnant avec un courant de décharge exagéré.

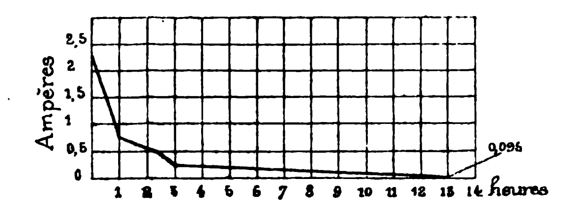


Fig. 1. — Diagramme des chutes de tension avec un débit exagéré.

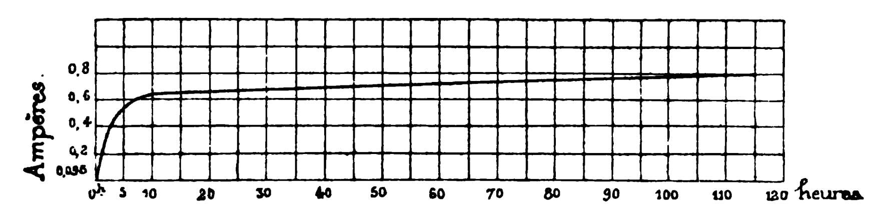


Fig. 2. — Diagramme de régénération de la pile en fonction du temps.

Les heures sont portées en abscisses; chaque division vaut une heure. En ordonnées, j'ai porté le courant lu directement à l'ampère-mètre. Cet appareil, qui fait partie de mon matériel industriel, est un millivoltmètre Weston ; le courant à mesurer est envoyé dans une résistance en alliage spécial Weston; le millivoltmètre indique la chute de tension dans la résistance, qui est de 0^{ohm},01038; la pile était fermée sur cette résistance avec des fils ayant ensemble une résistance de 0,01 ohm; il en résulte que les nombres reportés sur le diagramme, multipliés par 0,2, représentent la force électromotrice de la pile à circuit fermé.

L'intégration de la surface montre que la capacité de l'élément à ce régime excessif n'est que de 6,12 ampères-heures.

Après ce travail d'épuisement, j'ai laissé reposer la pile pen-

dant cent cinquante heures, en fermant de temps à autre le circuit sur la même résistance Weston pendant le temps strictement nécessaire pour faire une lecture. La figure 2 montre la régénération graduelle de l'élément. Chaque division en abscisses vaut cinq heures ; chaque division en ordonnées vaut 0,2 amp. On voit que la force électromotrice, qui était tombée à $^1/_{24}$ de sa valeur primitive, n'est revenue qu'à $^1/_5$ de cette valeur ; elle ne semble plus s'accroître au delà.

Un élément de mêmes dimensions, mis en service sur une résistance constante avec un courant initial de $0^a,4$ débitait, après une durée non interrompue de treize jours, un courant de $0^a,005$.

Sa capacité maxima, et nullement sa capacité pratique qui doit être calculée jusqu'au moment où la force électromotrice descend au-dessous d'une limite raisonnable, serait donc d'environ 50 ampères-heures. Le type essayé est vendu pour une capacité pratique de 35 ampères-heures.

Je ferai plus tard, s'il y a lieu, un essai de capacité avec un courant normal.

La section décide de supprimer la question de concours des années précédentes. Elle sera remplacée ultérieurement.

Troisième section.

Séance du mardi 23 avril 1895. — M. Fernand Meunier fait les trois communications suivantes sur divers sujets d'entomologie et de paléontologie : 1° *Les* Dolichopodidae *de l'ambre tertiaire ;* 2° *Les chasses hyménoptérologiques aux environs de Bruxelles,* première partie : Mellifères ; 3° *Les diptères des temps secondaires.*

Nommés rapporteurs de ces travaux, le R. P. Bolsius, S. J., et M. le Dr Henri Matagne concluent à l'impression dans le volume des *Annales* (voir deuxième partie). Ils font toutefois les réserves suivantes au sujet de la notice sur les *Dolichopodidae.* « L'auteur, dit le R. P. Bolsius, promet de montrer quelques cas de

transformations; mais, en parcourant le mémoire, nous n'avons rencontré que l'affirmation, nullement la démonstration ou la preuve du fait. » — « Je crois, dit à son tour M. le Dr Matagne, avec le R. P. Bolsius, que l'auteur n'a pas été assez démonstratif; il aurait peut-être pu passer en revue les différents degrés de cette évolution, montrer la disparition graduelle du cône, et, par le fait de cette disparition, l'implantation apicale du chète. Je pourrais ajouter que j'ai vu chez l'auteur du mémoire les pièces originales qui ont servi au travail et aux figures, et que cette évolution m'a paru très nette et bien visible. »

Le R. P. Bolsius, S. J., présente à la section deux mémoires, l'un sur les *Parasites des Hirudinées*, et l'autre sur les *Défenseurs de la continuité actuelle des néphridies et des entonnoirs dans les Hirudinées.*

A propos de la première de ces communications, M. le Mis de Trazegnies émet l'idée d'observer surtout l'action des parasites sur les jeunes Hirudinées, et M. le Dr Henri Matagne suggère l'hypothèse que les parasites pourraient être des *Coccidies*, microbes que l'on a trouvés dans le foie du lapin et dans les tumeurs cancéreuses.

MM. Buisseret et le Dr Henri Matagne sont désignés pour présenter le rapport réglementaire sur les deux articles du R. P. Bolsius. Ces rapports ont conclu à l'insertion dans les *Annales* (voir deuxième partie).

Séance du mercredi 24 avril 1895. — Plusieurs membres de la section émettent le vœu que les figures et les planches qui accompagnent certains mémoires imprimés dans le *Bulletin* et dans les *Annales* soient exécutées avec plus de soin. Le R. P. Bolsius, président de la section, est chargé de transmettre le vœu au Conseil de la Société.

M. Fernand Meunier fait passer sous les yeux des membres de la section trois empreintes d'arthropodes fossiles :

1° *Mecochirus Peytoni*, Woodward. Les *M. dubius*, Münst.;

Bayeri, Germ.; *brevimanus*, Münst., et *longimanus*, Schl. se rencontrent aussi dans le même gisement.

Ces crustacés macroures ont seulement été signalés dans les terrains jurassiques.

2° *Mesoblattina lithophila*, Germar.

3° *Empidia Wulpi*, Weyenberg.

M. Alfred Dewèvre lit quelques extraits de sa *Monographie du genre* Landolphia, *plantes à caoutchouc de l'Afrique*.

La section décide l'impression de ce travail dans les *Annales* (voir deuxième partie) sur l'avis favorable de M. l'abbé Alphonse Meunier, professeur à l'Université de Louvain.

Les membres de la section ayant été avisés officieusement qu'au mois d'août ou de septembre, il lui parviendrait une réponse à la question mise au concours sur l'étude d'une veine des bassins houillers de Belgique, désignent, pour gagner du temps avant la session prochaine d'octobre, comme commissaires à charger éventuellement de l'examen de ce travail : MM. de Lapparent, professeur à l'Institut catholique de Paris; Gustave Dewalque, professeur à l'Université de Liége; de la Vallée Poussin et de Dorlodot, professeurs à l'Université de Louvain.

Le R. P. Schmitz, S. J., entretient ensuite la section de trois troncs-debout remarquables, dont s'est enrichi le *Musée géologique des bassins houillers belges*.

Le premier vient des *charbonnages des Produits* (Flénu-Produits, lez Mons). La conservation de cet échantillon est exceptionnelle, ce qui permet d'étudier la variation des caractères de l'écorce sur une grande longueur dans un même individu. C'est une *Sigillaria Sauveuri*, Zeill.

Le second est une Équisétinée, bien caractérisée par la terminaison conique de l'extrémité inférieure. L'échantillon provient des *charbonnages des Chevalières de Dour* (Dour lez-Mons). Plus grand que le premier, ce tronc mesure 2 mètres de hauteur,

mais malheureusement le degré de conservation est beaucoup moins satisfaisant.

Pour le troisième, qui se trouve encore dans des *charbonnages de Marcinelle-Nord* (lez-Charleroi), c'est surtout la condition de gisement qui est remarquable. Cette Sigillaire semble avoir traversé l'épaisseur même de la veine. Seulement, il faudra encore une constatation pour établir ce fait important.

Le temps ne permettant pas au R. P. Schmitz de fournir, pour le moment, une rédaction plus détaillée, il se réserve de présenter ultérieurement sur ce sujet une note pour les *Annales.*

Le R. P. Schmitz signale ensuite la découverte de grottes dans les environs de Lustin. Quoiqu'elles ne soient pas bien grandes, une première exploration fait espérer que les touristes les visiteront cependant avec plaisir. Selon le désir du propriétaire, il ne fera connaître la situation exacte de ces grottes qu'après l'achèvement des fouilles.

M. Léon De Lantsheere fait la communication suivante :

Les fouilles entreprises, depuis 1890, par le *Palestine Exploration Fund* ont donné lieu à quelques découvertes intéressantes. Le premier objectif de la Société fut un *tell,* ou tertre artificiel, situé à 16 milles E.-N.-E de Gaza et à 32 milles à l'ouest d'Hébron, connu sous le nom de *Tell el Hesy,* et que l'on supposait être l'ancienne ville de *Lachis.* Commencés par M. Flinders Petrie, continués par M. Bliss, les travaux ont mis au jour, comme à Hissarlik, toute une série de villes superposées. En négligeant les divisions intermédiaires, on peut en compter huit, la première datant d'environ 1600 ans avant Jésus-Christ. Les deux villes supérieures correspondent à ce qu'on pourrait appeler la *période amorite,* caractérisée par une poterie spéciale, couverte parfois de signes singuliers. La troisième ville est contemporaine de la XVIII[e] dynastie égyptienne et montre en action l'influence de l'Égypte en Palestine à cette époque. On y a trouvé des scarabées et une tablette cunéiforme, analogue à celles de *Tell el Amarna.* Je me borne à noter, en ce qui concerne les

villes postérieures, la découverte de deux courtes inscriptions phéniciennes, et d'inscriptions grecques peu importantes.

Le fait le plus remarquable que présente l'histoire de ces fouilles est certainement la tablette cunéiforme. On ne saurait douter de son authenticité. Or, elle renferme précisément le nom d'un personnage connu par les tablettes de *Tell el Amarna*; elle présente des analogies paléographiques et matérielles évidentes avec celles de ces tablettes qui proviennent du sud de la Palestine. On peut donc considérer comme définitivement démontrée, à l'aide de ce rapprochement, l'authenticité des tablettes de *Tell el Amarna* elles-mêmes.

Je n'oserais pas affirmer avec autant d'assurance que la tablette de *Tell el Hesy* nous permette d'identifier, sans contestation possible, ce tertre avec la ville de Lachis. Sans doute notre document parle deux fois d'un certain *Zimrida*, et nous savons par les tablettes de *Tell el Amarna*, B. 104, 123, que *Zimrida* était gouverneur de Lachis (cfr B. 124). Mais nous savons aussi que la lettre de *Tell el Hesy* n'est pas adressée à *Zimrida* et qu'il n'y est question de lui qu'à la troisième personne. Il est celui « de qui l'on parle » et non celui « à qui l'on parle ». Dans ces conditions, on ne peut rien induire de la présence, à *Tell el Hesy*, de cette briquette cunéiforme, du moins en ce qui regarde l'identification proposée.

A un autre point de vue, la découverte est d'une capitale importance. Elle est, peut-on dire, le signe annonciateur de découvertes ultérieures dont l'intérêt se laisse facilement deviner. Cette tablette, antérieure à Moïse, n'est certes pas la seule que recèle le sol palestinien. *Tell el Amarna* nous montre à quel degré l'art du scribe et l'habitude d'écrire étaient portés à cette époque et dans ce pays. Et nous pouvons conjecturer, d'après la nature de ces documents, quelle espèce de renseignements nous fourniront les archives des petits potentats de la terre de Chanaan. Correspondances politiques ou commerciales, fragments mythologiques, dictionnaires de langues étrangères (cfr Flinders Petrie, *Tell el Amarna*), voilà sans doute ce que nous retrouverons ici comme là-bas. Et telle est la signification de la trouvaille faite

par M. Bliss. Pour en faire ressortir toute l'importance sous une forme qui paraîtra paradoxale, mais qui rend bien ma pensée, qu'on veuille se rappeler que le Musée de Berlin possède un certain nombre de dépêches provenant de Jérusalem, et antérieures à l'Exode. Ces dépêches font mention d'un temple consacré à NI. NIP (Adar), qui existait en cette ville, et qui est probablement le successeur de celui dont Melchisedec était prêtre. *Il n'est pas invraisemblable que nous trouvions un jour à Jérusalem des documents émanant de Melchisedec.*

La Section procède enfin aux élections pour le renouvellement du Bureau pendant l'année 1895-1896. Sont élus :

Président : R. P. Van den Gheyn, S. J.
Vice-Présidents : M. le M[is] de Trazegnies,
R. P. Bolsius, S. J.
Secrétaire : M. Fernand Van Ortroy.

Quatrième section.

—

Séance du 26 avril, à 3 heures. — La Section maintient son Bureau pour l'année 1895-1896. Elle décide aussi de conserver la question de concours des années précédentes.

M. Verriest fait ensuite une conférence sur la *Physiologie du travail.* Elle sera publiée ultérieurement.

Cinquième section.

—

Séance du mardi 23 avril. — M. J. de la Vallée Poussin, avocat, attaché au Ministère de la Justice, présente une communication *sur les lois qui président à la répartition de la petite propriété paysanne en Belgique.*

L'orateur s'est proposé d'étudier l'exploitation rurale en faire valoir direct. Il commence par faire remarquer les différences

énormes qui se remarquent, en divers points de la Belgique, sous le rapport de la fréquence de ce mode d'exploitation. Dans le canton d'Achel, 94 °/₀ de la terre sont cultivés par le propriétaire lui-même ; dans le canton d'Ypres, il n'y en a que 6 °/₀.

Il existe une relation entre la valeur des terres et la proportion des propriétaires exploitant en faire valoir direct. Pour l'ensemble du pays, on constate les faits suivants : terres valant 2,000 francs au plus l'hectare, 69 °/₀ exploitées en faire valoir direct; terres de 2,001 à 3,000 francs, 44°/₀ ; terres de 3,001 à 4,000 francs, 21 °/₀; terres de 4,001 à 5,000 francs, 21 °/₀; terres de 5,001 à 6,000 francs, 28 °/₀; terres de plus de 6,000 francs, 35 °/₀. Ce même phénomène s'observe dans les diverses parties du pays ; aussi M. de la Vallée Poussin lui reconnait-il le caractère de loi. Cette loi serait formulée de la sorte : en Belgique, la propriété paysanne se développe en raison inverse de la valeur de la terre.

M. de la Vallée Poussin fait remarquer que les derniers chiffres cités par lui semblent infirmer cette règle : à partir de la catégorie des terres valant plus de 5,000 francs l'hectare, on observe une augmentation du nombre des propriétaires. M. de la Vallée Poussin pense que ce fait provient de la façon dont le recensement agricole de 1880, d'où ces chiffres sont puisés, a été conçu : on a étendu trop loin le sens à attribuer aux mots *exploitation agricole*, de sorte que quantités de petites parcelles de terrain, n'ayant pas le caractère de véritables exploitations, ont été recensées. Or, la plupart de ces terres minuscules se trouvent dans le voisinage des grandes villes où, à cause des facilités de communication et de la proximité du marché, les terres sont à des prix élevés.

A propos de l'augmentation ou de la diminution du faire valoir direct, M. de la Vallée Poussin fait remarquer que des erreurs et des contradictions se sont glissées dans les chiffres du recensement de 1880. Ainsi, on y constate que le faire valoir direct n'aurait diminué que dans de très légères proportions depuis 1846, tandis que le nombre des locataires aurait augmenté de 450 °/₀. C'est une contradiction en apparence inexplicable et que,

du reste, la note résumant les résultats du recensement ne se charge pas du tout d'expliquer. Mais, s'il en est ainsi, c'est que les chiffres des recensements de 1846 et de 1866 sont inexactement reproduits dans le recensement de 1880. En réalité, le nombre des exploitants en faire valoir direct s'est accru dans des proportions notables, quoiqu'elles soient inférieures à celles du nombre des locataires.

Quand à l'influence de la race, M. de la Vallée Poussin est d'avis qu'elle est peu sensible. L'orateur produit des chiffres qui démontrent l'exactitude de cette conclusion; les différences constatées proviennent de l'abondance des petites parcelles de terres cultivées par des ouvriers dans les environs des grands centres industriels wallons.

M. de la Vallée Poussin fait ensuite remarquer que plus l'exploitation est morcelée, plus la faculté d'acquisition de la propriété est grande et plus considérable se trouve le nombre des exploitations en faire valoir direct.

Dans la Flandre orientale, on peut facilement observer ce fait, à cause de l'absence de cantons industriels en dehors des villes et de la valeur uniformément élevée de la terre dans tous les cantons ;

Exploitations de	3 hectares	en moyenne :	15 %	en faire valoir direct.
—	2 —	—	18 %	— —
—	1 ½ —	—	33 %	— —
— moins de	1 ½ —	—	37 %	— —

(*Applaudissements.*)

M. le comte Fr. van der Straten-Ponthoz, président de la section, félicite M. de la Vallée Poussin. La section a été heureuse d'entendre une communication qui offre tant d'éléments intéressants et nouveaux.

Après un échange d'observations auquel prennent part MM. Lagasse, Joly et Julin, la séance est levée.

ASSEMBLÉES GÉNÉRALES.

I

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MARDI 23 AVRIL 1895.

M. P. Mansion, secrétaire général de la Société pendant l'année 1894-1895, donne lecture du rapport suivant :

Messieurs,

Avant que notre Président donne la parole à l'un des conférenciers les plus aimés de notre pays, permettez-moi de vous faire, suivant l'usage, l'histoire rapide de la Société pendant l'année qui vient de s'écouler.

Nous avons publié, depuis la session d'avril 1894, quatre livraisons de la *Revue des questions scientifiques* et un nouveau volume des *Annales*, le XVIIIe; ou, pour parler plus exactement, il ne manque plus que quelques pages pour que l'impression de ce volume soit terminée.

La *Revue des questions scientifiques* a abordé, comme toujours, les sujets les plus divers dans le domaine des sciences physiques, naturelles et médicales (*). Nous ne pouvons citer tous les arti-

(*) Voici la liste des principaux articles : Surbled, *Les explications physiques de la mémoire*. — Dr Moeller, *Davos, étude climatologique et thérapeutique*. — Abbé Lefebvre, *La lèpre*. — R. P. Thirion, *John Tyndall*. — R. P. Dierckx, *L'homme-singe et les précurseurs d'Adam en face de la science et de la théologie*. — P. Masoin, *Physiologie du corps thyroïde*. — Mgr Lamy et le R. P. Van den Gheyn, *Le Congrès international des catholiques*. — G. Van der Mensbrugghe, *Histoire d'un grain de poussière*. — R. P. Ménager, *Le Popo et les Mimas*. — J. Marlin, *De l'introduction des sciences dans les humanités*. — Agricola, *Les hôtes de mon talus*. — P. Duhem, *Quelques réflexions au sujet de la physique expérimentale*. — R. P. Hahn, *Charcot et son influence sur l'opinion publique*. — R. P. Camboué, *Psychique de la bête, L'araignée*. — R. P. Zahm, *De la nécessité de développer les études scientifiques dans les séminaires ecclésiastiques*. — A. de Lapparent, *L'âge des formes topographiques*. — Abbé

cles intéressants qui y ont paru, mais nous devons signaler spécialement la spirituelle conférence de M. Van der Mensbrugghe sur l'histoire d'un grain de poussière; l'examen critique des théories transformistes, par le R. P. Dierckx; une monographie de la lèpre, par M. l'abbé Lefebvre; une étude de M. Duhem sur la portée de l'expérience pour infirmer ou confirmer les théories de la physique; un article de M. Marlin sur l'introduction des sciences naturelles dans le programme des humanités; enfin, un grand nombre de mémoires qui ont été présentés au Congrès scientifique international des catholiques en septembre 1894, mémoires dus à MM. de Lapparent, abbé Boulay, de Nadaillac, Arcelin, d'Acy, R. P. Van den Gheyn, etc. L'étude de M. Duhem, comme les précédentes du même savant, et celle de M. Vicaire sur la valeur objective des théories physiques, ont soulevé dans le camp des philosophes spiritualistes des discussions qui ne peuvent manquer d'être fécondes : après ces travaux consciencieux, le domaine de la métaphysique, ou au moins de la cosmologie, sera de mieux en mieux délimité d'avec celui des sciences physiques.

L'article de M. Marlin est un écho de la discussion *sur l'enseignement des sciences naturelles dans les collèges*, discussion qui a eu lieu à la Société scientifique de Bruxelles dans les sessions d'avril 1893, janvier et avril 1894. MM. Proost, Degive, Thiébauld, Wouters, ont préconisé, pour des raisons diverses, un enseignement des sciences naturelles concomitant avec celui qui constitue les humanités actuelles (grec, latin, français, flamand ou allemand, histoire et géographie, éléments des mathématiques, notions de physique et de cosmographie). Ils propo-

---

BOULAY, *La théorie de l'évolution en botanique.* — M[is] DE NADAILLAC, *Les populations lacustres de l'Europe.* — E. D'ACY, *L'âge des sépultures de Baoussé Roussé.* — R. P. VAN TRICHT, *L'exposition universelle d'Anvers.* — CH. LAGASSE et A. JULIN, *De la méthode scientifique en économie politique.* — A. ARCELIN, *Quelques problèmes relatifs à l'antiquité préhistorique.* — R. P. VAN DEN GHEYN, *Les pygmées.* — D[r] SURBLED, *Somnolence et sommeil.* — R. P. SCHMITZ, *Projet d'étude des bassins houillers belges.* — C. DE KIRWAN, *La théologie et la synthèse des sciences.* — ABBÉ M. DE BAETS, *L'homme de génie selon Lombroso.* — G. S. *La houille est-elle une roche éruptive?*

saient en même temps d'introduire dans cet enseignement classique des modifications plus ou moins profondes.

J'ai eu l'honneur de défendre devant la Société scientifique des réformes moins radicales: j'ai proposé de n'enseigner les sciences naturelles qu'après la rhétorique, dans une classe préparatoire à l'Université, pour ceux qui se destinent aux études médicales ou agricoles.

On trouvera, dans le tome XVIII des *Annales*, le résumé des vues émises dans cette discussion. Si j'en parle spécialement dans ce rapport, ce n'est pas seulement à cause de l'intérêt que la question m'inspire personnellement, mais pour montrer que la Société scientifique ne s'occupe pas uniquement de questions de sciences abstraites et qu'au besoin elle descend dans le champ des controverses pratiques les plus actuelles.

La dernière session d'octobre de la Société scientifique s'est tenue à Anvers. Nos sections ont reçu la plus aimable hospitalité au Collège archiépiscopal de Saint-Jean-Berchmans et au Collège Notre-Dame, de la Compagnie de Jésus; de plus, la section de médecine a visité l'hôpital des enfants. L'après-midi, notre séance générale a eu lieu, en présence de nombreux invités, dans l'une des salles de l'hôtel provincial mise gracieusement à notre disposition par M. le Gouverneur et par la Députation permanente du Conseil provincial. M. le baron Osy de Zegwaart a bien voulu prendre place à notre bureau et, après la brillante conférence du R. P. Van Tricht et les remerciements de notre président, il a exprimé en termes élevés la sympathie qu'il éprouvait pour notre œuvre et les vœux qu'il formait pour le développement de la Société scientifique.

La réception si cordiale que nous avons reçue à Anvers a laissé à tous les membres de la Société scientifique le meilleur souvenir, et je suis heureux d'être leur interprète aujourd'hui en exprimant une fois de plus notre reconnaissance pour leur aimable accueil à M. le Gouverneur d'Anvers, aux membres de la Députation permanente, ainsi qu'aux supérieurs des deux grands collèges catholiques de la ville.

J'ai parlé tantôt du Congrès scientifique des catholiques qui s'est tenu du 4 au 8 septembre et dont maintes communications ont été publiées dans la *Revue des questions scientifiques*.

L'œuvre des Congrès scientifiques internationaux des catholiques est une œuvre distincte de la Société scientifique de Bruxelles, et cependant il serait injuste de n'en rien dire dans ce rapport. Ce sont, en effet, les membres de la Société scientifique de Bruxelles présents à la seconde réunion du Congrès scientifique international des catholiques à Paris en 1891, qui ont assumé la tâche d'organiser la troisième session en Belgique; ce sont eux qui ont formé le premier noyau du comité qui a conduit à bonne fin cette grande entreprise; enfin, c'est le premier président de la Société scientifique, M. le Dr Lefebvre, qui a été aussi à la tête de la Commission et qui a été plus tard le président effectif du Congrès. Quinze à vingt des mémoires relatifs aux sciences physiques, naturelles ou médicales présentés au Congrès sont dus à des membres de notre Société et rentrent tout à fait dans le cadre des communications qui enrichissent d'ordinaire nos recueils. La Société scientifique a donc le droit de revendiquer une part du grand et légitime succès du troisième Congrès scientifique international des catholiques. Les savants catholiques, même lorsqu'ils travaillent isolément au progrès des connaissances humaines, prouvent tous les jours, d'une manière pratique, l'harmonie de la Science et de la Foi. Mais l'efficacité de leurs travaux dans cette direction est décuplée lorsqu'ils se réunissent sous un même drapeau, comme celui de la Société scientifique de Bruxelles. Elle est plus grande encore quand ils prennent part à une manifestation scientifique grandiose et éclatante comme le troisième Congrès scientifique des catholiques; c'est pourquoi j'ai cru devoir rappeler aujourd'hui la part que nos confrères ont prise à ses travaux et à son succès.

Pendant l'année qui vient de s'écouler, le nombre des membres de la Société scientifique est resté à peu près stationnaire, bien que nous ayons recruté un nombre assez considérable de nouveaux adhérents. Mais il y a eu aussi des démissions, tou-

jours regrettables et regrettées; puis la mort nous a enlevé quelques-uns de nos membres. Le temps et la compétence me manquent également pour rendre à tous l'hommage qu'ils méritent, mais qu'il me soit permis au moins d'en citer deux : M[gr] le prince Boncompagni et M. Claudio Jannet.

Le prince Boncompagni était l'un de nos membres fondateurs. Connu dans l'Europe entière pour la générosité inépuisable avec laquelle il encourageait toutes les recherches relatives à l'histoire des sciences physiques et mathématiques, il a créé et dirigé pendant vingt ans le *Bullettino di storia e di bibliografia delle scienze matematiche e fisiche,* ce prodigieux monument d'érudition minutieuse. Il y a publié une foule d'écrits mathématiques inédits, en latin, en hébreu, en arabe. Avant la création de ce recueil, par sa belle édition des œuvres de Léonard de Pise, il a pour ainsi dire restitué à l'histoire cette grande figure du moyen âge. Le prince Boncompagni appartenait à l'aristocratie romaine restée fidèle au Pape; il était aussi pieux et aussi charitable qu'érudit et fidèle à son prince. Aussi, comme l'a dit M. Favarò dans la notice qu'il lui a consacrée, sa mémoire vivra aussi longtemps qu'on appréciera chez les hommes non seulement l'érudition et la science, mais aussi les plus nobles qualités de l'esprit et du cœur.

Beaucoup d'entre vous se souviennent d'avoir applaudi ici-même Claudio Jannet, l'éminent conférencier qui vint à la Société scientifique nous entretenir des conditions économiques de l'Union américaine. La mort l'a enlevé à ses travaux, à la chaire qu'il avait illustrée à l'Université catholique de Paris, le 22 novembre dernier, à l'âge de cinquante ans. Comme vous le savez, on lui doit, outre un grand nombre d'articles sur des questions d'histoire et d'économie sociale, trois œuvres considérables qui assurent à son nom une place importante dans le domaine de la sociologie : sa monographie sur *les États-Unis contemporains,* son livre sur *le Socialisme d'État,* puis un volume non moins important sur *le Capital.* Après les ouvrages de Le Play, ce grand observateur dont la méthode sévère apparaît chaque jour avec plus d'éclat comme un instrument scientifique de premier ordre,

l'École de la Réforme sociale n'en a pas publié de plus importants que ceux de Claudio Jannet, l'illustre confrère que nous avons perdu. Personne plus que lui n'a été fidèle à la méthode du maître. « Avec le noble exemple de sa vie de travail et d'honneur, tous ceux qui l'ont connu garderont au cœur le souvenir de son clair regard et de son sourire aimant, et ceux à qui il a été donné de l'approcher aux heures suprêmes n'oublieront jamais l'admirable sérénité avec laquelle ce grand chrétien a regardé la mort et désiré Dieu. » (DELAIRE, *Réforme sociale*, 1er décembre 1894.)

Après vous avoir rappelé les deuils de la Société scientifique pendant l'année 1894, il est juste que je vous entretienne de ses joies.

Un membre de notre quatrième section a été l'objet de distinctions flatteuses de la part de l'Académie de Médecine de Belgique. Le prix Alvarenga a été accordé à une étude sur l'*Innervation du cœur*, de M. Heymans (en collaboration avec M. Demoor). L'Académie a exprimé en même temps le regret de ne pouvoir couronner également un autre travail, sur l'action physiologique de trois médicaments de la série grasse (disulfones acétoniques : sulfonal, trional et tétronal), dû à deux de nos confrères, MM. les docteurs Vanderlinden et De Buck. « Les trois mémoires soumis à votre appréciation, disait le rapporteur, sont des travaux originaux d'un grand mérite. Chacun aurait mérité le prix, s'il avait été seul présenté à l'Académie. » Au nom de la Société scientifique, nous félicitons nos chers confrères de la quatrième section d'avoir obtenu de pareils éloges (*).

Le premier président de la Société scientifique, le président du troisième Congrès scientifique international des catholiques, M. le Dr Lefebvre, a été promu cette année au grade de Commandeur de l'Ordre de Léopold et élu Sénateur par le Conseil provincial du Brabant.

(*) L'année précédente, M. le Dr Vanderlinden avait vu couronner par l'Académie royale de médecine son étude sur les fonctions du corps thyroïde (en collaboration avec M. le Dr Verstraeten).

En voyant s'accumuler chez lui télégrammes, lettres, cartes de félicitations, le savant professeur de Louvain a pu constater combien de confrères, d'amis, de familles reconnaissantes s'associaient à la distinction qui venait de lui être accordée.

Je suis personnellement heureux, dirai-je, en empruntant ces paroles à notre confrère M. Masoin, d'être en ce moment l'interprète de la Société scientifique pour exprimer à notre sympathique ancien Président, retenu loin de nous par une indisposition, les plus chaleureuses félicitations. Elles s'adressent au savant, à l'écrivain d'élite, au praticien qui a mis à la fois son intelligence et son cœur au service de l'humanité souffrante.

Un autre membre de la Société scientifique a été récemment aussi l'objet d'une distinction dont lui seul s'est étonné : sur l'initiative de Son Excellence le Nonce Apostolique près la Cour de Bruxelles, M. Lagasse-de Locht, ingénieur en chef directeur des Ponts et Chaussées, a été nommé Commandeur de l'Ordre de Pie.

La vieille amitié qui m'unit à lui depuis trente ans me permettrait, si j'en avais le temps, de vous faire le tableau des labeurs constants et généreux qui lui ont valu cet honneur si dignement mérité. Dans le champ de l'économie sociale et dans celui de l'art de l'ingénieur, deux domaines où notre cher confrère met en pratique cette féconde méthode d'observation dont je parlais tantôt à propos de Le Play, il a su se créer une position éminente. Sa nomination au grade de Commandeur de l'Ordre de Pie vient de la consacrer. Comme membre de la Société scientifique, nous nous rappelons aussi le dévouement que M. Lagasse a montré à notre œuvre depuis vingt ans et particulièrement pendant l'année critique où une mort inopinée nous enleva notre guide, le R. P. Carbonnelle. C'est donc de tout cœur qu'à lui aussi nous adressons nos meilleures félicitations.

Je viens de citer Son Excellence Mgr Nava di Bontifè. Sans le deuil récent qui a frappé si cruellement cet illustre protecteur de la Société scientifique, nous lui aurions exprimé aujourd'hui nos respectueuses félicitations à l'occasion de son élévation au

siège archiépiscopal de Catane, avec nos regrets de le voir s'éloigner de la Belgique. Mais le silence convient mieux dans les circonstances actuelles, et nous nous contenterons de l'accompagner dans sa patrie, de nos vœux les plus ardents et les plus sincères.

Permettez-moi d'évoquer un nom encore à propos des distinctions honorifiques des membres de la Société : celui de M. Pasteur. M. Pasteur a été nommé cette année Grand-Officier de l'Ordre de Léopold. Cette fois, je l'avoue, ce n'est pas à l'illustre savant, mais à notre Gouvernement que j'adresse des félicitations. Le 25 décembre 1892, lors de la fête qui a réuni l'élite intellectuelle des deux mondes autour de Pasteur, les circonstances ne se prêtaient pas à une participation officielle du Gouvernement belge à cette grande manifestation. Mais la Belgique devait trop de reconnaissance à Pasteur pour qu'à la première occasion elle ne lui témoignât pas sa gratitude. Nous sommes heureux que cette occasion se soit présentée et nous remercions le Gouvernement belge de l'avoir saisie avec empressement.

Le grand nom de Pasteur nous fait songer à cette controverse retentissante où récemment l'on a parlé d'une part de la banqueroute de la science et où, de l'autre, on a affirmé avec hauteur la marche ascendante et la prochaine victoire du positivisme matérialiste. L'œuvre scientifique de Pasteur est à elle seule une réfutation de ces exagérations en sens contraires, mais qui s'expliquent aisément. Comme le disait naguère Mgr d'Hulst : « La science pure a été chargée de suffire à tout, de fournir à la vie individuelle, à la vie sociale elle-même, tous les éléments qui les constituent. C'est de cette science ainsi détournée de sa mission, accablée sous le poids d'une œuvre pour laquelle elle n'est point faite, qu'on a pu dire naguère qu'elle avait failli aux espérances de l'humanité. En réalité, la science n'a trompé ni trahi personne : dans le domaine qui est vraiment le sien, elle a étonné notre âge par la fécondité de ses méthodes et la magnificence de ses résultats ; les promesses qu'elle n'a pas su tenir sont celles qu'elle-même n'avait pas faites et qu'on n'avait pas le droit de faire en son nom. »

Complétons ces paroles par une pensée plus haute encore que celle de l'éminent orateur de Notre-Dame : « La science, a dit le Concile du Vatican, quand elle reste fidèle à sa propre méthode, conduit à Dieu, sa grâce aidant. »

C'est par cette grande et consolante déclaration que je clos ce Rapport sur la *Société scientifique* pendant l'année 1894-1895.

M. le Secrétaire général fait connaître à l'Assemblée générale la proposition suivante relative aux comptes de la Société. Comme les exercices annuels se clôturent au mois de décembre, le Conseil propose de renvoyer à la session de janvier la lecture du Rapport du Trésorier sur la situation financière de la Société. Cette proposition est adoptée.

M. Jules Leclercq fait ensuite une conférence sur l'*Ile Maurice*. Cette conférence a paru ultérieurement dans un volume publié par notre savant confrère sous le titre : *Au pays de Paul et Virginie*.

II

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MERCREDI 24 AVRIL 1895.

M. le Cte Domet de Vorges, délégué par la Société bibliographique de Paris, donne lecture du rapport suivant :

« Messieurs, la Société bibliographique est bien connue de la plupart d'entre vous. La parole aimée de notre sympathique ami, M. le chanoine Delvigne, vous en a plusieurs fois entretenus. Je n'ai donc point à vous la faire connaître. Je viens seulement causer avec vous, comme avec de vieux amis, de nos difficultés, de nos succès et de nos espérances.

Toute société humaine ne se maintient que par un travail incessant. A mesure quelle grandit, et plus elle grandit, plus elle est exposée à des pertes. Il en est une qui nous est commune avec vous, et qui laisse parmi nous un bien grand vide. Le secrétaire général de la Société scientifique vous a rappelé hier les nombreux et importants travaux de M. Claudio Jannet, et la

haute autorité qu'il s'était acquise sur les questions d'économie sociale. Il ne me reste qu'à me joindre à lui pour exprimer combien il nous a été pénible de voir disparaître ce causeur si aimable, cet orateur si fin et si élégant, cet esprit si sûr et si large, si profondément imbu des grands principes de la civilisation chrétienne. Pourquoi la Providence nous enlève-t-elle de tels maîtres, juste au moment où s'agitent les questions sociales les plus redoutables, et où l'on voit des hommes, quelquefois même bien intentionnés, mettre en avant les solutions les plus risquées! Jamais la science sociale catholique n'a eu plus besoin de guides éclairés et prudents. M. Claudio Jannet eût été un de ces guides. Puisse la Société d'économie politique catholique, dont il est le fondateur, trouver dans son souvenir et dans ses enseignements assez de force pour lutter contre le courant qui nous entraîne aux abîmes.

Mgr le comte de Paris, dans son zèle royal pour toutes les choses bonnes et chrétiennes, avait bien voulu aussi être inscrit sur nos listes. La mort prématurée de ce prince, dans un exil immérité et si pénible à un cœur profondément français, ne nous prive pas complètement de l'honneur qu'il avait voulu nous faire, puisque son auguste fils, Mgr le duc d'Orléans, a bien voulu le remplacer.

D'autres morts nous ont été aussi bien pénibles : celle de M. le baron de Chamborant, le vice-président si aimable et si distingué du salon bibliographique; celle du P. Martinov, depuis longtemps notre collègue au Conseil de la Société, un des hommes les plus compétents sur les questions touchant au monde slave; celle du baron des Rotours, député du Nord; celle de Mgr Ducellier, archevêque de Besançon; celle de M. l'abbé Le Rebours, le si sympathique et si charitable curé de la Madeleine, etc., etc.

Les morts ne sont jamais remplacés. Chaque homme distingué a dans cette vie un rôle qu'il remplit avec des qualités spéciales qu'on regrette toujours quand elles ont disparu. Mais les vides se comblent et les institutions humaines peuvent suivre leur marche. C'est ainsi que nous avons eu l'honneur d'inscrire sur nos listes, dans l'année écoulée, Mgr le duc d'Alençon et sept évêques : Mgr Geraïgiry, évêque de Paneas, du rit grec, qui a

bien voulu présider notre dernière assemblée générale; Mgr Bouvier, évêque de Tarentaise; Mgr Cléret, évêque de Laval; Mgr Grandin, évêque de Saint-Albert (Canada); Mgr Laferrière, évêque de Constantine; Mgr Foucault, évêque de Saint-Dié; Mgr Mathieu, évêque d'Angers. Les adhésions si nombreuses des hauts dignitaires de l'Église sont une preuve des avantages qu'ils reconnaissent à notre Société pour la propagation des bonnes lectures et des saines doctrines.

Nous avons reçu également l'adhésion du P. Zahm, professeur à l'Université de Notre-Dame dans l'Indiana, dont les vues hardies et l'éloquence originale nous ont si vivement intéressés au dernier congrès scientifique international des catholiques.

En tout, la Société a admis dans l'année 1894 près de cent nouveaux membres.

Mais pour grandir notre recrutement, il est nécessaire de maintenir dans la Société une activité incessante. On ne va que vers ce qui vit et ce qui agit. Cette activité se révèle, dans notre organisation, par la création de comités locaux, par des assemblées régionales et enfin par des congrès provinciaux.

L'année qui vient de s'écouler a vu éclore deux nouveaux comités : le comité de l'Eure et celui du Rhône. Deux assemblées de sociétaires ont été réunies, une à Besançon pour la Franche-Comté et une au Mans pour la Sarthe. Cette dernière a été particulièrement nombreuse et nous a procuré de précieuses adhésions.

Le congrès provincial a été réuni cette année à Montpellier, du 11 au 14 février, sous la présidence d'honneur de Mgr de Cabrières, évêque de cette ville. Je dis présidence d'honneur, parce qu'il y avait un président titulaire, M. le vicomte de Bonald; mais en fait Mgr de Cabrières ne s'est pas borné à honorer le congrès de sa haute adhésion. Aidé par M. le chanoine Sahut, il a été le véritable organisateur et l'âme du congrès. Grâce à ses efforts, l'assemblée a réuni plus de cinq cents personnes. L'archevêque de Bordeaux, les évêques de Rodez, de Carcassonne et de Perpignan y étaient représentés. De très intéressants travaux ont été présentés sur l'histoire du Languedoc, par M. Douais ; sur l'Académie de Montpellier, par M. Guibal; sur

sainte Silvia, par Dom Cabrol; sur la révolte du Quercy en 1707, par M. Taillefer; sur l'histoire d'Aniane, par M. Cassan, etc. Dans une éloquente allocution, M[gr] de Cabrières a fait lui-même l'histoire du livre; il a démontré son utilité et la nécessité de nous en servir pour la gloire de Dieu.

Le congrès s'est terminé par une excursion au site pittoresque de Saint-Guilhem.

Résultat plus appréciable pour nous, cette réunion nous a amené quatre-vingt-onze nouveaux sociétaires.

Vous voyez, Messieurs, que l'activité de notre président, M. le marquis de Beaucourt, ne s'endort pas et que notre Société étend par toute la France son action féconde et moralisatrice.

Les œuvres de la Société, qui sont en définitive son but dernier et sa raison d'être, ne cessent pas non plus de se développer. Elle a fait dans l'espace d'une année 471 dons de livres soit à des écoles, soit à des bibliothèques paroissiales, soit à des bibliothèques soutenues par des œuvres privées. Elle entretient à Paris 123 bibliothèques circulantes ayant en dépôt 6150 volumes. L'œuvre des bibliothèques circulantes est placée spécialement sous la surveillance de dames patronnesses. Chaque bibliothèque inscrite reçoit au début de l'année un fonds de livres que l'année suivante elle échange avec une bibliothèque voisine. On remédie ainsi à un des principaux inconvénients des bibliothèques populaires : fondées la plupart avec peu de ressources, elles n'ont ordinairement qu'un petit nombre de volumes que les lecteurs ont bien vite lus et relus. En devenant circulantes, ces bibliothèques s'assurent un fonds toujours renouvelé. Notre intention n'est pas de borner cette institution à la seule capitale. Plusieurs essais heureux ont déjà été faits dans divers départements. Mais il est évident que la concentration parisienne offrait à cet égard des facilités spéciales.

Une autre institution, toute récente celle-ci, et déjà très goûtée, est celle des bibliothèques renouvelables. En payant 5 ou 10 francs par an, on peut s'assurer l'envoi de 25 ou de 50 volumes de propagande populaire, qui sont repris et remplacés chaque année. Dans une commune rurale, c'est beaucoup de bien presque pour rien.

Enfin, les membres de la Société n'oublient pas que celle-ci est créée non seulement pour propager les bons livres, mais pour en faire. Beaucoup de nos confrères ont publié d'intéressants travaux. Nous citerons, à titre d'exemples : *La Littérature catholique et nationale*, par M. L. Gautier; l'histoire de *l'abbé Receveur*, par M. le chanoine Suchet; *Napoléon, son génie et son rôle*, par M. Marius Sepet; *La Sicile, Le fils du Chouan*, par M. Roger Lambelin; *Un évêque de l'ancien régime, la vie en France sous le premier empire*, par M. le vicomte de Broc; *Un évêque ambassadeur au XVIe siècle*, par M. le marquis des Moustiers-Merinville; l'histoire de *l'enseignement primaire dans la Gironde*, par M. le chanoine Allain; enfin une nouvelle édition critique des *Lettres de la reine Marie-Antoinette*, par MM. de Beaucourt et de la Rocheterie.

Pour aider les chercheurs, le *Bulletin* de la Société bibliographique publie les questions que l'on veut bien lui adresser. Bien souvent, un auteur est arrêté complètement par l'impossibilité de découvrir un renseignement essentiel. Le *Bulletin* lui prête sa publicité. Il imprime sa demande, et très souvent la réponse ne tarde pas à arriver par le même intermédiaire.

Messieurs, il n'y a pas très longtemps que nos Sociétés se sont reconnues et fédérées, mais de fait elles sont sœurs, elles sont nées de la même inspiration : la nécessité de maintenir l'union de la science et de la foi. Ce que vous faites surtout dans le domaine des sciences proprement dites, nous le faisons plus spécialement dans le domaine des sciences historiques.

C'est par la science que l'on prétend combattre aujourd'hui la religion, c'est en répandant la science que l'on cherche à arracher la foi du cœur du peuple. Voyez cette ligue de l'enseignement fondée, il y a quarante ans, par I. Macé et qui aujourd'hui est chez nous maitresse du pouvoir; voyez les circulaires des loges maçonniques, c'est toujours par l'enseignement, les écoles primaires, les cours du soir, les conférences, les livres amusants que l'on cherche à déchristianiser les masses. On a découvert que la science est un vin généreux mais qui trouble les estomacs novices, et on le verse avec une générosité diabolique à ceux qui ne sont pas en état de le supporter. Dans ce danger, que faire?

Faut-il, avec des gens timides, se boucher les oreilles, déclarer que la science est l'ennemie et prêcher la foi du charbonnier? La foi du charbonnier est très bonne pour celui qui n'est que charbonnier, mais elle est une faute et un péril pour celui qui, pouvant avoir quelque science, n'a pas une instruction religieuse égale. Le peuple a goûté de ce vin, il l'a trouvé bon, on ne peut plus le lui refuser. Surtout il a été séduit par les merveilles que la science enfante tous les jours. S'il ne croit plus, c'est surtout parce qu'il s'imagine que c'est là le bon ton, le ton des gens au courant des nouvelles découvertes. Il ne faut pas lui refuser le savoir, mais il faut, autant qu'il est en nous, le lui doser raisonnablement. Il faut surtout mettre le remède à côté du poison, lui montrer le véritable aspect des choses, l'inanité des conséquences troublantes que l'on prétend tirer de certaines théories, les mensonges intéressés dont sont remplies les histoires qu'on lui présente; lui faire sentir que si les nations chrétiennes sont si supérieures en savoir, c'est précisément parce qu'elles sont chrétiennes, parce que le christianisme a répandu chez elle des habitudes de sagesse, de droiture de jugement, un besoin de se rendre compte des choses et d'aller jusqu'au dernier fond, qui sont les plus puissants leviers de la science et de la civilisation modernes. Enfin tenons haut et ferme dans la même main les drapeaux réunis de la science et de la foi. Montrons par les faits qu'il est absolument faux que l'incrédulité soit la conséquence naturelle de la science, que beaucoup de savants et des meilleurs sont parmi les meilleurs chrétiens, que les savants qui sont incrédules le sont pour d'autres motifs que leur science. C'est l'honneur de nos deux Sociétés, Messieurs, d'avoir vu de bonne heure où se portait aujourd'hui la lutte entre le bien et le mal et de s'être établies des premières sur ce nouveau champ de bataille.

Cette lecture terminée, M. Ch. Lagasse-de Locht fait une conférence sur *Les origines et le mouvement scientifique de la démocratie chrétienne en Belgique*. Ce sujet ayant été traité à la 5e section lors de la réunion de janvier dernier, nous renvoyons au *Bulletin* de cette session (pp. 49 et suiv.) pour l'analyse de cette conférence.

III

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 25 AVRIL 1895.

M. Alfred Dewèvre entretient l'assemblée *des principaux produits végétaux du Congo belge.* Sous les yeux de l'auditoire s'étalent en quatre tableaux méthodiquement dressés les plantes utiles du Congo; le conférencier, après avoir établi la distinction entre les productions indigènes et celles qui ont été introduites, les passe successivement en revue, en signalant pour chacune d'elles son origine, son mode d'exploitation, les usages auxquels elle se prête, son importance commerciale, etc., etc. Dans cette rapide énumération de produits si nombreux et si variés, il insiste plus particulièrement sur ceux dont l'exportation offrira plus de ressources.

M. le secrétaire général proclame le résultat des élections pour 1895-1896. Sont élus :

Président, M. Eug. Vicaire.
1er *Vice-Président,* M. Alph. Proost.
2e *Vice-Président,* M. André Dumont.
Secrétaire général, M. Paul Mansion.
Trésorier, M. Jules De Bruyn.
MM. le Mis de la Boëssière-Thiennes.
Chanoine Delvigne.
Général De Tilly.
Fr. Dewalque.
Gust. Dewalque.
Cap. Goedseels.
Louis Henry.
Godefroid Kurth.
Ch. Lagasse-de Locht.
Dr Lefebvre.
Dr Moeller.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Chanoine Swolfs.
Léon t' Serstevens.
Ch. de la Vallée Poussin.

LISTE DES OUVRAGES

OFFERTS A LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES,

du 15 mars au 1er décembre 1895.

E. d'Acy. Encore les sépultures des grottes des Baoussé-Roussé, réplique au Dr R. Verneau. Extrait de l'*Anthropologie*, t. VI, n° 3. — Paris.

Quelques observations relativement au gisement interglaciaire de Villefranche, par E. d'Acy. Extrait des *Bulletins de la Société d'Anthropologie de Paris*. — Beaugency, 1895.

Comisión geológica mexicana. Expedición científica al Popocátepelt. José G. Aguilera y Ezequiel Ordoñez. — Mexico, 1895.

Observatorio de Manila. Baguios ó Tifones de 1894, por el P. José Algué, S. J. — Manila, 1895.

Bibliothèque de philosophie contemporaine. De la contingence des lois de la nature, par Émile Boutroux. Deuxième édition. — Paris, 1895.

Anciens et nouveaux ventilateurs aspirants employés à l'exploitation des mines. Théorie, applications, par Félix Brabant. — Namur, 1892.

Exercices méthodiques de calcul intégral, par M. Ed. Brahy. — Paris, 1895.

Questions actuelles d'Écriture sainte, par le R. P. Joseph Brücker, S. J. — Paris, 1895.

Cours élémentaire d'électricité, par M. Bernard Brunhes. — Paris, 1895.

Boletín de la Comisión geológica de México. Núm. 1. Fauna fosil de la Sierra de Cadorce (San Luis Potosi), por A. del Castillo y J. G. Aguilera. — México, 1895.

Le *Compte rendu* du troisième Congrès scientifique des catholiques, par Jean d'Estienne. Extrait de la *Revue du Monde catholique*, octobre 1895.

Les Séricigènes sauvages de la Chine, par A.-A. Fauvel. — Paris, 1895.

Sur l'origine du monde, théories cosmogoniques des anciens et des modernes, par H. Faye, de l'Institut. Troisième édition. — Paris, 1896.

Essais sur la philosophie des sciences. Analyse, mécanique, par C. de Freycinet, de l'Institut. — Paris, 1896.

Higiene colonial en Cuba, por el Dr D. Antonio de Gordon y de Acosta. — Habana, 1895.

Discurso leído en el dia 19 de Mayo de 1895 en la sesion solemne de la R. A. de ciencias medicas, fisicas y naturales de la Habana por el Presidente Dr D. Antonio de Gordon y de Acosta. — Habana, 1895.

Discurso leído en el Colegio de Farmaceúticos de la Habana en el dia 29 de Septiembre de 1895 por el Dr D. Antonio de Gordon y de Acosta. — Habana, 1895.

De Garebeg's te Ngajogyakarta, door J. Groneman. — S'Gravenhage, 1895.

Charles Janet. Sur les nids de la *Vespa crabro* L.; ordre d'apparition des alvéoles. — Sur la *Vespa crabro* L.; ponte, conservation de la chaleur dans le nid. Extraits des *Comptes rendus de l'Acad. des sciences.*

Id. Études sur les Fourmis, huitième note. Sur l'organe de nettoyage tibio-tarsien de *Myrmica rubra* L. Extrait des *Ann. Soc. ent. de France.*

Id. Études sur les Fourmis, les Guêpes et les Abeilles, neuvième note. Sur *Vespa crabro,* histoire d'un nid depuis son origine. Extrait des *Mém. Soc. zool. de France.* — Dixième note. Sur *Vespa media, V. sylvestris* et *V. saxonica.* Extrait des *Mém. Soc. Acad. de l'Oise.* — Onzième note. Sur *Vespa germanica* et *V. vulgaris.* Limoges, 1895.

Le Dépeuplement des campagnes, par Émile Jottrand, avocat. Lecture faite à la Société des sciences, des arts et des lettres du Hainaut. — Mons, 1895.

Carte pluviométrique de la Belgique, et La Pluie en Belgique, par A. Lancaster. — Bruxelles, 1895.

Sur la période de froid du 27 janvier au 17 février 1895, par A. Lancaster. — Bruxelles, 1895.

Congrès de la science de l'atmosphère, Anvers 16-18 août 1894. Communications faites par A. Lancaster. — Anvers, 1895.

Bibliothèque de philosophie contemporaine. Étude sur l'espace et le temps, par Georges Lechalas. — Paris, 1896.

Histoire de la philosophie atomistique, par Léopold Mabilleau. — Paris, 1895.

Leçons nouvelles sur l'analyse infinitésimale et ses applications géométriques, par M. Ch. Méray. Deuxième partie. — Paris, 1895.

Fernand Meunier. Divers extraits du *Bulletin des séances et Bulletin bibliographique de la Société entomologique de France,* 1895.

Leçons élémentaires de télégraphie électrique (2e édition), par L. Michaut et M. Gillet. — Paris, 1895.

Stéréochimie, par Éd.-Gabriel Monod. — Paris, 1895.

Foi et science, par le marquis de Nadaillac. Extrait du *Correspondant*. — Paris, 1895.

Abaque en points isoplèthes de l'équation de Képler, par M. Maurice d'Ocagne. Extrait du *Bulletin de la Société mathématique de France*.

Sur l'existence et la propagation des oscillations électro-magnétiques dans l'air, par M. A. Perot. — Marseille.

Électricité industrielle, quatrième année. Leçons sur les notions fondamentales relatives à l'étude pratique des courants alternatifs, cours public professé par M. J. Pionchon à la Faculté des sciences de Grenoble. — Grenoble, 1895.

La Grotte de la Chantoire, dite trou des Sottais, par J.-S. Renier. — Bruxelles, 1895.

Observatorio de Manila. La Scismología en Filipinas, por el P. Miguel Saderra Masó, S. J. — Manila, 1895.

Actualités scientifiques. Marquis de Salisbury. Les Limites actuelles de notre science. Traduit par W. de Fonvielle. — Paris, 1895.

Resultate der im Sommer 1894 in dem Südlichsten Theil Norwegens ausgeführten Pendelbeobachtungen, von O. E. Schiötz. — Kristiania, 1895.

Arturo Soria y Mata. Origen poliédrico de las espécies. — Madrid, 1894.

Le Contrat de travail, étude de droit social et de législation comparée, par Émile Stocquart. — Bruxelles-Paris, 1895.

Les Hybrides des Oiseaux et des Mammifères rencontrés à l'état sauvage, par M. A. Suchetet. Extrait du *Compte rendu* du troisième Congrès scientifique international des catholiques, 1894. — Bruxelles, 1895.

Quatre lettres autographes de Gérard Mercator à Henri de Rantzau, par F. Van Ortroy. Extrait du *Compte rendu* de la Commission royale d'histoire.

L'École pratique de physique. Cours élémentaire de manipulations de physique, par M. Aimé Witz. Deuxième édition. — Paris, 1895.

Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoire. Section de l'ingénieur : de la Baume Pluvinel, La Théorie des procédés photographiques. — G. Dariès, Cubature des terrasses et mouvement des terres. — Ph. Hall, Des Marées. — Lieut.-col. Hennebert, Bouches à feu. — H. Laurent, Théorie et pratique des assurances sur la vie. — Léauté et Bérard, Transmissions par câbles métalliques. — G. Leloutre, Le Fonctionnement des machines à vapeur. — G.-H. Niewenglowski, Applications scientifiques de la photographie. — X. Rocques, Analyse des alcools et des eaux-de-vie. — Sidersky, Polarisation et saccharimétrie. — Sorel, La Distillation. — Vallier, Balistique des nouvelles poudres; — Balistique extérieure.

Section du biologiste : Charrin, Poisons de l'organisme : poisons du tube digestif. — Henocque, Spectroscopie biologique : spectroscopie du sang. — F. Le Dantec, La Matière vivante. — Victor Meunier, Sélection et perfectionnement animal. — J. Thoulet, Guide d'océanographie pratique.

*
* *

Actes de la Société scientifique du Chili. Tome IV (1894), cinquième livraison. — Santiago, 12 août 1895.

Anales de la Asociación de ingenieros y arquitectos de México. Tomo IV, entregas 4-9. — México, 1894-1895.

Annales de la Faculté des sciences de Marseille, tome IV, fascicules I-II.

Annales de l'Observatoire royal d'Uccle, septembre 1893. — Bruxelles, 1894.

Annales de la Société géologique de Belgique. Tome XX, troisième livraison; tome XXI, troisième livraison; tome XXII, première et deuxième livraisons.

Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, to July 1893.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1894. — Rio de Janeiro, 1893.

Item para o anno de 1895. — Rio de Janeiro, 1894.

Astronomische Beobachtungen und Vergleichung der astronomischen und geodätischen Resultate. — Cristiania, 1895.

Bollettino della Società romana per gli studi zoologici. Anno II, n. 1-8. Anno III, n. 1-6. Anno IV, n. 1-4.

Bulletin de mathématiques élémentaires publié sous la direction de B. Niewenglowski. N°s 1-4. — Paris, 1895.

The Catholic University Bulletin, Vol. I, N. 1. — Washington, 1895.

Bulletin of the Geological Institution of the University of Upsala, edited by Hj. Sjögren. Vol. II, Part I, N. 3. — Upsala, 1895.

University of Nebraska. Bulletin of the Agricultural Experiment Station of Nebraska. Vol. VIII, Art. II. — Lincoln Nebr.

Observatoire Saint-Louis, Jersey. Bulletin des observations météorologiques. Première année, 1894. — Saint-Hélier, 1895.

Congrès de l'atmosphère, organisé sous les auspices de la Société royale de géographie d'Anvers, 1894. Compte rendu, par le chevalier Le Clément de Saint-Marcq. — Anvers, 1895.

XI Congreso de Americanistas. Reunión en México, de 15 al 20 de octubre de 1895. Programa. — México, 1895.

Office international de bibliographie, Hôtel Ravenstein, Bruxelles. Decimal Classification : Tables générales. — Sociologie; tables méthodique et alphabétique. — Bruxelles, 1895.

Journal de l'École polytechnique, soixante-quatrième cahier. — Paris, 1894.

Proceedings of the California Academy of Sciences. Second Series, Vol. IV, Part 1-2. — 1894-1895.

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Vol. XVII, XIX. Sessions de 1890-91 et 1891-92.

Publications de l'Institut grand-ducal de Luxembourg, section des sciences naturelles et mathématiques. Tome XXIII. — Luxembourg, 1894.

Revue semestrielle des publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la Société mathématique d'Amsterdam. Tome III, première et deuxième parties. — 1895.

Revue thomiste, troisième année, n° 4, septembre 1895. — Paris.

Séances de la Société française de physique, année 1894, quatrième fascicule; année 1895, premier fascicule. — Paris.

Syllabus of Lectures of the Catholic Summer School of America, Fourth Session, July 6-August 19, 1895.

Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis; vol. VI, n° 18; vol. VII, n° 1-3.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh, Vol. XXXVI, Part II, III, (1890-91); Vol. XXXVII, Part I, II (1891-92).

La Union social, revista mensual, cientifica y literaria. Año I, n°s 1, 2. — Qrito, 1895.

Johns Hopkins University Circulars, Vol. XIV, N. 119. — Baltimore, June, 1895.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.



SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

OBSERVATIONS

SUR

QUELQUES DIPTÈRES TERTIAIRES

ET

CATALOGUE BIBLIOGRAPHIQUE COMPLET SUR LES INSECTES FOSSILES DE CET ORDRE

PAR

Fernand MEUNIER.

Dans une série de notices précédentes (*), je me suis occupé des diptères que l'on rencontre dans les différents terrains tertiaires d'Europe, et plus particulièrement de ceux qui ont été englués dans l'ambre de la mer Baltique.

Je me propose maintenant de compléter mes observations antérieures et de faire une minutieuse critique des travaux qui ont été publiés sur les insectes fossiles appartenant à cet ordre.

Mais il me semble indispensable de donner d'abord quelques généralités sur l'histoire de ces intéressants êtres et d'expliquer comment des bestioles aussi frêles qu'un grand nombre de nos mouches ont été emprisonnées dans la résine.

(*) Voir *Index bibliographique.*

Comme on le sait, l'ambre est tout simplement un produit extravasé des plantes de la famille des conifères. Cette matière bitumineuse se charge facilement d'électricité négative et a une densité de 1.078. Elle se brise conchoïdalement, et lorsqu'on la distille, elle produit de l'acide succinique ($C^8H^6O^8$) et un résidu désigné sous le nom d'huile de succin. On trouve des gisements d'ambre en France, en Sibérie, en Sicile, en Allemagne, mais principalement en Prusse, sur les côtes de la mer Baltique (de Memel à Dantzig). Il en existe aussi en Angleterre, dans l'Amérique du Nord et à Madagascar (*).

Lorsqu'on examine un grand nombre de fragments de diptères provenant de cette résine, on est d'abord étonné de n'y rencontrer que des mouches appartenant à des familles dont les représentants sont tous très faiblement armés pour résister aux causes de destruction extérieures et dont la longueur du corps ne dépasse ordinairement pas 10 millimètres. Mais si l'observateur étudie et compare attentivement la morphologie de leurs différents organes, s'il voit combien est peu résistante la couche de chitine qui revêt leur corps, il comprendra immédiatement pourquoi nos connaissances seront toujours très imparfaites sur la faune des diptères qui habitaient la Prusse pendant la période éocène.

En s'égarant sur la résine des *Pinus succinifer* pendant le vol ou à l'époque de l'accouplement, un grand nombre de mouches y ont trouvé la mort. La nature qui, avec les mêmes organes légèrement modifiés, peut donner naissance à des fonctions qui paraissent d'abord si dissemblables entre elles, fait aussi disparaître, par un procédé très simple, cette myriade de gracieux et frêles diptères, qui dans leurs mouvements fébriles ont voulu boire trop avidement à la coupe de la vie.

En effet, au commencement du printemps, les bourgeons des

(*) On a aussi rencontré des diptères dans la résine qui coule de certaines légumineuses d'Amérique.

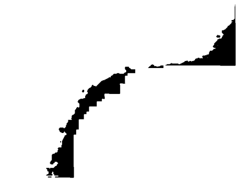
Dans le grès vert étage cénomanien du crétacé moyen, dans les marnes et les gypses tertiaires, on a également signalé la présence du succin.

marronniers, des peupliers et de beaucoup d'arbres fruitiers sont enduits d'une substance collante appelée *propolis*. Si, avec une lanterne, on explore au crépuscule les bois et les endroits où croissent ces arbres, on verra immédiatement que des milliers de mouches forment dans l'air des danses ascendantes et descendantes qui sont toujours les préludes de l'amour! La nuit arrive..... puis l'aube! Si maintenant on retourne visiter les bourgeons de ces plantes, on les trouvera littéralement couverts de cadavres. Ils affectent des poses diverses, ce qui prouve combien ils ont fait d'efforts pour s'échapper de cette *propolis*, qui a mis un terme à la continuation de leur existence déjà si courte. On peut compter facilement jusqu'à vingt individus de *Chironomus*, *Ceratopogon*, *Sciara*, etc., sur un seul bourgeon. Les diptères de grande taille, ou dont le thorax, l'abdomen et les pattes sont armés de macrochètes, ne se rencontrent que très rarement dans l'ambre.

On connait avec certitude les familles suivantes : les *Tabanidae*, *Leptidae*, *Xylophagidae*, *Empidae*, *Bombylidae*, *Acroceridae*, *Dolichopodidae*, *Syrphidae*, *Pipunculidae*, *Therevidae*, *Tanypezinae*, *Helomyzinae*, *Ephydrinae*, *Drosophilinae*, *Chloropinae* et *Conopidae*.

Actuellement, les *Anthomyinae*, *Tachininae*, *Dexinae*, *Muscinae* et *Sciomycinae* sont seulement connus par quelques fossiles douteux. Enfin, on ne mentionne aucun genre appartenant aux autres familles.

Pour terminer l'histoire générale des mouches fossiles, je crois bien faire en donnant quelques renseignements sur les empreintes qui ont été trouvées dans les terrains liasique et jurassique de l'époque secondaire. Les diptères de ces antiques époques ne sont connus que par quelques restes fréquemment peu caractéristiques et qui laissent des doutes au sujet de la place que ces articulés doivent occuper dans nos classifications actuelles. Buckman, en 1844, a signalé une *Tipula* provenant de l'étage supérieur de Gloucester. Il serait intéressant de revoir l'aile de ce curieux fossile, afin de connaitre à quelle division de la famille des *Tipulidae* elle appartient. Geinitz a mentionné



l'existence du genre *Macropeza*, qu'il a trouvé dans le lias de Dobbertin. MOORE a décrit quelques diptères dans son intéressant mémoire sur l'étage moyen et supérieur du lias. WEYENBERG et BRODIE ont énuméré quelques mouches provenant des schistes lithographiques de la Bavière et de l'étage wealdien, situé près de Wilshire, en Angleterre.

La plupart de leurs diagnoses ont été reconnues fausses et comme devant s'appliquer à des coléoptères ou à des orthoptères. On peut citer comme exemple : *Musca lithophila*, Germar et Weyenberg = *Mesoblattina lithophila*, Germar, Deichmüller et Oppenheim = *Blabera avita*, Heyden, qui est un orthoptère de la famille des *Blattides*.

En résumé, malgré les travaux des paléontologistes et mes très modestes notes, on connait encore relativement très peu les diptères fossiles; et les nombreux matériaux étudiés jusqu'à ce jour nous obligent à ne formuler aucune conclusion et à ne décrire qu'un petit nombre d'espèces.

Il est utile de se borner seulement en ce moment à de minutieuses généralités, qui nous permettront peut-être, par la suite, de dresser l'arbre généalogique de nos mouches et de donner quelques notions sur leurs transformations.

ÉTUDE DE QUELQUES FAMILLES.

---

1. Leptidae.

On connait les genres : *Leptis*, Fabricius (1805), et *Atherix*, Meigen (1803).

J'ai aussi observé le genre *Chrysopila*, Macquart (1827), et un autre insecte que j'ai décrit sous le nom de *Palaeochrysopila*. Il me semble n'être plutôt qu'un sous-genre, se distinguant seulement du précédent par la cellule anale, qui est légèrement ouverte (1 mill.).

2. Empidae.

Comme Loew, j'ai étudié des fragments d'ambre renfermant les genres suivants : *Brachystoma*, Meigen (1822); *Trichopeza*, Rondani (1856); *Hybos*, Meigen (1803); *Oydromia*, Meigen (1820); *Leptopeza*, Macquart (1827); *Rhamphomyia*, Meigen (1822); *Empis*, Linné (1763); *Gloma*, Meigen (1822); *Drapetis*, Meigen (1822); *Hemerodromia*, Meigen (1822); *Tachydromia*, Meigen (1803) et *Platypalpus*, Macquart (1827).

J'ai aussi signalé un curieux fossile sous le nom de *Oustaletmyia succinorum*, qui est intermédiaire entre le genre *Oedalea*, Meigen (1820), et *Xiphidicera*, Macquart (1834). (Voir mes deux notes : *Bull. Soc. entom. de France*, 13 décembre 1893, et 10 janvier 1894.)

3. Dolichopodidae.

J'ai vérifié complètement les travaux de Loew au sujet de cette famille. Les dolichopodiens se rencontrent fréquemment dans l'ambre de la mer Baltique. On constate la présence des genres suivants :

Psilopus, Meigen (1824); *Rhaphium*, Meigen (1803); *Porphyrops*, Meigen (1824); *Chrysotus*, Meigen (1824); *Dolichopus*, Latreille (1796).

J'ai aussi trouvé quelques individus appartenant aux genres *Argyra*, Macquart (1834), et *Diaphorus*, Meigen (1824). J'ai rencontré quelques petits *Argyra*, avec le troisième article des antennes conique, large et très obtus au sommet. Je propose de former un sous-genre pour ces diptères, et de les appeler *Palaeoargyra*. Tout leur corps est muni d'un duvet argenté aussi distinct que celui des vrais *Argyra*.

J'arrive maintenant au genre *Medeterus*, Fischer de Waldheim (1819).

Dans l'état actuel de la science, il est bien difficile de se prononcer réellement au sujet des affinités des *Medeterus* avec les *Platypezidae*.

Comme je l'ai fait remarquer dans des travaux antérieurs

(*Bull. Soc. zoologique de France*, 28 novembre 1893 et 23 janvier 1894), Loew n'a probablement jamais eu sous les yeux des mouches référables au genre *Medeterus*, Sensu, Schiner (*). Depuis l'apparition de l'opuscule de ce savant paléoentomologiste, les auteurs ont divisé, avec raison, ces diptères, alors très mal définis, en plusieurs genres. (Voir mes notes.)

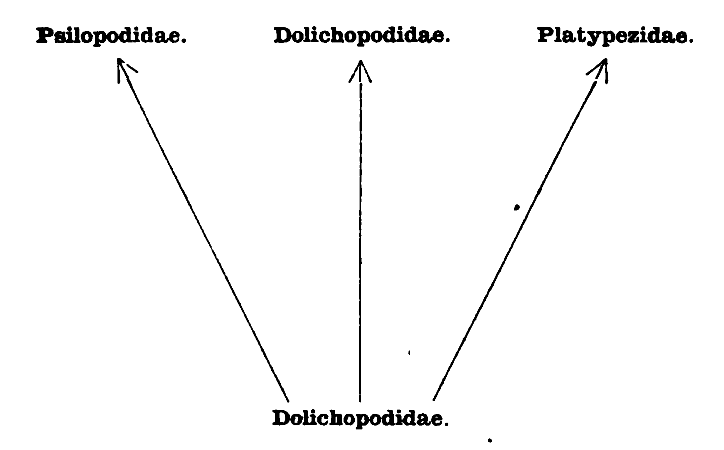
J'ai étudié plus de deux cents *Dolichopodidae* du succin, et je possède seulement un fossile que je puis placer avec certitude parmi les *Medeterus*. Je crois plus prudent, contrairement à ce que je disais dans ma première notice de la Société zoologique de France, de ne pas accorder une trop grande valeur au chète du troisième article des antennes, que j'ai décrit comme étant triarticulé, en employant un grossissement de 100 diamètres. Chez les *Oppenheimiella* (voir note citée), les troisième et quatrième nervures longitudinales des ailes sont parallèles, tandis qu'elles sont convergentes chez les *Medeterus*. Le premier de ces genres sera donc supprimé ou conservé quand nous pourrons examiner un certain nombre de ces fossiles placés primitivement dans le grand genre de Fischer de Waldheim. Il semble cependant très probable qu'un rameau des *Dolichopodidae* a produit les *Psilopodidae*, un autre les vrais *Dolichopodes*, et enfin un troisième les *Platypezidae* actuels. Les *Empidae* et les *Dolichopodidae* de notre faune sont les derniers représentants d'un groupe de diptères qui devait être beaucoup plus riche en espèces pendant la période tertiaire (**).

(*) *Diptera austriaca*, 1862, t. I, p. 236.

(**) La collection de feu le professeur Loew est conservée au Musée paléontologique de Berlin.

Dans son intéressant travail sur les richesses scientifiques de la Société physico-économique de Königsberg, le professeur Jentzsch donne une liste de diptères conservés dans cet établissement et déterminés par Loew. Il ne dit absolument rien au sujet des *Medeterus*.

TABLEAU D'ÉVOLUTION DES FAMILLES.



4. Syrphidae.

On a seulement signalé dans l'ambre les genres *Cheilosia,* Meigen (1823); *Xylota*, Meigen (1822); *Volucella,* Geoffroy (1764), et *Ascia,* Meigen (1822). J'ai aussi décrit un autre *Syrphidae* sous le nom de *Palaeoascia* (*Bull. Soc. entom. de Fr.*, 12 juillet 1893). Chez ces diptères, la face est semblable à celle des vrais *Syrphus*. La partie buccale est peu avancée. Les deux premiers articles des antennes sont rudimentaires. Le troisième est ovoïde, court, avec la partie supérieure légèrement ciliée ; le chète épais et partant tout à fait de la base.

Fémurs postérieurs très peu dilatés, le dessous garni seulement de quelques épines, qui sont bien visibles au microscope. L'abdomen n'offre aucun caractère particulier. Troisième nervure longitudinale des ailes munie d'un appendice très distinct, après la première nervure transversale. Quatrième nervure limitée par la deuxième transversale. La taille est analogue à celle des *Ascia.* Je ne crois pas que nos *Ascia* actuels descendent directement des *Palaeoascia.*

Ces derniers diptères me paraissent être simplement une variété propre à l'époque tertiaire. Il semble aussi que, dans la lutte pour l'existence, la série des intermédiaires a dû nécessairement périr, et voilà pourquoi nous observons des bestioles qui ont un facies si voisin des *Syrphus*, et dont les nervures alaires les rapprochent des *Ascia* paléoarctiques. Les *Ascia* et les *Palaeoascia* (*) peuvent donc être considérés comme deux phylums distincts du prototype *Ascia*.

L'avenir seul nous permettra de donner des renseignements plus minutieux sur les *Syrphidae* du succin.

5. Helomyzinae.

Comme Loew, j'ai trouvé quelques individus du genre *Helomyza*, Fallen (1820). J'ai examiné aussi un *Leria*, Robineau-Desvoidy (1830). Ces mouches se distinguent principalement des *Helomyza* par le troisième article des antennes, qui est rond.

6. Chloropinae.

On connait le genre *Chlorops*, Meigen (1803). J'ai trouvé le genre *Oscinis*, Latreille (1804). Loew a confondu ces diptères avec les *Chlorops*.

7. Chironomidae.

Les chironomiens existent en très grande quantité dans l'ambre. On constate la présence des genres suivants :

Chironomus, Meigen (1803); *Ceratopogon*, Meigen (1803); *Tanypus*, Meigen (1803); *Mochlonyx*, Loew (1850).

Le genre *Tanypus*, Meigen, s'observe peu fréquemment dans la résine. Dans le catalogue de la collection paléontologique de Königsberg (*Bericht über geologischen Abteilung des provincial Museums physikalisch-ökonomischen Gesellschaft*, 1891), le pro-

---

(*) C'est par erreur que, dans le *Bulletin de la Société entomologique de France*, le dessin montre l'appendice de la première nervure transversale comme se prolongeant jusqu'au bord de l'aile.

fesseur Jentzsch ne signale pas ces diptères. Les auteurs ont très brièvement décrit la longueur et la forme du dernier article des antennes. Chez une femelle que j'ai examinée à un fort grossissement, le quinzième article est plus long que les précédents, cylindrique et aminci en pointe obtuse à l'extrémité. Aucun diptériste ne donne une description assez minutieuse des articles des palpes. Ceux-ci sont composés de quatre articles : le premier court, le troisième plus long que le deuxième et le dernier le plus allongé.

8. Mycetophilidae.

On rencontre fréquemment les genres suivants :

Platyura, Meigen (1803); *Macrocera*, Meigen (1803); *Sciara*, Meigen (1803); *Mycetophila*, Meigen (1803); *Leia*, Meigen (1818), et non *Leja*, comme l'écrit Loew; *Sciophila*, Meigen (1818); *Mycetobia*, Meigen (1818); *Diadocidia*, Ruthe (1831).

Jusqu'à ce jour, je connais seulement, avec doute, le genre *Sciobia*, Loew (1850).

Le genre *Macrocera*, Meigen (*Illiger's Magazin*, t. II, p. 261; 1803) se distingue immédiatement des autres *Mycetophilidae* par des antennes généralement très longues, filiformes, poilues, et avec tous les articles peu distincts, à l'exception de ceux de la base. Les ailes des *Macrocera* ont une assez grande analogie avec celles des *Platyura*, Meigen. Je dois cependant ajouter que, au point de vue de la théorie de l'évolution, et sans une connaissance beaucoup plus complète des formes intermédiaires, il me semble évident que les caractères morphologiques des antennes des *Platyura* et des *Macrocera* sont trop différents pour permettre de supposer une parenté aussi rapprochée que semble l'indiquer l'éminent Loew dans son travail sur les diptères de ce gisement.

J'ai décrit deux autres *Mycetophilidae*. Le genre *Scudderiella*, Meun, se rapproche, par les nervures des ailes, des genres *Tetragoneura*, Winnertz (1846), et *Sciophila*, Meigen (1818). Le fossile, qui a 1 millimètre de longueur, a été examiné sous un grossissement de 100 diamètres. Il n'existe pas de nervure basilaire

aux ailes. Toutefois, dans le genre *Polylepta*, Winnertz, elle est seulement peu accusée. La nervure sous-marginale arrive jusqu'au milieu de l'aile. La première longitudinale se réunit à la sous-marginale par un trait assez oblique et par une nervure transversale, produisant une cellule trapéziforme. Dans celle-ci se termine la nervure cubitale, qui est assez éloignée de l'extrémité de la sous-marginale. La fourche de la quatrième longitudinale est plus longue que celle de la troisième. (Pour plus de détails, voir ma note : *Wiener entomologische Zeitung*, février 1894.)

Le genre *Loewiella*, Meunier (*Bull. Soc. entom. de France*, 25 avril 1894), a une assez grande analogie avec le genre *Polylepta*, Winnertz (1863). Le fossile que j'ai examiné au microscope se sépare des *Polylepta* par les caractères suivants : la nervure basilaire est parallèle et très rapprochée de la première longitudinale, et elle se termine à peu de distance de la première nervure transversale, qui forme la cellule quadrangulaire. Elle est oblique, tandis que la seconde transversale est perpendiculaire. La première nervure longitudinale est fortement sinueuse chez les *Polylepta* et très légèrement chez les *Loewiella*.

9. Tipulidae.

J'ai observé les genres suivants :

Tipula, Linné (1761); *Dixa*, Meigen (1818); *Trichocera*, Meigen (1803); *Anisomera*, Meigen (1818); *Erioptera*, Meigen (1803); *Rhamphidia*, Meigen (1830), et *Cylindrotoma*, Macquart (1834).

Le célèbre diptériste allemand, M. le baron von Osten-Sacken, a fait connaître les genres *Limnophila*, *Eriocera* et *Elephantomyia*.

J'ai rencontré aussi le genre *Gonomyia*, Osten-Sacken (1859), qui a été déjà signalé en Amérique par mon illustre maître et ami M. Scudder, et qui existe dans le terrain tertiaire de Florissant, Colorado. (Voir *Index bibliographique*.)

Je ne puis me prononcer sur les autres genres si brièvement

décrits par Loew, avant de pouvoir examiner et dessiner les types qui se trouvent au Musée de Berlin.

Enfin, dans le *Bulletin de la Soc. entom. de France*, du 11 juillet 1894, j'ai signalé d'autres *Tipulidae*, que j'ai appelés *Sackeniella*. Ils présentent les caractères suivants : la longueur de l'insecte, ainsi que celle de l'aile, est d'environ 5 millimètres. Il existe une nervure assistante au-dessus de la première longitudinale, qui se termine au delà du milieu de l'aile, en donnant naissance à deux minuscules rameaux qui atteignent respectivement la nervure marginale et la longitudinale citée. Celle-ci, arrivée aux trois quarts de l'aile, finit brusquement, à l'exception de quelques petits poils qui se continuent un peu plus loin. La deuxième longitudinale, arrivée près de la première nervure, se réunit à celle-ci par un trait transversal assez oblique, puis se bifurque, et enfin arrive au bord externe de l'aile.

Les troisième et quatrième nervures sont simples. La cinquième donne naissance à deux nervules qui se réunissent aux quatrième et sixième nervures. Les troisième, quatrième et cinquième nervures prennent naissance après la partie médiane de l'aile, et des traits transversaux les anastomosent entre elles. La sixième nervure longitudinale, comme la deuxième, part de la base de l'aile. La cellule discoïdale est pourvue, au-dessous et en avant du milieu de sa longueur, d'une nervule transversale, qui se réunit à la septième longitudinale. La huitième nervure se termine un peu au delà du point où émerge la septième longitudinale.

Les ancêtres des diptères.

On ne sait encore actuellement rien de certain sur l'évolution des diptères. Jusqu'à présent, personne n'a signalé d'archiptère ou de névroptère ayant une conformation anatomique s'acheminant insensiblement vers les articulés de cet ordre. Dans son *Histoire de la création*, Hæckel dit que les diptères proviennent des hémiptères par l'atrophie des ailes postérieures. On ne peut admettre en ce moment cette hypothèse, qui me paraît même

très hasardée, parce qu'aucun fossile connu ne permet un tel rapprochement et que bien d'autres caractères morphologiques ne plaident guère en faveur de cette opinion. Il existe quelques névroptères myrméléonides du genre *Nemoptera*, qui ont les ailes postérieures longues, rubanées et s'élargissant parfois au bout. Je ne fais que signaler ces intéressants insectes à l'attention des entomologistes, et je laisse à de plus autorisés que moi le soin de savoir si on doit les considérer comme les ancêtres les plus éloignés de nos mouches actuelles.

Remarques sur les travaux de O. Heer *et* H. Loew.

Il existe une grande différence scientifique entre les travaux du célèbre naturaliste O. Heer et ceux du diptériste H. Loew.

Le premier de ces auteurs a seulement publié un relevé classique assez complet, pour l'époque où il a paru, sur les mouches de l'ambre tertiaire. Son mémoire, accompagné de descriptions spécifiques qui ne rendent presque aucun service, et de figures dont la plupart ne permettent pas de faire une étude comparée sur les nervures des ailes, prouve à l'évidence que ce naturaliste n'avait pas les connaissances spéciales nécessaires pour étudier les diptères fossiles. Cependant ses recherches générales le placeront toujours parmi les premiers paléontologistes de l'Europe.

Les mémoires de Loew permettent de le juger immédiatement comme un observateur minutieux, sagace, expérimenté et doué d'une intelligence supérieure. Son travail de 1850, où il s'occupe des mouches de l'ambre, est un vrai petit chef-d'œuvre qui, malgré ses imperfections, restera encore pendant longtemps le *vade-mecum* de tous ceux qui veulent s'occuper de paléodiptérologie.

CATALOGUE BIBLIOGRAPHIQUE COMPLET DES DIPTÈRES FOSSILES.

A. Terrains mésozoïques.

1. Brodie, *A history of the fossil insects in the second rocks of England*. London, 1845.

2. Buckman, J., *On the occurence of the remains of insects in the upper lias of Gloucester*. (Proc. geol. Soc. of London, 1843-44.)

3. Geinitz, E., *Der Jura von Dobbertin in Mecklenburg und seine Versteinerungen* (Zeitschr. für deutsch. geolog. Gesellsch. Berlin, 1880.)

4. Moore, Ch., *On the paleontology of the middle and upper lias*. (Proc. som. arch. nat. hist. Soc. Taunton, 1865-66.)

5. Weyenberg, *Sur les insectes fossiles du calcaire lithographique qui se trouvent au musée Tyler*. Harlem, 1869.

B. Terrains kainozoïques.

6. Aymand, A., *Rapport sur les collections de M. Pichat Dumazel*. Congrès scientifique français. Le Puy, 1854.

7. Bell, A., *Postglacial insects*. Entom. London, 1888.

8. Brongniart, Ch., *Observations sur un insecte fossile de la famille des Diptères trouvé à Chadrat*. (Ann. Soc. géolog. Paris, 1876.)

9. Id., *Note sur une nouvelle espèce du genre Protomyia, trouvée à Chadrat*. (Bull. Soc. géolog. de France. Paris, 1876.)

10. Id., *Note rectificative sur les espèces de Bibionides fossiles du genre Plecia*. (Bull. Soc. ent. Fr. Paris, 1878.)

11. Id., *Note rectificative sur quelques Diptères tertiaires et en particulier sur un Diptère des marnes tertiaires de Chadrat*. Lille, 1878.

12. Id., *Note sur les tufs quaternaires de Bernouville près Gisors*. (Bull. Soc. géolog. de France. Paris, 1880.)

13. Id., *Sur quelques types de Diptères de la famille des Bibionides*. (Bull. Soc. ent. de France. Paris, 1893.)

14. Breyn, *Observatio de succinea gleba*, etc. London, 1728.

15. Breydone, P., *A tour through Sicily and Malta in a series of letters to W. Beckford, Esq., of Somerly in Suffolk*. London, 1776.

16. Denton, *On a mineral resembling albertite from Colorado*. (Proc. Boston. Soc. nat. hist. Boston, 1866.)

17. EHRENBERG, C., *Eine Sammlung bei Brandenburg aufgefundenen Bernsteinstücke Froriep.* (NEU NOTIZIEN GEB. NAT. HEILK. Weimar, 1841.)

18. FOERSTER, B., *Vorläufige Mittheilungen über die Insekten des « plattigen Steinmergels » von Brunstatt.* (MITTH. COMM. GEOLOG. ELSASS-LOTHR. Strassburg, 1889.)

19. GIARD, A., *Note sur un Diptère nouveau pour la faune française, suivie de quelques remarques sur les Bibionides fossiles.* (BULL. SC. DÉPART. DU NORD. Lille, 1876.)

20. ID., *Note sur les Bibionides fossiles.* (BULL. SC. DÉPART. DU NORD. Lille, 1878.)

21. HARTMANN, P, *Succini prussici physica et civilis historia cum demonstratione ex autopsia et intimiori rerum experientia deducta.* Francofurti, 1677.

22. HEER, O., *Die Insekten-Fauna der Tertiärgebilde von Oeningen und von Radoboy in Croatien ; zweites Theil : Heuschrecken, Florfliegen, Aderflüger, Schmetterlingen und Fliegen.* Leipzig, 1849.

23. HELWING, G., *Lithographia angerburgica sive lapidum et fossilium in districtu angerburgensi*, etc. Regimonti, 1717-20.

24. HENSCHE, *Bericht über die Bernsteinsammlung der königl. physikalisch-ökonom. Gesellsch.* (SCHRIFT PHYS.-ÖKON. GESELLSCH. Königsberg, 1865.)

25. HEYDEN, *Bibioniden aus der rheinischen Braunkohle von Rott.* (PALEONTOGR. Cassel, 1865.)

26. *Ittiologia veronese del museo Bozzia no ora annesso aquello del conte Giovanni.-Battista Gazola di altri gabinetti di fossili veronesi con la verzione latina.* Verona, 1796.

27. KRANTZ, A., *Verzeichniss der von Dr Krantz gesamm. von H. Senator von Heyden und H. Hauptmann Heyden in Frankfurt a M. und von H. Dr Hagen in Königsberg, in der Paleontographica bis jetzt beschriebenen und abgebildeten Insekten*, etc. Bonn, 1867.

28. LANGIUS, C., *Historia lapidum figuratorum Helvetiae.* Venetiis, 1708.

29. LOEW, H., *Ueber den Bernstein und die Bernsteinfauna* Meseritz, 1850.

30. ID., *Beschreibung einiger neuen Tipularia terricola.* (LIN. ENTOM. Berlin, 1851.)

31. ID., *Ueber die Dipteren-Fauna des Bernsteins.* (AMTL. DER. VERSAMML. DEUTSCH. NATUR. Königsberg, 1861.)

32. ID., *On the Diptera or twowinged insects of the amber fauna.* New-Haven, 1864.

33. ID., *Monographs of the Diptera of North America.* Washington, 1862.

34. ID, *On the North America Dolichopodidae.* Washington, 1864.

35. ID., *Berichtigung der generischen Bestimmung einiger fossilen Dipteren.* (ZEITSCHR. GESAMM. NATURW. Berlin, 1868.)

36. MARAVIGNA, *Insectes dans l'ambre.* (REVUE ZOOLOGIQUE. Paris, 1838.)

37. MEUNIER, F., *Note sur les Leptidae de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1892.)

38. ID., *Aperçu des genres de Dolichopodidae fossiles de l'ambre, suivi du catalogue bibliographique des Diptères fossiles de cette résine.* (ANN. SOC. ENT. DE FRANCE. Fasc. III, 1892.)

39. ID., *Note sur les Syrphidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1893.)

40. ID , *Note sur quelques Diptères fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1893.)

41. ID , *Note sur les Platypezidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1893.)

42. ID., *Note complémentaire sur quelques Diptères fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

43. ID., *Note sur les Mycetophilidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (WIENER ENT. ZEITUNG, 1894.)

44. ID., *Note complémentaire sur les Platypezidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1894.)

45. ID , *Note sur les Mycetophilidae, Chironomidae et Dolichopodidae de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC ENT. DE FRANCE, 1894.)

46. ID., *Note sur un singulier Dolichopodidae fossile de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

47. ID., *Note sur les Mycetophilidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

48. ID., *Note sur quelques Mycetophilidae et Chironomidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

49. ID., *Note sur une contre-empreinte de Bibionidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1894); et *Observations au sujet des Bibionidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ENT. FR., 1894.)

50. ID., *Note sur les Tipulidae fossiles de l'ambre tertiaire.* BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

51. MEYER. *Fische und Insekten der Braunkohle bei Westerburg in Nassau.* (NEUES JAHRB. MINERAL. Stuttgart, 1851.)

52. OMBRONI, G., *Di alcuni insetti fossili del Veneto.* Venezia, 1886.

53. OSTEN-SACKEN, *New genera and species of North American Tipulidae with short palpi,* etc. (PROC. ACAD. NAT. SC. OF PHILADELPHIA, 1859.)

54. ID., *Appendix to the paper entitled « New genera »,* etc. (PROC. OF PHILADELPHIA, 1860.)

55. ID., *Ueber einige merkwürdigen Fälle der geographischen Verbreitung von Tipuliden.* (ENT. NACHR. Putbus, 1880.)

56. ID., *A relic of the tertiary period in Europe, Elephantomyia, a genus of Tipulidae* (MITTH. MÜNCH. ENT VER. München, 1881.)

57. Oustalet, *Recherches sur les insectes fossiles des terrains tertiaires de la France*, Paris, 1870.

58. Id., *Les insectes fossiles de la France*. (La Nature. Paris, 1874.)

59. Id., *Sur l'empreinte d'une aile de diptère*. (Bull. Soc. philom. Paris, 1872.)

60. Presl, J., *Addimenta ad faunam protogaeam sistens descriptiones aliquot animalium in succino inclusorum*. Pragae, 1822.

61. Rathke, M., *Untersuchung über die Bernsteininsekten*. (Oken's Isis. Leipzig, 1829.)

62. Reus, *Die geognostichen Verhältnisse des Egerer Bezirkes und des Ascher Gebietes in Böhmen*. Wien, 1852.

63. Scudder, S., *The first discovered traces of fossil insects in the american tertiaries*. Washington, 1877.

64. Id., *The tertiary Insects of North America*. Washington, 1890.

65. Id., *Administrative reports U. S. geological Survey for the year 1885-1888*. Washington, 1888.

66. Id., *Tertiary Tipulidae with special reference to those of Florissant, Colorado*. (Proc. amer. philos. Soc., 1894.)

67. Staub, M., *Tertiäre Pflanzen von Felek bei Klausenburg*. Budapest, 1883.

68. Unger, F., *Ueber die Pflanzen und Insektenreste von Radoboy in Kroatien*. (Unger Reise Notizien. Wien, 1840.)

69. Id., *Fossilen Insekten*. (Act. Acad. leop. Carol. Vratislaviae et Donnae, 1842.)

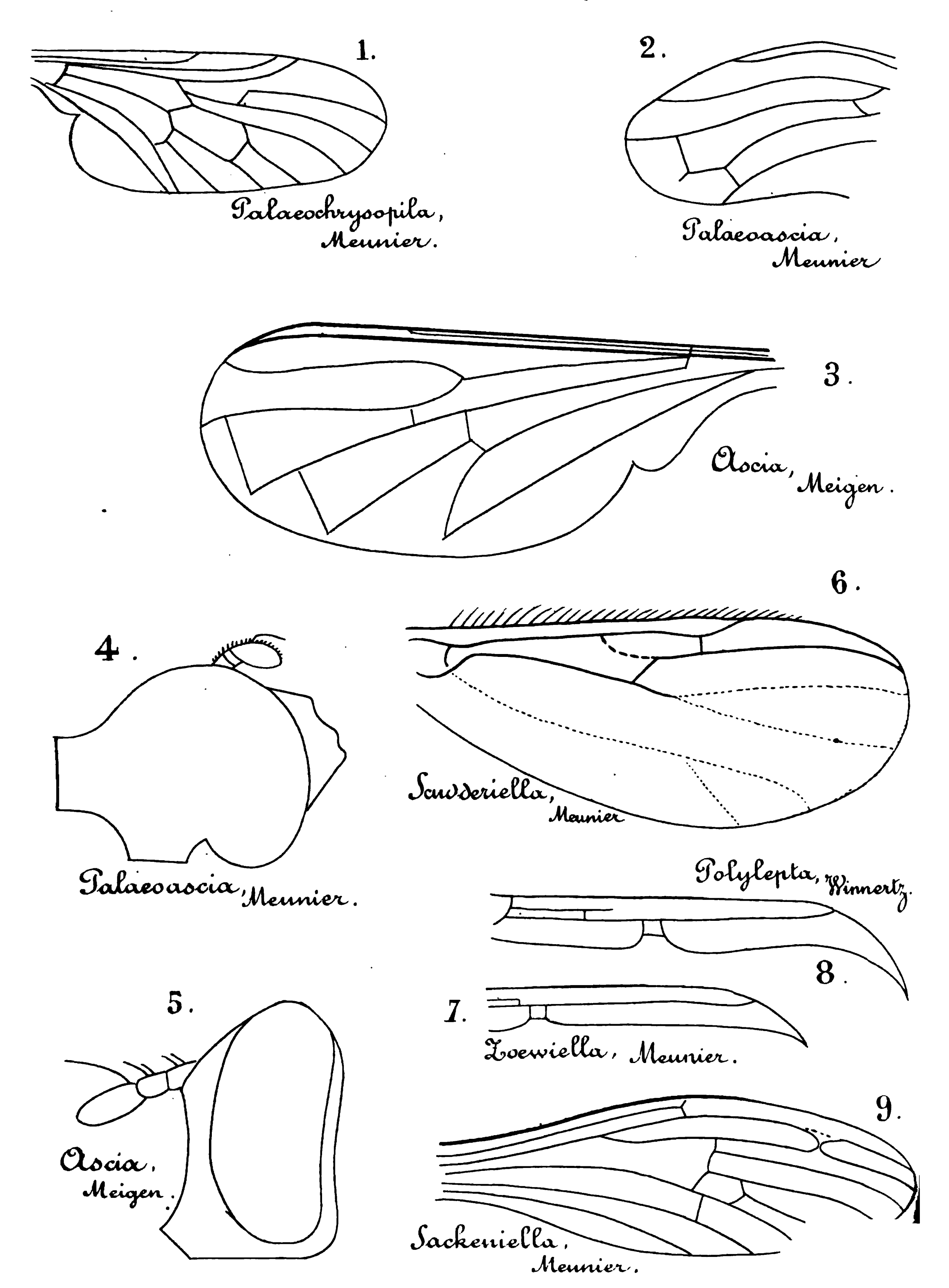
70. Wigand, J., *Vera historia de succino borussico*, etc. Jenae, MDXC.

71. Williston, S., *Some interesting new Diptera*. (Trans. Conn. Acad. Arts sc. New-Haven, 1880.)

72. Id., *Synopsis of the North american Syrphidae*. (Bull. U. S. Nat. Mus. Washington, 1886.)

EXPLICATION DES FIGURES.

1. Aile de *Palaeochrysopila*, Meunier.
2. Aile de *Palaeoascia*, Meunier.
3. Aile de *Ascia* (comme terme de comparaison avec la précédente).
4. Tête de *Palaeoascia*, Meunier.
5. Tête de *Ascia* (comme terme de comparaison avec la précédente).
6. Aile de *Scudderiella*, Meunier.
7. Aile de *Loewiella*, Meunier.
8. Aile de *Polylepta* (comme terme de comparaison).
9. Aile de *Sackeniella*, Meunier.


1.
Palaeochrysopila,
Meunier.
2.
Palaeoascia,
Meunier
3.
Ascia,
Meigen.
4.
Palaeoascia, Meunier.
6.
Sauderiella,
Meunier
Polylepta, Winnertz.
8.
7.
Loewiella, Meunier.
5.
Ascia,
Meigen.
9.
Sackeniella,
Meunier.

SUR
LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE (*)

PAR

M. Ch.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN

Professeur à l'Université de Louvain.

---

1. Dans un Mémoire récent (**), très remarquable, M. le général De Tilly a reproduit une démonstration qu'il avait déjà fait connaître antérieurement et qui établit le théorème suivant : Il ne peut exister plus de trois espèces de géométrie ayant en commun, avec le système usuel, les notions de la droite et du plan.

Cette démonstration nous a vivement intéressé, mais elle fait appel à des considérations cinématiques dont la portée géométrique nous a paru un peu obscure au premier abord. Nous nous sommes donc proposé de les éliminer complètement, et nous avons été conduit à la démonstration que nous allons reproduire. A notre avis, les considérations cinématiques de M. De Tilly sont équivalentes aux trois postulats ou axiomes suivants (***), que l'on peut admettre en géométrie, comme une conséquence du principe de continuité largement entendu :

1° Les relations de la géométrie euclidienne sont vraies à la

---

(*) Voir un rapport de M. De Tilly sur cette note, 1re partie, séance du 31 janvier 1895.

(**) *Essai de géométrie analytique générale.* MÉMOIRES COURONNÉS ET AUTRES MÉMOIRES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, t. XLVII, 1892, ou *Mathesis*, 1893, supplément.

(***) Nous pensons que ces principes peuvent être au moins partiellement démontrés, mais nous n'examinons pas cette question pour le moment.

limite dans les figures dont toutes les dimensions tendent vers zéro;

2° Un côté d'un triangle rectiligne est une fonction continue des côtés adjacents et de l'angle opposé; cette fonction admet des dérivées partielles par rapport à chacun de ces trois éléments considéré comme variable indépendante (*);

3° La longueur d'une circonférence est une fonction continue du rayon R qui admet une dérivée par rapport à R.

2. Nous avons d'abord quelques remarques essentielles à faire.

Nous appliquerons les propriétés suivantes du cercle, qui sont évidemment indépendantes du théorème d'Euclide. Elles résultent soit de la symétrie de la figure, soit de l'application du premier postulat énoncé plus haut :

En chaque point d'un cercle, le rayon est normal à la tangente;

Les angles au centre sont entre eux dans le même rapport que les arcs interceptés par leurs côtés;

La longueur d'un arc de cercle et celle de sa corde ne diffèrent que par un infiniment petit d'ordre supérieur au premier.

3. Il y a quelque chose de plus à dire au sujet de la mesure des angles et de la définition des lignes trigonométriques.

Dans la géométrie ordinaire, pour obtenir la mesure d'un angle, on décrit, du sommet comme centre, une circonférence de rayon arbitraire, on cherche le rapport de l'arc compris entre les côtés de l'angle avec le rayon, et ce rapport, qui ne dépend pas de la longueur du rayon, est la mesure cherchée. Pour obtenir *le même résultat*, dans le cas actuel, il suffira, en vertu du premier postulat, de choisir comme mesure d'un angle la limite du rapport dont nous venons de parler, quand on fera tendre le rayon du cercle vers zéro.

(*) Au fond ce second principe est une conséquence du premier, comme cela résulte de notre démonstration même.

On fera de même pour les lignes trigonométriques. Dans la géométrie usuelle, ces lignes sont les rapports de certains segments de droites définis dans un cercle avec le rayon de ce cercle qui reste arbitraire.

Pour retrouver *les mêmes fonctions,* dans le cas actuel, il suffit, en vertu du premier postulat, de prendre, comme définition des lignes trigonométriques, les limites des rapports en question quand le rayon du cercle tend vers zéro. Les fonctions ainsi définies coïncideront analytiquement avec celles de la trigonométrie ordinaire, et l'on pourra appliquer toutes les formules trigonométriques usuelles dans les triangles dont tous les côtés tendent vers zéro.

4. Enfin, nous aurons besoin de connaître la mesure θ d'un angle au centre qui intercepte un arc ρ sur un cercle de rayon R. En vertu du principe de proportionnalité rappelé plus haut, on aura

$$\frac{\theta}{4 \text{ droits}} = \frac{\rho}{\text{circ R}}.$$

Nous représenterons dorénavant la longueur d'une circonférence de rayon R par la formule

$$\text{circ R} = 2\pi\,\varphi(\text{R}),$$

et, en vertu du premier postulat, $\varphi(\text{R}) : \text{R}$ tendra vers l'unité quand R tendra vers zéro. Il viendra donc, puisque 4 droits $= 2\pi$,

$$\theta = \frac{2\pi}{\text{circ R}}\rho = \frac{1}{\varphi(\text{R})}\rho.$$

Ces préliminaires posés, voici comment on peut établir très simplement les formules de résolution des triangles par une méthode au moins aussi naturelle que celle de M. De Tilly, car elle ne pose aucune formule *à priori* et donne lieu à des éliminations moins nombreuses.

5. Soit un triangle ABC; considérons le côté a comme fonction des trois variables indépendantes A, b, c et calculons-en les dérivées partielles.

Donnons d'abord à l'angle A un accroissement dA en laissant b et c invariables. On peut supposer que cet accroissement s'obtienne par une rotation infinitésimale du côté b. Dans ce mouvement, le sommet C décrit un arc infiniment petit CC'. A la limite, cet arc se confond avec sa corde et devient normal à AC et AC'. Du sommet B comme centre, décrivons l'arc de cercle CP, coupant en P la droite BC'; cet arc, à la limite, se confondra également avec sa corde et sera perpendiculaire aux deux droites BC et BC'. Il viendra donc, à la limite, dans le triangle infinitésimal CPC',

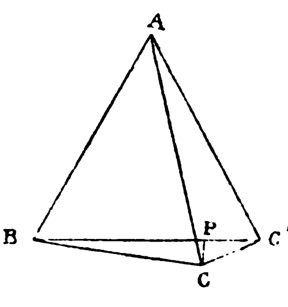


Fig. 1.

$$da = PC' = CC' \sin C.$$

Mais CC' est un arc de cercle de centre A et de rayon b; donc

$$CC' = \text{circ}\, b \,.\, \frac{dA}{2\pi} = \varphi(b)\, dA,$$

d'après la définition de la fonction φ. On a donc

$$da = \varphi(b) \sin C\, dA,$$

et une première expression de la dérivée partielle

$$\frac{\partial a}{\partial A} = \varphi(b) \sin C.$$

On en déduit une autre, par raison de symétrie,

$$\frac{\partial a}{\partial A} = \varphi(c) \sin B.$$

De là l'égalité

$$\frac{\varphi(b)}{\sin B} = \frac{\varphi(c)}{\sin C},$$

et, par raison de symétrie,

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\varphi(a)}{\sin A} = \frac{\varphi(b)}{\sin B} = \frac{\varphi(c)}{\sin C} = \mu,$$

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{\partial a}{\partial A} = \mu \sin B \sin C,$$

μ étant une fonction symétrique des éléments du triangle, c'est-à-dire une fonction qui ne change pas par une permutation circulaire de (a, b, c) en (b, c, a) et (A, B, C) en (B, C, A).

Passons au calcul de la dérivée partielle de a par rapport à b.

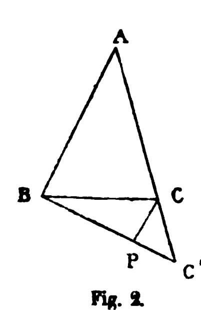


Fig. 2.

Donnons à b un accroissement $CC' = db$, en laissant A et c invariables; décrivons, comme tout à l'heure, de B comme centre un arc de cercle CP; il viendra, à la limite, dans le triangle infinitésimal CPC',

$$da = PC' = CC' \cos C = db \cos C;$$

par suite,

$$\frac{\partial a}{\partial b} = \cos C.$$

De même, par raison de symétrie,

$$\frac{\partial a}{\partial c} = \cos B.$$

17. EHRENBERG, C., *Eine Sammlung bei Brandenburg aufgefundenen Bernsteinstücke Froriep*. (NEU NOTIZIEN GEB. NAT. HEILK. Weimar, 1841.)

18. FOERSTER, B., *Vorläufige Mittheilungen über die Insekten des « plattigen Steinmergels » von Brunstatt.* (MITTH. COMM. GEOLOG. ELSASS-LOTHR. Strassburg, 1889.)

19. GIARD, A., *Note sur un Diptère nouveau pour la faune française, suivie de quelques remarques sur les Bibionides fossiles.* (BULL. SC. DÉPART. DU NORD. Lille, 1876.)

20. ID., *Note sur les Bibionides fossiles.* (BULL. SC. DÉPART. DU NORD. Lille, 1878.)

21. HARTMANN, P., *Succini prussici physica et civilis historia cum demonstratione ex autopsia et intimiori rerum experientia deducta.* Francofurti, 1677.

22. HEER, O., *Die Insekten-Fauna der Tertiärgebilde von Oeningen und von Radoboy in Croatien ; zweites Theil : Heuschrecken, Florfliegen, Aderflüger, Schmetterlingen und Fliegen.* Leipzig, 1849.

23. HELWING, G., *Lithographia angerburgica sive lapidum et fossilium in districtu angerburgensi*, etc. Regimonti, 1717-20.

24. HENSCHE, *Bericht über die Bernsteinsammlung der königl. physikalisch-ökonom. Gesellsch.* (SCHRIFT PHYS.-ÖKON. GESELLSCH. Königsberg, 1865.)

25. HEYDEN, *Bibioniden aus der rheinischen Braunkohle von Rott.* (PALEONTOGR. Cassel, 1865.)

26. *Ittiologia veronese del museo Bozzia no ora annesso aquello del conte Giovanni.-Battista Gazola di altri gabinetti di fossili veronesi con la verzione latina.* Verona, 1796.

27. KRANTZ, A., *Verzeichniss der von Dr Krantz gesamm. von H. Senator von Heyden und H. Hauptmann Heyden in Frankfurt a M. und von H. Dr Hagen in Königsberg, in der Paleontographica bis jetzt beschriebenen und abgebildeten Insekten*, etc. Bonn, 1867.

28. LANGIUS, C., *Historia lapidum figuratorum Helvetiae.* Venetiis, 1708.

29. LOEW, H., *Ueber den Bernstein und die Bernsteinfauna* Meseritz, 1850.

30. ID., *Beschreibung einiger neuen Tipularia terricola.* (LIN. ENTOM. Berlin, 1851.)

31. ID., *Ueber die Dipteren-Fauna des Bernsteins.* (AMTL. DER. VERSAMML. DEUTSCH. NATUR. Königsberg, 1861.)

32. ID., *On the Diptera or twowinged insects of the amber fauna.* New-Haven, 1864.

33. ID., *Monographs of the Diptera of North America.* Washington, 1862.

34. ID., *On the North America Dolichopodidae.* Washington, 1864.

35. ID., *Berichtigung der generischen Bestimmung einiger fossilen Dipteren.* (ZEITSCHR. GESAMM. NATURW. Berlin, 1868.)

36. MARAVIGNA, *Insectes dans l'ambre.* (REVUE ZOOLOGIQUE. Paris, 1838.)

37. MEUNIER, F., *Note sur les Leptidae de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1892.)

38. ID., *Aperçu des genres de Dolichopodidae fossiles de l'ambre, suivi du catalogue bibliographique des Diptères fossiles de cette résine.* (ANN. SOC. ENT. DE FRANCE. Fasc. III, 1892.)

39. ID., *Note sur les Syrphidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1893.)

40. ID, *Note sur quelques Diptères fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1893.)

41. ID, *Note sur les Platypezidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1893.)

42. ID., *Note complémentaire sur quelques Diptères fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

43. ID., *Note sur les Mycetophilidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (WIENER ENT. ZEITUNG, 1894.)

44. ID., *Note complémentaire sur les Platypezidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1894.)

45. ID, *Note sur les Mycetophilidae, Chironomidae et Dolichopodidae de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC ENT. DE FRANCE, 1894.)

46. ID., *Note sur un singulier Dolichopodidae fossile de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

47. ID., *Note sur les Mycetophilidae fossiles de l'ambre tertiaire.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

48. ID., *Note sur quelques Mycetophilidae et Chironomidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

49. ID., *Note sur une contre-empreinte de Bibionidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1894); et *Observations au sujet des Bibionidae des lignites de Rott.* (BULL. SOC. ENT. FR., 1894.)

50. ID., *Note sur les Tipulidae fossiles de l'ambre tertiaire.* BULL. SOC. ENT. DE FRANCE, 1894.)

51. MEYER, *Fische und Insekten der Braunkohle bei Westerburg in Nassau.* (NEUES JAHRB. MINERAL. Stuttgart, 1851.)

52. OMBRONI, G., *Di alcuni insetti fossili del Veneto.* Venezia, 1886.

53. OSTEN-SACKEN, *New genera and species of North American Tipulidae with short palpi,* etc. (PROC. ACAD. NAT. SC. OF PHILADELPHIA, 1859.)

54. ID., *Appendix to the paper entitled « New genera »,* etc. (PROC. OF PHILADELPHIA, 1860.)

55. ID., *Ueber einige merkwürdigen Fälle der geographischen Verbreitung von Tipuliden.* (ENT. NACHR. Putbus, 1880.)

56. ID., *A relic of the tertiary period in Europe, Elephantomyia, a genus of Tipulidae* (MITTH. MÜNCH. ENT VER. München, 1881.)

6. Substituons les trois valeurs des dérivées partielles ainsi calculées dans l'expression suivante de la différentielle totale

$$da = \frac{\partial a}{\partial A} dA + \frac{\partial a}{\partial b} db + \frac{\partial a}{\partial c} dc;$$

nous trouverons la première des trois équations ci-dessous, les deux autres s'obtenant par permutation circulaire,

$$(3) \quad \ldots \left\{ \begin{array}{l} da - \cos C\, db - \cos B\, dc = \mu \sin B \sin C\, dA, \\ -\cos C\, da + db - \cos A\, dc = \mu \sin C \sin A\, dB, \\ -\cos B\, da - \cos A\, db + dc = \mu \sin A \sin B\, dC. \end{array} \right.$$

Désignons par δ le déterminant des coefficients des différentielles au premier membre; c'est encore une fonction symétrique des éléments du triangle, qui peut se mettre sous différentes formes :

$$\delta = \begin{vmatrix} 1 & -\cos C & -\cos B \\ -\cos C & 1 & -\cos A \\ -\cos B & -\cos A & 1 \end{vmatrix},$$

$$\delta = 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C,$$

$$(4) \quad \ldots\ldots \quad \delta = \sin^2 B \sin^2 C - (\cos A + \cos B \cos C)^2.$$

Le signe de ce déterminant δ caractérise complètement, comme nous le verrons plus loin, le système de géométrie, et dans la géométrie usuelle δ est nul.

Nous avons trouvé (1) la relation $\varphi(a) = \mu \sin A$; différentions-la, on trouve :

$$\varphi'(a)\, da = \sin A\, d\mu + \mu \cos A\, dA.$$

Multiplions la première des équations (3) par cos A, puis remplaçons au second membre $\mu \cos A\, dA$ par sa valeur tirée de

l'équation précédente, nous trouverons :

$$da\left[\cos A - \varphi'(a)\sin B\sin C\right] - \cos A\cos C\,db - \cos A\cos B\,dc$$
$$= -\sin A\sin B\sin C\,d\mu.$$

On remarque que, le second membre ne changeant pas par une permutation circulaire, le premier ne peut pas changer non plus. Faisons donc la permutation circulaire de (a, b, c) en (b, c, a) et (A, B, C) en (B, C, A) et égalons le nouveau coefficient de da à l'ancien, il viendra :

$$\cos A - \varphi'(a)\sin B\sin C = -\cos B\cos C,$$

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad \varphi'(a) = \frac{\cos A + \cos B\cos C}{\sin B\sin C}.$$

Mais on tire de l'équation (4)

$$\left(\frac{\cos A + \cos B\cos C}{\sin B\sin C}\right)^2 = 1 - \frac{\delta}{\sin^2 B\sin^2 C},$$

et, comme on a, par (1), $\varphi^2(a) : \mu^2\sin^2 A = 1$, cette équation peut s'écrire

$$(6) \quad \left(\frac{\cos A + \cos B\cos C}{\sin B\sin C}\right)^2 = 1 - \frac{\delta}{\mu^2\sin^2 A\sin^2 B\sin^2 C}\varphi^2(a).$$

Posons encore, plus simplement,

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad k^2 = \frac{1}{\mu^2\sin^2 A\sin^2 B\sin^2 C}\delta,$$

k^2 sera une nouvelle fonction symétrique des éléments du triangle, ayant le même signe que le déterminant δ et vérifiant, en vertu de (5) et de (6), la relation

$$(8) \quad \ldots\ldots \quad [\varphi'(a)]^2 = 1 - k^2\varphi^2(a).$$

Donc k ne dépend ni de b ni de c, et comme k est une fonction symétrique des éléments du triangle, k ne peut pas dépendre de a non plus; c'est donc nécessairement une constante pour tous les triangles.

L'équation (8) donne :

$$\frac{\varphi'(a)\,da}{\sqrt{1 - k^2\varphi^2(a)}} = da.$$

On constate que, pour a suffisamment petit, $\varphi(a)$ croît avec a, donc $\varphi'(a)$ sera positif. Dans ces conditions, le radical doit être pris positivement, et en intégrant l'équation, il vient, puisque $\varphi(a)$ s'annule avec a,

$$\text{arc}\sin k\varphi(a) = ka,$$

(9) . . . . $$\varphi(a) = \frac{\sin ka}{k},$$

(10) . . . . $$\varphi'(a) = \cos ka.$$

Comparons les relations (9) et (10) aux relations (1) et (5); on trouve :

(11) . . . . $$\frac{\sin ka}{\sin A} = \frac{\sin kb}{\sin B} = \frac{\sin kc}{\sin C} = k\mu,$$

(12) . . . . $$\cos ka = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C},$$

relation qui en donne deux autres par une permutation circulaire.

Des formules (11) et (12) on déduit toutes les autres sans aucune difficulté.

7. La méthode que nous venons de suivre est d'une généralité remarquable; elle s'applique, sans aucun changement, à la résolution des triangles sphériques dans un système de géométrie

quelconque. Seulement, dans ce cas, il reste à achever la détermination de k qui est possible.

Supposons pour cela que le triangle ABC soit tracé sur une sphère de rayon R. La longueur d'une circonférence décrite sur une sphère cesse de croître avec son rayon a (qui est ici un arc de grand cercle), quand a devient égal au quart de la circonférence, c'est-à-dire quand

$$a = \frac{1}{4}\left[2\pi\varphi(\mathrm{R})\right] = \frac{\pi}{2}\frac{\sin k\mathrm{R}}{k}.$$

Pour cette valeur de a, on devra donc poser $\varphi'(a) = 0$, ou, par (10),

$$\cos ka = \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin k\mathrm{R}\right) = 0,$$

$$\sin k\mathrm{R} = 1,$$

$$k = \frac{\pi}{2\mathrm{R}}.$$

Telle est la valeur de k, quel que soit le système de géométrie. On a alors, par (9),

$$\varphi(a) = \frac{2\mathrm{R}}{\pi}\sin\frac{a\pi}{2\mathrm{R}},$$

$$(13) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \varphi(\mathrm{R}) = \frac{2\mathrm{R}}{\pi},$$

et les formules de résolution sont, a, b, c désignant les longueurs absolues des côtés sur la sphère de rayon R,

$$\frac{\sin\frac{a\pi}{2\mathrm{R}}}{\sin \mathrm{A}} = \frac{\sin\frac{b\pi}{2\mathrm{R}}}{\sin \mathrm{B}} = \frac{\sin\frac{c\pi}{2\mathrm{R}}}{\sin \mathrm{C}},$$

$$\cos\frac{a\pi}{2\mathrm{R}} = \frac{\cos \mathrm{A} + \cos \mathrm{B}\cos \mathrm{C}}{\sin \mathrm{B}\sin \mathrm{C}}, \ldots$$

Donc les formules de résolution des triangles sphériques sont les mêmes dans tous les systèmes de géométrie.

Les expressions $\frac{a\pi}{2R}$, $\frac{b\pi}{2R}$, $\frac{c\pi}{2R}$ sont les mesures des angles au centre de la sphère correspondant aux arcs *a*, *b* et *c*. En effet, la mesure de l'angle correspondant à un arc *a* de rayon R étant désignée par θ, doit vérifier la relation

$$a = \theta\varphi(R),$$

ou, par (13),

$$\theta = \frac{a}{\varphi(R)} = \frac{a\pi}{2R}.$$

FRAGMENTS

D'UN

COURS D'OPTIQUE

PAR

P. DUHEM

Professeur de physique théorique à la Faculté des sciences de Bordeaux.

DEUXIÈME FRAGMENT

COUP D'ŒIL SUR L'OPTIQUE ANCIENNE. — L'OPTIQUE DE YOUNG.

Les théories physiques ne progressent pas, comme les théories mathématiques, par le continuel apport de nouvelles propositions, définitivement démontrées, qui viennent s'ajouter à des propositions déjà reconnues comme certaines. Une première théorie physique s'élève, qui fournit une représentation schématique d'un ensemble étendu de phénomènes ; mais, bientôt, on découvre des phénomènes que la théorie n'explique pas, avec lesquels elle est incompatible ; alors on l'abandonne pour créer une seconde théorie plus étendue, compatible avec les faits qui ont renversé la première; mais la nouvelle théorie, contredite à son tour par l'expérience, succombe pour faire place à un nouvel ensemble. Ainsi se poursuit sans trêve cette lutte des faits qui refusent de se laisser représenter par l'ensemble symbolique que l'esprit a créé, et de l'esprit qui modifie, perfectionne et

complique le symbole pour parvenir à schématiser les faits rebelles.

La première théorie optique a été celle des *rayons lumineux*. Les anciens avaient fait rentrer dans cette théorie les phénomènes de la réflexion; Descartes l'adapta aux phénomènes de la réfraction; Newton la compléta de telle sorte qu'elle rendit compte des effets de la dispersion. Elle forme, ainsi développée, ce que nous nommerons l'*ancienne optique*.

L'ancienne optique ne faisait jouer aucun rôle au mode de propagation de la lumière; elle ne rendait pas compte des phénomènes de la double réfraction. Plus compréhensive que l'ancienne optique, l'*optique des ondes*, créée par Huygens, réunit dans un même ensemble les lois de l'ancienne optique, les lois de la propagation de la lumière, les lois de la double réfraction.

Mais l'*optique d'Huygens* s'arrête devant les phénomènes d'interférence et de diffraction.

L'*optique de Young* survient et, perfectionnée par Fresnel, interprète à son tour, avec une merveilleuse précision, ces divers phénomènes. Mais elle demeure impuissante lorsqu'il s'agit de rendre compte des effets de la polarisation. Il lui faut alors céder la place à un système plus large, à l'*optique de Fresnel*.

Dans un précédent fragment (*), nous avons exposé, en la dégageant de toute hypothèse sur la nature de la lumière, l'optique d'Huygens. Aujourd'hui, après un coup d'œil jeté sur l'ancienne optique, nous abordons l'optique de Young. Là encore, nous laissons de côté l'hypothèse que la lumière est un mouvement, quel qu'ait été le rôle historique de cette hypothèse dans le développement des théories optiques. Rompant franchement en visière avec la loi que Descartes a voulu imposer à la physique et que, depuis deux siècles, la physique cherche à secouer par des efforts sourds et inconscients, nous ne voulons voir

(*) P. Duhem, *Fragments d'un cours d'optique. Premier fragment : Le principe d'Huygens.* (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. XVIII, 2e partie, 1894, pp. 95 et suiv.)

dans la lumière qu'une *qualité* et dans l'optique physique qu'*un système d'équations symboliques* dont le but est de *figurer* et non d'*expliquer* les caractères que l'analyse expérimentale nous signale en cette qualité.

Nous n'avons naturellement développé ici ni les procédés d'expériences ni les calculs que l'on trouve largement exposés dans tous les traités. En particulier, nous nous sommes borné à indiquer les principes sur lesquels repose l'étude analytique de la propagation de la lumière et de la diffraction par les écrans noirs; ce que nous avons dit conduit le lecteur au seuil des magnifiques développements qu'il trouvera dans l'*Optique* de G. Kirchhoff.

Nous n'avons pas exposé la théorie de la réflexion et de la réfraction selon le système optique de Young; c'est par là que ce système est nettement en contradiction avec les phénomènes de polarisation. Cette théorie nous servira donc d'introduction naturelle à l'étude de la polarisation et à l'optique de Fresnel. Ce sera l'objet d'un prochain fragment.

CHAPITRE PREMIER

Coup d'œil sur les notions fondamentales de l'ancienne optique.

A. Rayons lumineux.

Pour apprécier exactement le rôle de la théorie optique de Huygens, les expériences dont elle rend compte, celles qui la contredisent, et la voie dans laquelle il convient de marcher pour découvrir une théorie plus compréhensive et plus parfaite, il nous faut remonter aux origines de l'optique et analyser les transformations subies par les notions essentielles sur lesquelles repose cette science.

Nous voyons des objets, de couleur variée, d'éclat plus ou moins vif : tel est le premier phénomène optique. L'analyse de ces sensations, une analyse très compliquée, qui s'est sans doute faite très lentement, à une époque qui nous échappe, a montré que le phénomène de la vision des objets lumineux et colorés était un phénomène très complexe ; que cette vision résultait d'une multitude de phénomènes plus simples qu'expriment ces mots : les divers points du fond de notre œil sont diversement éclairés. On a été amené ainsi à concevoir, par voie de généralisation et d'abstraction, que les corps qui nous entourent possédaient une certaine qualité : celle d'être *éclairés* en chacun de leurs points. Ainsi, dans un espace occupé par des corps divers, en chaque point et à chaque instant, est, en général, localisée une certaine qualité particulière que nous nommons *éclairement* ou *lumière* ; quand le fond de notre œil possède cette qualité, quand il est *éclairé*, ou qu'il *reçoit de la lumière*, nous voyons.

Cette qualité, comme toutes les qualités, est susceptible d'être plus ou moins intense. Un point peut être éclairé plus ou moins vivement ; l'*intensité lumineuse* en ce point peut augmenter ou diminuer.

Beaucoup de qualités ne sont pas susceptibles d'autres modifications que celles qu'expriment les mots *plus* et *moins*; elles ne sont susceptibles que d'augmentation ou de diminution (*intensio* ou *remissio*, comme disaient les scolastiques): tel est le chaud. Une région d'un corps peut être plus ou moins chaude qu'une autre; le chaud peut augmenter ou diminuer, voilà tout. Il n'en est pas de même pour l'éclairement; l'analyse de cette qualité y fait découvrir une série de modifications, qui ne se rattachent pas aux seules notions de *plus* ou de *moins*, qui ne se conçoivent pas comme des augmentations ou des diminutions. Suivons cette analyse :

Nous reconnaissons que la présence ou l'absence de certains corps entraine l'apparition ou la disparition de l'éclairement aux divers points des corps qui les environnent; nous admettons alors que ces corps renferment la cause qui produit dans les corps environnants la qualité à laquelle nous donnons le nom d'éclairement; ces corps sont des *sources de lumière*.

Introduisons, dans un espace homogène et illimité, une source de lumière de très petites dimensions que, par abstraction, nous supposerons réduite à un point. Les divers points du milieu sont éclairés plus ou moins vivement. Soit S la source de lumière (fig. 1); soit M un point éclairé. Prenons, en outre,

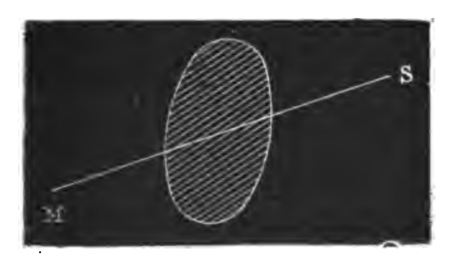


Fig. 1.

un corps complètement noir, par exemple un solide dont la surface soit enfumée. Nous reconnaîtrons que si l'on place ce corps sur le trajet de la ligne qui joint la source S au point M, tout éclairement sera supprimé au point M ; que si, au contraire, on

place le corps noir de telle sorte qu'il n'intercepte aucune partie du segment SM, l'éclairement sera le même que si le corps noir n'existait pas. Cette expérience, variée de mille manières, nous amène à concevoir que le point M n'est pas seulement susceptible d'être plus ou moins vivement éclairé, mais que les propriétés de l'éclairement plus ou moins intense qu'il reçoit dépendent en outre d'une certaine direction, la direction SM, que nous nommons la direction du *rayon* au point M. Dans les expériences diverses, le point M peut être *également éclairé*, mais le *rayon* passant au point M peut avoir des *directions différentes*; la direction du rayon qui correspond à un éclairement donné représente un certain *mode* de cette qualité, mode qui ne se confond pas avec sa plus ou moins grande intensité.

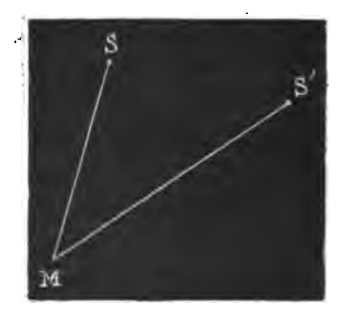


Fig. 2.

Supposons maintenant que, dans un milieu homogène et illimité, nous ayons *deux* sources lumineuses très petites, les sources S et S' (fig. 2). Soit M un point du milieu, éclairé d'une certaine manière. Interposons un corps enfumé sur le trajet de la droite SM; nous constaterons que l'éclairement au point M change et devient exactement ce qu'il serait si la source S n'existait pas. Interposons le corps enfumé sur le trajet de la droite S'M; nous constaterons que l'éclairement au point M change et devient exactement ce qu'il serait si la source S n'existait pas. Plaçons enfin un corps noir de telle sorte qu'il intercepte les deux rayons SM, S'M; tout éclairement sera supprimé

au point M. Ces expériences nous montrent que les modifications que peut éprouver l'éclairement en un point ne peuvent être toutes représentées par une simple variation d'intensité jointe à la variation d'une seule direction de rayon; elles nous obligent à regarder l'éclairement en un point comme une *qualité complexe* due à la coexistence en ce point d'un certain nombre d'*éclairements simples,* dont chacun correspond à une direction de rayon, et dont chacun est susceptible d'être plus ou moins intense. Ainsi, dans l'expérience que nous venons de citer, nous regarderons l'éclairement au point M comme un éclairement complexe, formé par la coexistence d'un éclairement ayant même intensité et même direction de rayon que l'éclairement produit par la source S si elle existait seule, — et d'un éclairement ayant même intensité et même direction de rayon que l'éclairement produit par la source S′ si elle existait seule.

En général, même, on ne pourra pas concevoir l'éclairement en un point comme une qualité complexe formée par la coexistence d'un certain nombre d'éclairements simples; pour rendre compte des variations que cette qualité peut présenter dans diverses circonstances, on sera obligé de la concevoir comme formée par la superposition d'un nombre extrêmement grand d'éclairements simples, caractérisés chacun par une intensité et une direction de rayon; encore, ne rendra-t-on compte de ces variations que d'une manière imparfaite; pour accroître la perfection de cette représentation, on sera contraint d'augmenter le nombre des éclairements simples composants, tout en affaiblissant l'éclat de chacun d'eux; il arrivera un moment où le nombre des éclairements simples que nous aurons mis à la place de l'éclairement complexe sera assez grand pour que nous puissions nous rendre compte de toutes les variations de cet éclairement que nos sens peuvent apprécier; mais nous concevons sans peine qu'un être dont les sens seraient plus déliés que les nôtres ne se contenterait pas de cette décomposition de l'éclairement complexe considéré, et le décomposerait en un nombre plus grand d'éléments simples, nombre qui, à son tour, parai-

trait insuffisant à un œil encore plus subtil. On dit alors qu'il passe au point considéré une *infinité de rayons* dont chacun correspond à un *éclairement infiniment petit* ou *élémentaire.*

Cette analyse de la qualité que nous nommons éclairement fournit toutes les notions : éclairement plus ou moins intense en un point; direction du rayon lumineux en un point; coexistence, en un même point, de plusieurs éclairements ou d'une infinité d'éclairements, qui suffisent à l'édification de l'ancienne optique. Celle-ci classe un nombre considérable de phénomènes en combinant ces notions au moyen des lois suivantes :

1° *Loi de la propagation rectiligne de la lumière.* — Soit un milieu homogène, limité ou non, et soit M (fig. 3) un point de

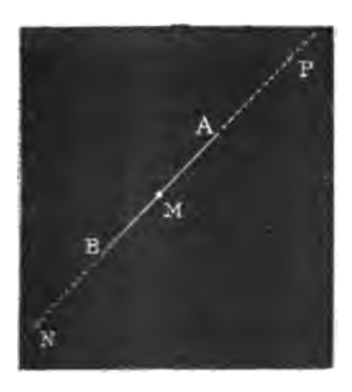


Fig. 3.

ce milieu. En ce point, imaginons un éclairement ayant pour direction de rayon la direction AB; prolongeons la direction AB dans les deux sens, soit jusqu'à la rencontre des limites du milieu, soit jusqu'à la rencontre d'une source de lumière. En tout point N, P,... de la droite ainsi tracée existe un éclairement ayant pour direction cette droite, dirigée dans le sens AB.

2° *Loi des Ombres.* — Soit, au point M (fig. 4) d'un milieu homogène, un certain éclairement correspondant au rayon AB. A partir du point M, prolongeons ce rayon, dans le sens BA,

jusqu'au point O où il rencontre soit les limites du milieu, soit une source de lumière. Si, entre les points M et O, on interpose un corps noirci, l'éclairement au point M qui avait pour direction de rayon AB est supprimé.

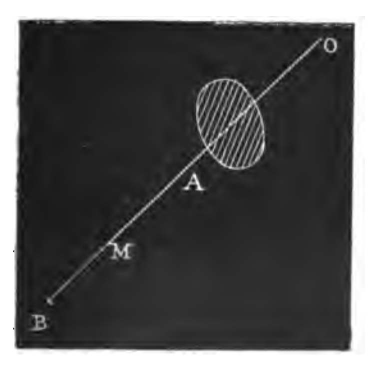


Fig. 4.

3° *Lois de la Réflexion.* — Soient 1 un milieu homogène et isotrope (l'ancienne optique n'en étudie pas d'autres) et Ψ la surface (fig. 5) qui le sépare d'un autre milieu 2. Supposons qu'en un point M du milieu 1, infiniment voisin de la surface Ψ, il y ait un rayon IM dont la direction va du milieu 1 vers le milieu 2; nous le nommerons rayon *incident* au point M. En ce même point, il y aura assurément un autre rayon MR, dirigé du milieu 1 vers le milieu 2; nous le nommerons rayon *réfléchi*.

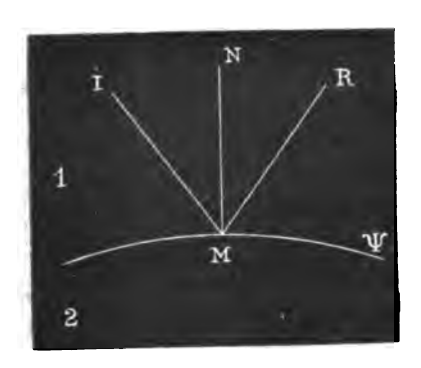


Fig. 5.

Les directions des deux rayons incident et réfléchi vérifient les deux lois suivantes :

1° Le rayon incident IM, le rayon réfléchi MR, la normale MN menée, au point M, à la surface réfléchissante Ψ, sont dans un même plan;

2° Les deux angles IMN, NMR sont égaux entre eux.

4° *Loi de la Réfraction.* — Soient 1 et 2 deux milieux homogènes et isotropes, et Ψ leur surface de séparation (fig. 6). Soit M un point de cette surface de séparation.

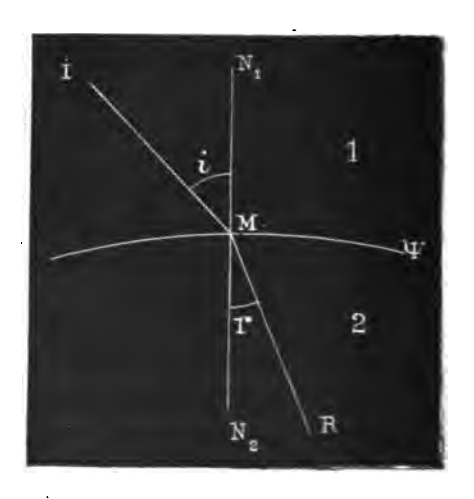


Fig. 6.

Supposons qu'en un point du milieu 1, infiniment voisin du point M, il y ait un rayon incident IM. Il y aura, en un point du milieu 2 infiniment voisin du point M, un rayon MR dirigé du milieu 1 vers le milieu 2; nous le nommerons *rayon réfracté*. Les directions des deux rayons incident et réfracté sont liées par les lois suivantes :

1° Le rayon incident, le rayon réfracté et la normale N_1MN_2 menée, au point M, à la surface Ψ sont dans un même plan.

2° On a

$$\frac{\sin \widehat{IMN_1}}{\sin \widehat{RMN_2}} = \frac{\sin i}{\sin r} = n_{12},$$

n_{12} étant une constante dont la valeur ne dépend que de la nature du milieu 1, où se trouve le rayon incident, et de la nature du milieu 2, où se trouve le rayon réfracté; on le nomme *indice de réfraction de la lumière passant du milieu 1 dans le milieu 2.*

3° Soient 1, 2, 3, ... p, 1, une suite de milieux *dont le premier est identique au dernier;* soient n_{12}, n_{23}, ... n_{p1}, les indices de réfraction de la lumière passant du premier au second, du second au troisième, . ., de l'avant-dernier au dernier. On a

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad n_{12} \times n_{23} \times \cdots \times n_{p1} = 1.$$

Appliquée au cas où la suite ne comprend que trois milieux, 1, 2, 1, l'égalité (1) donne l'égalité

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad n_{21} = \frac{1}{n_{12}},$$

que l'on nomme *loi du retour inverse.*

Appliquée au cas où la suite ne comprend que quatre milieux, 1, 2, 3, 1, l'égalité (1) donne l'égalité

$$n_{12} \times n_{23} \times n_{31} = 1,$$

qui, en vertu de l'égalité (2), peut s'écrire :

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad n_{23} = \frac{n_{21}}{n_{31}},$$

Cette troisième loi peut se mettre sous une autre forme qui a son importance.

Soient un milieu, choisi une fois pour toutes, désigné par l'indice 0 (le vide, par exemple), et un milieu variable x. L'indice de réfraction n_{x0} de la lumière passant du milieu x dans le

milieu 0 ne dépendra que de la nature du milieu x; désignons-le par Φ_x :

$$n_{x0} = \Phi_x.$$

Nous aurons de même, pour un autre milieu y,

$$n_{y0} = \Phi_y.$$

L'égalité (3) nous donnera alors

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \quad n_{xy} = \frac{\Phi_x}{\Phi_y}.$$

Il existe, pour chaque milieu, une *quantité caractéristique* telle que l'indice de réfraction de la lumière passant d'un premier milieu dans un second soit le quotient de la quantité caractéristique du premier milieu par la quantité caractéristique du du second.

4° Au cas où l'on aurait $\sin i > n_{12}$, il n'y a plus de rayon réfracté; il y a *réflexion totale.*

B. *Persistance des impressions lumineuses.*

Des expériences très simples, celle du charbon ardent que l'on fait tourner et qui apparait sous forme d'un cercle de feu, ... montrent que l'impression lumineuse que nous ressentons à un instant donné ne dépend pas seulement de l'éclairement des divers points du fond de notre œil, mais de l'éclairement de ces points à cet instant et à tous les instants qui ont précédé celui-là pendant un certain laps de temps.

Ce laps de temps — une fraction de seconde — se nomme *durée de persistance des impressions lumineuses.*

C. *Lumières monochromatiques.*

L'analyse de la qualité que désigne le mot éclairement n'est pas encore complète en ce qui précède; cette qualité nous apparait avec un nouveau mode que nous avons laissé de côté : la

couleur; l'analyse de ce mode est demeurée très vague et très confuse jusqu'aux travaux de Newton. Sans rappeler les expériences de ce physicien ou de ses successeurs, rappelons la manière dont ils nous ont amené à concevoir la couleur.

Prenons un point éclairé M. L'éclairement en ce point est, en général, composé de plusieurs éclairements, ou même d'une infinité d'éclairements élémentaires, dont chacun correspond à une direction de rayon. Prenons un de ces éclairements élémentaires. Nous ne le regarderons plus comme une qualité simple, mais comme une qualité complexe formée par un ensemble de qualités plus simples; chacune de ces qualités simples, résultat ultime de notre analyse, est un éclairement caractérisé par une certaine *couleur absolument invariable;* nous le nommerons éclairement *monochromatique.* Ainsi un éclairement élémentaire, correspondant à un certain rayon, sera formé, en général, par l'ensemble d'un certain nombre d'éclairements monochromatiques, correspondant au même rayon.

Le plus souvent, même, nous ne pourrons pas regarder un éclairement élémentaire comme composé seulement d'un nombre limité d'éclairements monochromatiques. Pour en comprendre les propriétés, nous devrons le regarder comme composé d'un très grand nombre d'éclairements monochromatiques, dont chacun aura fort peu d'éclat, et tels que de l'un d'eux au suivant la couleur soit peu différente; encore concevrons-nous sans peine qu'un être dont l'œil serait plus sensible composerait cet éclairement élémentaire d'un nombre plus grand d'éclairements monochromatiques plus faibles, dont les teintes se rapprocheraient davantage; et ainsi de suite indéfiniment.

On dira alors que *l'éclairement élémentaire résulte d'une infinité de composantes monochromatiques infiniment faibles, et que la couleur de ces composantes varie d'une manière continue d'un point à l'autre.*

Moyennant ces notions, nous pouvons concevoir les divers phénomènes étudiés par Newton; nous représenterons tous ces phénomènes en combinant les divers éléments : éclairements simples, rayons, éclairements monochromatiques, que l'analyse

de la qualité nommée *éclairement* nous a fait distinguer dans cette qualité, conformément aux lois déjà énoncées et aux lois suivantes :

1° Considérons un rayon dans un milieu homogène et indéfini ; ce rayon correspond, en un certain point M de sa direction, à un éclairement élémentaire qui renferme une certaine composante monochromatique de couleur donnée ; tous les points situés sur le même rayon, avant le point M, ont un éclairement élémentaire correspondant au même rayon ; l'éclairement élémentaire de chacun d'eux renferme une composante monochromatique de la couleur considérée ;

2° Si l'éclairement élémentaire correspondant à un rayon réfléchi renferme une composante monochromatique d'une couleur donnée, l'éclairement élémentaire correspondant au rayon incident renfermait une composante monochromatique de la même couleur ;

3° Si un rayon incident correspond à un éclairement élémentaire formé d'une infinité de composantes monochromatiques, il donne une infinité de rayons réfractés ; chacun de ces rayons réfractés correspond à un éclairement formé d'une seule composante monochromatique ; cette composante a la couleur de l'une des composantes du rayon incident ; la réfraction se produit comme si chaque lumière monochromatique passant d'un milieu 1 dans un milieu 2 avait un indice de réfraction particulier.

D. *Intensité lumineuse.*

Considérons divers éclairements ÉLÉMENTAIRES, MONOCHROMATIQUES, DE MÊME COULEUR. Ces divers éclairements ne diffèrent plus les uns des autres que par les caractères suivants :

1° Le point qu'affecte chacun d'eux ;

2° La direction du rayon qui est relative à chacun d'eux ;

3° L'éclat plus ou moins vif de chacun d'eux.

Les deux premiers caractères s'expriment au moyen de notions géométriques ; on peut les traiter par les méthodes mathéma-

tiques; il n'en est pas de même jusqu'ici du troisième: l'éclat plus ou moins vif d'un éclairement n'est pas, jusqu'ici, une grandeur; les mathématiques ne nous fournissent pas le moyen de raisonner sur cet éclat. C'est un inconvénient auquel nous allons remédier en faisant correspondre à cette QUALITÉ ABSTRAITE que nous nommons l'*éclairement monochromatique* UN SYMBOLE NUMÉRIQUE qui sera soumis aux règles du calcul arithmétique.

Ces trois expressions : un éclairement monochromatique *aussi brillant, plus brillant, moins brillant* qu'un autre éclairement monochromatique de même couleur ont, pour nous, un sens parfaitement net; nous voyons très clairement que ce sens entraîne les conséquences suivantes :

1° Si un éclairement monochromatique A est plus brillant qu'un autre éclairement monochromatique de même couleur B, l'éclairement B est moins brillant que l'éclairement A ;

2° Si l'éclairement A est aussi brillant que l'éclairement B et celui-ci aussi brillant que l'éclairement C, l'éclairement A est aussi brillant que l'éclairement C ;

3° Si l'éclairement A est plus brillant que l'éclairement B et celui-ci plus brillant que l'éclairement C, l'éclairement A est plus brillant que l'éclairement C.

Cela posé, si les deux éclairements A et B sont *aussi brillants* l'un que l'autre, nous conviendrons de dire qu'ils sont *égaux* entre eux, et d'écrire abréviativement $A = B$.

Si l'éclairement A est *plus brillant* que l'éclairement B, nous conviendrons de dire que le premier est *plus grand* que le second et d'écrire abréviativement $A > B$.

Si l'éclairement A est *moins brillant* que l'éclairement B, nous conviendrons de dire que le premier est *plus petit* que le second et d'écrire abréviativement $A < B$.

On voit alors que :

1° Si nous avons $A > B$, nous avons $B < A$;

2° Si nous avons $A = B$, $B = C$, nous avons aussi $A = C$;

3° Si nous avons $A > B$, $B > C$, nous avons $A > C$.

Les trois symboles $=$, $>$, $<$, QUOIQUE AYANT ICI UNE SIGNIFICATION PHYSIQUE ENTIÈREMENT DIFFÉRENTE DE LEUR SENS ARITHMÉTIQUE,

pourront être soumis aux règles auxquelles les mêmes symboles sont soumis en arithmétique.

Prenons maintenant divers éclairements monochromatiques de même couleur A, B, C, D, ...; à chacun d'eux, faisons correspondre un nombre a, b, c, d, ..., en nous conformant aux règles suivantes, *ce qui est possible*, d'après ce que nous venons de dire :

1° Si deux éclairements A et B sont *symboliquement* égaux, les nombres a et b qui leur correspondent sont *arithmétiquement* égaux ; l'égalité *symbolique* A = B entraine l'égalité *numérique* $a = b$;

2° Si deux éclairements A et B sont *symboliquement* inégaux, les nombres a et b qui leur correspondent sont *arithmétiquement* inégaux dans le même ordre, l'inégalité *symbolique* A > B entraine l'inégalité *numérique* $a > b$.

Les *nombres* a, b, c, d, ... porteront le nom d'*intensités* respectives des éclairements A, B, C, D, ... Toute proposition qui énoncera l'égalité et l'inégalité numérique de deux intensités sera une proposition symbolique ; son sens physique sera que deux certains éclairements sont aussi brillants l'un que l'autre, ou que l'un deux est plus brillant que l'autre.

Il y a évidemment une *infinité de manières* de faire correspondre des intensités a, b, c, d, ... aux éclairements A, B, C, D, ... Soit, en effet, a, b, c, d, ... une première suite de nombres pris pour intensités des éclairements A, B, C, D, ... Faisons correspondre chacun des nombres a, b, c, d, ... de cette suite à chacun des nombres α, β, γ, δ, ... d'une autre suite, de telle sorte que :

1° Si l'on a $a = b$, on ait aussi $\alpha = \beta$;

2° Si l'on a $a > b$, on ait aussi $\alpha > \beta$.

Il est évident que les nombres α, β, γ, δ, ... pourront, eux aussi, être pris comme intensités des éclairements A, B, C, D, ...

Dans l'étude de certaines qualités, par exemple du *chaud*, on ne peut lever cette indétermination ; il y a une infinité de manières de représenter par un nombre l'intensité de la chaleur, la température ; ici, l'on peut pousser plus loin, en s'appuyant sur l'observation suivante :

Si l'on fait arriver en un point plusieurs éclairements A, B, C, ... MONOCHROMATIQUES, DE MÊME COULEUR, AYANT MÊME DIRECTION DE RAYON, *leur ensemble équivaut à un éclairement monochromatique de même couleur* L, *ayant même direction du rayon, et* PLUS BRILLANT *que chacun des éclairements* A, B, C, ...

Convenons de dire *symboliquement* que l'éclairement L est la *somme* des éclairements A, B, C, ... et d'écrire abréviativement

$$L = A + B + C + \cdots$$

Il est évident que lorsqu'on parle de l'éclairement qui résulte de la superposition des deux éclairements A et B, rien dans cette opération physique ne fait intervenir la notion d'un *ordre* de succession entre ces deux éclairements; il faut donc que, dans le symbole qui représente cette opération, l'ordre des deux lettres A et B soit indifférent; que $(A + B)$ ait exactement le même sens, représente identiquement le même éclairement que $(B + A)$; que l'on ait

$$A + B = B + A.$$

Il est évident aussi que parler de la résultante des trois éclairements A, B, C, ou parler de la résultante de l'éclairement A composé avec l'éclairement que fournit la superposition de B et de C, c'est dire exactement la même chose. Cette équivalence d'expressions doit se traduire par une équivalence des symboles qui les représentent; on doit donc avoir

$$A + (B + C) = A + B + C,$$

$(B + C)$ représentant la résultante des éclairements B et C.

Enfin, d'après l'observation précédente, on a

$$A + B > A, \quad A + B > B.$$

Ces diverses égalités et inégalités *symboliques* nous montrent que *le signe* +, QUOIQUE AYANT ICI UN SENS SYMBOLIQUE ENTIÈREMENT DIFFÉRENT DE SON SENS ARITHMÉTIQUE, *peut être traité suivant les mêmes règles que le signe de l'addition arithmétique.*

Cela posé, *nous pouvons convenir de choisir les nombres que nous nommons intensités de divers éclairements de telle manière que si* a, b, c,... *sont les intensités des éclairements* A, B, C,... *l'éclairement* L, *qui résulte de la superposition de ces derniers en un même point, suivant une même direction de rayon, ait pour intensité* l *la somme* a + b + c + ...

En d'autres termes, les intensités seront choisies de telle sorte que si l'on a, *symboliquement*,

$$L = A + B + C + \cdots,$$

on aura, *numériquement*,

$$l = a + b + c + \cdots.$$

Ce choix est évidemment possible; il est même possible d'une infinité de manières, mais l'indétermination n'est plus aussi large qu'auparavant. On voit sans peine que si

$$a, \quad b, \quad c, \ldots$$

et

$$\alpha, \quad \beta, \quad \gamma, \ldots$$

sont deux suites de nombres susceptibles de représenter les *intensités* des éclairements A, B, C, ..., on a

$$\alpha = Ka, \quad \beta = Kb, \quad \gamma = Kc, \ldots$$

K étant un nombre positif.

L'indétermination sera entièrement levée si l'on fixe l'éclairement *étalon* auquel on fait correspondre le nombre 1, ou, en d'autres termes, l'éclairement dont l'intensité est prise pour unité.

Ainsi l'intensité d'une lumière monochromatique a tous les caractères d'une GRANDEUR *arithmétique, non susceptible de signe;* cette *grandeur* n'existe pas dans la *réalité;* elle est un *symbole; toute opération arithmétique effectuée sur cette grandeur représente une opération physique effectuée sur la* QUALITÉ *que cette grandeur symbolise*, *c'est-à-dire sur l'éclairement monochromatique.*

On voit ici un exemple remarquable du procédé logique par lequel la physique moderne arrive à représenter d'une manière symbolique une QUALITÉ physique et les opérations physiques qui portent sur cette qualité par une GRANDEUR et par les opérations arithmétiques qui portent sur cette grandeur. Ce procédé n'est pas toujours applicable. Ainsi, aux différentes intensités de la qualité que nous nommons le *chaud*, la physique peut bien — et d'une infinité de manières différentes — faire correspondre des nombres qu'elle nomme des *températures*; mais ces nombres ne peuvent jamais être regardés comme mesurant une grandeur, car il n'existe aucune opération physique portant sur la qualité nommée *chaud* qui puisse être symbolisée par le signe de l'addition arithmétique; les températures constituent simplement les degrés d'une échelle, et non les mesures des divers états d'une grandeur.

E. *Calculs symboliques relatifs aux couleurs complexes.*

Prenons maintenant un éclairement monochromatique A d'une certaine couleur α et d'intensité a, puis un éclairement monochromatique B d'une autre couleur β et d'intensité b.

La somme $a + b$ n'aurait aucun sens concret; les intensités de couleurs monochromatiques différentes doivent être traitées comme des grandeurs différentes d'espèce; il est interdit de les ajouter entre elles. Cela ressort avec évidence de ce qui précède.

Nous allons cependant être amenés à donner un sens au signe $+$ reliant les intensités de lumières monochromatiques différentes; mais ce sera un sens purement symbolique et non pas le sens arithmétique de ce signe.

1° *Égalité et inégalité symboliques.* — Si deux éclairements élémentaires complexes sont formés des mêmes couleurs monochromatiques, prises avec des intensités égales, nous conviendrons d'écrire *symboliquement* $A = B$. Il est évident, d'après cette définition, que si l'on a $A = B$, $B = C$, on a $A = C$.

Si l'éclairement A renferme toutes les lumières monochroma-

tiques que B renferme; si, en outre, il renferme certaines lumières monochromatiques que B ne renferme pas, ou s'il renferme certaines lumières monochromatiques contenues dans B avec une intensité plus grande que celle qu'elles ont dans B, on conviendra d'écrire symboliquement

$$A > B \quad \text{ou} \quad B < A.$$

Il est évident, d'après cela, que si l'on a $A > B$, $B > C$, on a $A > C$.

Les symboles $=$, $>$, $<$, quoique ayant un sens tout différent de celui qu'ils ont en arithmétique, peuvent être traités suivant les mêmes règles qu'en arithmétique.

Dans le cas particulier où toutes les lumières considérées sont des lumières monochromatiques de même couleur, les égalités ou inégalités *symboliques* que nous venons de considérer peuvent être remplacées par les égalités ou inégalités *arithmétiques* correspondantes entre les intensités de ces lumières.

On remarquera que si l'on prend deux éclairements A et B *au hasard*, certaines lumières monochromatiques auront, en général, une plus grande intensité dans l'éclairement A, d'autres dans l'éclairement B, en sorte que l'on ne pourra écrire ni $A = B$, ni $A > B$, ni $A < B$.

2° *Addition symbolique.* — Soient α, β, γ, ... un certain nombre de lumières monochromatiques différentes; chacune d'elles correspond à une couleur déterminée. Soient A, B, C, ... des éclairements élémentaires, de même rayon, le premier de couleur monochromatique α, le second de couleur monochromatique β, le troisième de couleur monochromatique γ, ... Soient I_α, I_β, I_γ, ... les intensités de ces couleurs; ce sont des nombres CONCRETS; chaque nombre est affecté d'un indice qui indique à quelle couleur il se rapporte et ne permet pas de confondre un nombre mesurant l'intensité d'une lumière de couleur α avec un nombre mesurant l'intensité d'une lumière de couleur β.

Nous conviendrons de représenter par le *symbole*

(1) . . . . $L = A + B + C + \cdots,$

ou encore par le *symbole*

(2) . . . . $L = I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + \cdots,$

l'éclairement élémentaire complexe qui résulte de la coexistence des éclairements A, B, C, ... Bien que I_α, I_β, I_γ, ... soient des nombres, comme ce sont des nombres *concrets* mesurant des *grandeurs d'espèce différente*, la seconde somme (2) n'a, pas plus que la première (1), un *sens arithmétique*. Ainsi quelque sens que l'on donne à x, il serait absurde d'écrire :

$$3_\alpha + 2_\beta + 5_\gamma = 10_x.$$

On voit que la somme *symbolique* $I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + \ldots$ peut aussi être regardée comme une somme *arithmétique* dans le cas particulier où toutes les lumières monochromatiques α, β, γ, ... sont de *même couleur*, cas auquel la lumière résultante est elle-même une lumière monochromatique de même couleur.

Généralisons maintenant ce symbole. Soient L, L', L'', ... des éclairements élémentaires, *monochromatiques* ou *complexes* quelconques, ayant même direction de rayon. Convenons de représenter par le symbole

$$L + L' + L'' + \cdots$$

l'éclairement élémentaire λ qui résulte de leur coexistence; le signe + sera donc le symbole de la *coexistence* de deux éclairements.

En superposant un éclairement à un autre, on ne peut ni supprimer ni rendre moins intense un éclairement monochromatique que ce dernier renfermait. On a donc les inégalités *symboliques*

$$L + L' > L, \quad L + L' > L'.$$

Il est évident que l'éclairement complexe qui résulte de la coexistence de plusieurs autres éclairements, simples ou complexes, ne dépend en aucune façon de l'ordre dans lequel il nous

plaît de ranger par la pensée ces éclairements. On a donc l'égalité symbolique

$$L + L' = L' + L.$$

Il est clair que la coexistence des trois éclairements L, L', L'' donne le même éclairement résultant que la coexistence de l'éclairement L et de l'éclairement que fournissent L' et L'' par leur réunion; on a donc l'égalité symbolique

$$L + L' + L'' = L + (L' + L'').$$

Le symbole + que nous venons d'introduire a donc des propriétés telles qu'on pourra lui appliquer les règles de l'addition arithmétique.

3° *Soustraction symbolique.* — Soient Λ et L deux éclairements élémentaires de même rayon; existe-t-il un éclairement X, de même rayon, qui, coexistant avec l'éclairement Λ, reproduise l'éclairement L?

Deux éclairements élémentaires de même rayon ne sont identiques que s'ils sont composés des mêmes éclairements monochromatiques et si chacun des éclairements monochromatiques a la même intensité dans les deux éclairements élémentaires.

En superposant un éclairement X à un autre éclairement Λ, on ne peut ni faire disparaître un des éclairements monochromatiques qui composent Λ, ni en diminuer l'intensité. Donc, *pour qu'il existe un éclairement* X *qui, superposé à* Λ, *reproduise* L, *il faut que* L *renferme toutes les lumières monochromatiques que renferme* Λ *et chacune d'elles avec une intensité au moins égale à celle qu'elle a dans* Λ.

Cette condition est en même temps suffisante.

Supposons, en effet, que l'on ait l'égalité *symbolique*

$$L = I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + \cdots,$$

α, β, γ, ... étant des lumières monochromatiques.

Si la condition précédente est vérifiée, on aura *symboliquement*

$$\Lambda = i_\alpha + i_\beta + i_\gamma + \cdots,$$

avec les conditions *arithmétiques*

$$I_\alpha \geqq i_\alpha \geqq 0,$$
$$I_\beta \geqq i_\beta \geqq 0,$$
$$I_\gamma \geqq i_\gamma \geqq 0,$$
$$\cdots\cdots$$

Posons

$$J_\alpha = I_\alpha - i_\alpha,$$
$$J_\beta = I_\beta - i_\beta,$$
$$J_\gamma = I_\gamma - i_\gamma,$$
$$\cdots\cdots$$

ces égalités ayant un sens *arithmétique*. Superposons des éclairements monochromatiques de couleurs α, β, γ,... et d'intensités J_α, J_β, J_γ,... Le résultat de la superposition sera la lumière X cherchée. On aura, en effet, *symboliquement*,

$$\begin{aligned} \mathrm{A} + X &= i_\alpha + i_\beta + i_\gamma + \cdots \\ &\quad + J_\alpha + J_\beta + J_\gamma + \cdots \\ &= (i_\alpha + J_\alpha) + (i_\beta + J_\beta) + (i_\gamma + J_\gamma) + \cdots \end{aligned}$$

Mais les sommes $(i_\alpha + J_\alpha)$, $(i_\beta + J_\beta)$, $(i_\gamma + J_\gamma)$ peuvent être effectuées *arithmétiquement*, car elles relient des intensités de lumières monochromatiques *de même couleur*. On aura alors

$$i_\alpha + J_\alpha = I_\alpha, \quad i_\beta + J_\beta = I_\beta, \quad i_\gamma + J_\gamma = I_\gamma, \ldots,$$

et, par conséquent,

$$\mathrm{A} + X = I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + \cdots = L.$$

C. Q. F. D.

Cette condition s'écrira *symboliquement*, en vertu de nos conventions,

$$L > \mathrm{A}.$$

Supposons que les deux lumières A et L vérifient la condition $L > A$ nécessaire et suffisante pour qu'il existe une lumière X satisfaisant à l'égalité *symbolique*

$$A + X = L.$$

Nous conviendrons d'écrire *symboliquement*

$$X = L - A.$$

Nous aurons alors, par définition,

$$A + (L - A) = L.$$

Le symbole —, quoique ayant un sens tout différent de celui qu'il a en arithmétique, pourra être traité d'après les règles de la soustraction arithmétique. D'ailleurs, au cas où les éclairements L, A, sont des éclairements monochromatiques de même couleur, l'éclairement X est aussi un éclairement monochromatique de même couleur, et l'égalité *symbolique* $X = L - A$ peut être remplacée par l'égalité *arithmétique* correspondante entre les intensités de deux éclairements.

Si la lumière L est *blanche*, la lumière $X = L - A$ sera *complémentaire* de la lumière A.

4° *Multiplication symbolique.* — Soit L l'éclairement qui résulte de la coexistence des lumières monochromatiques $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ avec des intensités $I_\alpha, I_\beta, I_\gamma, \ldots$ Soit K un nombre positif quelconque. Soit L' l'éclairement formé par les mêmes lumières monochromatiques prises avec les intensités KI_α, KI_β, $KI_\gamma, \ldots$ Nous conviendrons d'écrire *symboliquement*

$$L' = KL.$$

On aura donc

$$KI_\alpha + KI_\beta + KI_\gamma + \cdots = K(I_\alpha + I_\beta + I_\gamma + \cdots).$$

Ce symbole peut se généraliser. Soient A, B, C,... des éclai-

rements complexes quelconques. On aura :

$$A = I_\alpha + I_\beta + \cdots,$$
$$B = I'_\alpha + I'_\beta + \cdots,$$
$$C = I''_\alpha + I''_\beta + \cdots,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

par conséquent,

$$KA = KI_\alpha + KI_\beta + \cdots,$$
$$KB = KI'_\alpha + KI'_\beta + \cdots,$$
$$KC = KI''_\alpha + KI''_\beta + \cdots,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Donc, d'après la définition précédente,

$$KA + KB + KC + \cdots = K\left[I_\alpha + I_\beta + \cdots + I'_\alpha + I'_\beta + \cdots + I''_\alpha + I''_\beta + \cdots\right]$$
$$= K(A + B + C + \cdots).$$

Si K est un nombre entier, on aura évidemment

$$KL = L + L + L + \cdots + L,$$

le nombre des termes de la somme *symbolique* étant K.

On aura aussi *symboliquement*, cela se voit sans peine,

$$KL \gtreqless L,$$

selon que l'on aura

$$K \gtreqless 1.$$

Si toutes les lumières considérées sont des lumières monochromatiques de même couleur, les égalités *symboliques* que nous venons de considérer peuvent être remplacées par les égalités *arithmétiques* correspondantes entre les intensités de ces lumières.

3° *Intégration symbolique.* — Les lumières monochromatiques ne sont pas en nombre limité; deux lumières monochromatiques, de couleurs très voisines, étant données, nous pouvons en trouver une troisième, de teinte intermédiaire; et

lorsque, en poursuivant ce genre d'opération, nous arrivons à deux teintes que nous ne pouvons plus distinguer, nous concevons que nous sommes arrêtés par l'imperfection de nos sens, et non par la nature des choses ; un œil plus exercé que le nôtre, celui d'un peintre par exemple, pousse plus loin que le nôtre la distinction des nuances; poussant encore plus loin par l'abstraction, nous arrivons à concevoir les nuances monochromatiques comme se succédant d'une manière continue.

On pourra faire correspondre l'ensemble des lumières monochromatiques à l'ensemble des valeurs d'une variable continue ; par exemple, on pourra désigner chacune d'elles par la place qu'elle occupe sur l'échelle d'un spectroscope bien déterminé ; soit λ la variable dont chaque valeur désigne sans ambiguïté une certaine lumière monochromatique.

Prenons un éclairement complexe et essayons de le reproduire par la coexistence d'éclairements monochromatiques. Prenons des valeurs de λ très voisines, séparées par des intervalles égaux ou inégaux. Soient λ une valeur de cette variable, $(\lambda + \Delta\lambda)$ la valeur suivante, etc. Chacune de ces valeurs correspond à une lumière monochromatique. Pour former, au moyen des lumières monochromatiques ainsi choisies, un éclairement aussi voisin que possible de la lumière donnée, nous devrons prendre une intensité $I(\lambda)$ de la lumière monochromatique λ, une intensité $I(\lambda + \Delta\lambda)$ de la lumière monochromatique $(\lambda + \Delta\lambda)$, etc. La teinte obtenue sera représentée *symboliquement* par la somme

$$\Sigma I(\lambda),$$

ou bien encore, en posant

$$\frac{I(\lambda)}{\Delta\lambda} = F(\lambda),$$

par la somme

$$\Sigma F(\lambda)\Delta\lambda.$$

En général, cette lumière ne sera pas identique à la lumière donnée ; pour trouver une lumière qui s'en rapproche davan-

tage, on augmentera le nombre des lumières monochromatiques employées (c'est-à-dire qu'on diminuera les intervalles $\Delta\lambda$) et on prendra chacune de ces lumières avec une intensité moindre (c'est-à-dire qu'on diminuera les quantités $I(\lambda)$). En continuant ainsi, il arrivera un moment où notre œil ne distinguera plus la couleur produite de la couleur donnée. Mais nous imaginerons aisément qu'un œil plus sensible soit plus difficile à contenter, et, par abstraction, nous arriverons à concevoir que, pour reproduire la lumière donnée, on devrait, en toute rigueur, opérer de la manière suivante :

Faire tendre vers zéro tous les intervalles $\Delta\lambda$.

Faire tendre vers zéro toutes les intensités $I(\lambda)$, mais de telle sorte que le rapport $\frac{I(\lambda)}{\Delta\lambda} = F(\lambda)$ tende vers une limite finie $f(\lambda)$.

La somme *symbolique*

$$\Sigma F(\lambda)\Delta\lambda$$

se rapprocherait alors de plus en plus de la lumière donnée, de manière à ne plus s'en distinguer pour un œil, quelque sensible qu'on le suppose. On dit alors que la lumière donnée est la *limite* de la somme *symbolique* $\Sigma F(\lambda)\Delta\lambda$ et on la représente par l'*intégrale symbolique*

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} f(\lambda)\,d\lambda$$

λ_0, λ_1, désignant les deux couleurs monochromatiques extrêmes entre lesquelles sont comprises toutes celles que l'on a employées.

On étendra sans peine aux *intégrales symboliques* les diverses propriétés des *sommes symboliques*.

En particulier, on aura

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} f(\lambda)\,d\lambda + \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} g(\lambda)\,d\lambda = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} [f(\lambda) + g(\lambda)]\,d\lambda.$$

Pour ajouter symboliquement deux intégrales symboliques, on peut ajouter arithmétiquement les quantités sous le signe $\int$.

Si l'on a, quel que soit λ, l'inégalité *arithmétique*

$$f(\lambda) \geqq g(\lambda),$$

on pourra écrire

$$\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} f(\lambda)\, d\lambda - \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} g(\lambda)\, d\lambda = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \left[f(\lambda) - g(\lambda)\right] d\lambda.$$

Pour que l'on puisse retrancher symboliquement deux intégrales symboliques, il faut et il suffit que l'on puisse faire la différence arithmétique des quantités sous le signe $\int$ *; l'opération symbolique se ramène à cette opération arithmétique.*

Si K est un nombre positif, on aura évidemment l'égalité symbolique

$$K \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} f(\lambda)\, d\lambda = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} K f(\lambda)\, d\lambda.$$

Pour multiplier une intégrale symbolique par un nombre, il suffit de multiplier arithmétiquement la quantité sous le signe $\int$ *par ce nombre.*

Ce calcul symbolique des couleurs complexes est d'un grand usage en optique; il importait d'en justifier l'emploi d'une manière entièrement rigoureuse.

CHAPITRE II

Comparaison de la théorie d'Huygens avec l'ancienne optique et avec l'expérience.

A. Comparaison de la théorie d'Huygens avec l'ancienne optique.

La théorie d'Huygens est susceptible de s'accorder en tous points avec l'ancienne optique; cet accord ne peut être établi cependant qu'en fixant certains points laissés jusqu'ici indéterminés en l'une ou en l'autre théorie :

1° L'ancienne optique admet que l'indice de réfraction de la lumière passant d'un milieu x dans un milieu y, n_{xy}, peut s'exprimer sous la forme :

$$n_{xy} = \frac{\Phi_x}{\Phi_y},$$

Φ_x dépendant uniquement de la nature du milieu x et Φ_y de la nature du milieu y.

L'optique d'Huygens ne peut s'accorder avec elle que si l'on a

$$\Phi_x = KV_x, \quad \Phi_y = KV_y,$$

V_x, V_y étant les vitesses de la lumière dans le milieu x et dans le milieu y, et K un coefficient qui est le même pour tous les milieux isotropes. On a alors

$$n_{xy} = \frac{V_x}{V_y},$$

2° L'ancienne optique exige que, en passant d'un milieu donné en un autre milieu donné, chaque couleur monochromatique ait un indice de réfraction différent. L'optique d'Huygens ne peut s'accorder avec cette exigence que si *l'on attribue, dans un même milieu, des vitesses différentes aux différentes lumières monochromatiques.*

B. *Comparaison de la théorie d'Huygens avec l'expérience.*

1° Comme l'ancienne optique, la théorie d'Huygens ne s'accorde avec certains faits d'expérience que si l'on admet la persistance des impressions lumineuses pendant un certain temps.

2° La théorie d'Huygens justifie l'emploi des méthodes de Römer, de Bradley, de Fizeau, de Foucault pour déterminer la vitesse de la lumière dans le vide ou dans l'air ; la concordance de ces diverses méthodes est une confirmation de l'ensemble des hypothèses sur lesquelles repose la théorie d'Huygens. Ces

méthodes déterminent la vitesse de la lumière dans le vide égale, à peu près, à 300 000 kilomètres par seconde.

3° La méthode de Römer démontre, avec une grande précision, que *toutes les couleurs monochromatiques se propagent avec une égale vitesse dans le vide* qui s'étend entre Jupiter et la Terre; sinon, un satellite de Jupiter, au lieu de s'éteindre brusquement, passerait, avant de disparaître, par une série de teintes; après son apparition, il passerait par la série des teintes complémentaires.

4° La théorie d'Huygens démontre que l'eau étant plus réfringente que l'air, la lumière marche plus vite dans l'air que dans l'eau; l'expérience de Foucault lui donne raison sur ce point contre la théorie de Newton.

L'optique d'Huygens, renfermant l'optique ancienne, est donc d'accord avec un nombre immense de faits qu'elle classe et résume en un petit nombre de propositions très générales et très simples.

Malheureusement, parmi les notions essentielles sur lesquelles repose tout cet ensemble théorique, il en est deux qui ont été introduites par une analyse incorrecte des phénomènes lumineux, par des expériences faites sans précision ou généralisées avec trop de hâte. Ce sont :

1° *La notion de rayon lumineux*. — Elle est introduite par cette expérience : Si une source S (fig. 7) brille dans un milieu illimité où se trouve un corps noir C, il n'y a aucune lumière aux points M pour lesquels la droite SM rencontre le corps C entre S et M. Aux points M', pour lesquels la droite SM' ne rencontre pas le corps C entre S et M', il y a même éclairement que si le corps C n'existait pas. Or, une observation attentive montre que cet énoncé est en contradiction avec les faits pour les points qui sont très voisins de la surface du cône d'ombre, à l'intérieur ou à l'extérieur de ce cône. Il est troublé par des phénomènes dits de *diffraction*.

2° *La notion d'intensité lumineuse*. — Elle repose essentiellement sur cette expérience : Si, en un point M, nous faisons tomber deux rayons monochromatiques de même direction

de même couleur, l'éclairement résultant est plus brillant que chacun des éclairements composants ; or, cette proposition, conforme à la plupart des observations grossièrement faites, est contredite par certaines expériences minutieuses sur lesquelles nous aurons occasion de revenir. Ces expériences montrent que, dans certains cas, deux rayons monochromatiques de même direction et de même couleur, tombant au même point, donnent un éclairement résultant moins brillant que chacun des éclairements composants et même, parfois, obscurité complète. Ces phénomènes sont connus sous le nom de *phénomènes d'interférence*.

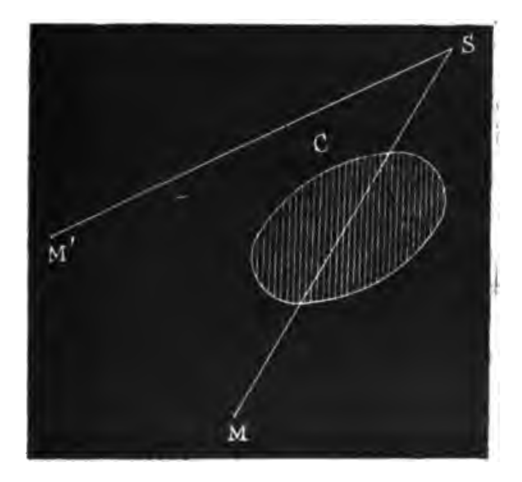


Fig. 7.

Les phénomènes de diffraction et d'interférence, en détruisant le fondement des notions de *rayon lumineux* et d'*intensité lumineuse*, bouleversent tout le système optique édifié par les travaux des anciens, de Descartes, d'Huygens et de Newton. Il nous faut reprendre l'édification de la théorie optique sur nouveaux frais, en évitant de faire appel aux propositions que nous savons contredites par l'expérience. Nous allons, au prochain Chapitre, exposer les fondements d'un nouveau système que nous nommerons l'optique de Young. Ce système redonnera toutes les consé-

quences justifiées de l'optique ancienne et de l'optique Huygens, mais en indiquant en même temps les restrictions auxquelles ces conséquences sont soumises.

CHAPITRE III

L'optique de Young.

A. *L'intensité lumineuse.*

Nous allons reprendre, à partir des fondements, la théorie mathématique de l'optique ; les symboles, numériques ou géométriques, intensités et rayons lumineux, par lesquels nous avions cherché à représenter les propriétés essentielles de la qualité nommée éclairement, ne peuvent être conservés ; les phénomènes dont ils étaient la traduction, bien loin de traduire, comme nous l'avions supposé, des propriétés essentielles de la lumière, sont au contraire des faits mal observés ; une observation plus minutieuse montre que les choses ne se passent pas comme nous l'avions admis.

De l'analyse précédemment faite, nous garderons cependant certains résultats essentiels ; nous regarderons l'éclairement comme une qualité qui affecte chaque point d'un corps éclairé à chaque instant ; nous admettrons que cette qualité n'est pas simple, mais complexe ; qu'elle résulte de la coexistence au même point et au même instant d'une infinité de qualités simples, que nous nommerons *éclairements monochromatiques*, chacun de ces éclairements étant caractérisé par une couleur, et les teintes de toutes ces couleurs se nuançant avec une continuité parfaite.

Là où nous voyons un éclairement monochromatique invariable avec le temps, il se peut fort bien que la qualité lumineuse soit au contraire rapidement variable ; c'est ce qui ressort avec évidence des diverses expériences qui servent à prouver la

persistance des impressions lumineuses. L'éclairement à l'instant t, en un point (x, y, z) d'un milieu, peut donc être tout différent de l'éclairement que nous y percevons au même instant.

Considérons donc cette qualité, conçue par abstraction, que nous nommons *éclairement monochromatique, à l'instant* t, *en un point* (x, y, z) *du milieu;* imaginons que l'on construise une fonction $f(x, y, z, t)$ assujettie seulement aux conditions suivantes :

1° Si le point (x, y, z) n'est pas éclairé à l'instant t, cette fonction est égale à 0; sinon elle est positive.

2° Si l'éclairement est le même au point (x, y, z) à l'instant t, et au point (x', y', z') à l'instant t', on a

$$f(x, y, z, t) = f(x', y', z', t').$$

3° Si l'éclairement est plus brillant au point (x, y, z) à l'instant t qu'au point (x', y', z') à l'instant t', on a

$$f(x, y, z, t) > f(x', y', z', t').$$

4° Si l'éclairement croît ou décroît graduellement d'un point à l'autre ou d'un instant à l'autre, la fonction $f(x, y, z, t)$ varie d'une manière continue.

Une telle fonction constituera une échelle permettant de repérer les diverses intensités de la qualité nommée éclairement. Il reste évidemment, dans le choix d'une telle fonction, une extrême indétermination.

Considérons maintenant un point M du fond de l'œil, à un certain instant t; soit Θ la durée de persistance des impressions lumineuses. La perception que nous rapportons au point M à l'instant t dépend de tous les éclairements en ce point entre les instants $(t - \Theta)$ et t; elle doit donc être déterminée si l'on connaît la valeur de $f(M, \tau)$ pour toutes les valeurs de τ comprises entre $(t - \Theta)$ et t.

Proposons-nous de trouver une grandeur variable $F(M, t)$ susceptible de former une échelle propre à repérer l'intensité

plus ou moins grande de la perception que nous rapportons à l'instant t au point M du fond de l'œil. Une telle fonction sera assujettie aux conditions suivantes :

1° Si, à l'instant t, aucune perception lumineuse ne provient du même point M, cette fonction est nulle; dans tout autre cas, elle est positive ;

2° Si, à deux instants t et t' différents, la perception lumineuse qui provient du point M a la même vivacité, on a

$$F(M, t) = F(M, t');$$

3° Si, à l'instant t, la perception lumineuse qui provient du point M est plus vive qu'à l'instant t', on a

$$F(M, t) > F(M, t');$$

4° Si la perception lumineuse varie graduellement d'un instant à l'autre, la fonction $F(M, t)$ varie d'une manière continue avec t.

A) La fonction $F(M, t)$ devra dépendre de toutes les valeurs que $f(M, \tau)$ prend aux instants τ compris entre $(t - \Theta)$ et t;

B) Si l'on fait croître certains des éclairements qui ont frappé le point M du fond de l'œil à certains instants compris entre $(t - \Theta)$ et t, la fonction $F(M, t)$ doit augmenter;

C) Un même accroissement donné à l'éclairement $f(M, \tau)$ doit faire croître d'autant moins la fonction $F(M, t)$ que τ est plus près de $(t - \Theta)$.

On satisfera aux conditions A, B, C, si l'on pose

$$(1) \quad . \; . \; . \; F(M, t) = \frac{1}{\Theta} \int_{t-\Theta}^{t} K(\tau - t + \Theta) f(M, \tau) \, d\tau,$$

K (ζ) étant une fonction toujours positive, variable d'un œil à l'autre et d'un point à l'autre du fond de l'œil, fonction qui est égale à 0 pour toute valeur négative de ζ, et qui croît sans cesse lorsque ζ croît de 0 à Θ.

NOUS ADMETTRONS *que l'on peut disposer de l'indétermination laissée aux fonctions* F *et* f *de telle sorte que la fonction* F(M, t), *formée par la formule* (1), *vérifie aussi les conditions indiquées* 1°, 2°, 3°, 4°.

Il est, d'ailleurs, évident que, même après l'établissement de cette relation (1), toute indétermination n'a pas disparu dans le choix des fonctions f et F. On pourrait, sans violer aucune des conditions qui leur sont imposées, les multiplier toutes par un même facteur positif et constant.

NOUS ADMETTRONS qu'un éclairement qui a frappé le fond de l'œil à l'instant τ pendant un temps très court $\Delta\tau$ produit une perception dont la vivacité demeure à peu près invariable jusqu'à un instant $(\tau + \Theta - Z)$, très voisin de $(\tau + \Theta)$; puis que cette perception décroît très rapidement de l'instant $(\tau + \Theta - Z)$ à l'instant $(\tau + \Theta)$. Cela revient à supposer que la fonction $K(\zeta)$ croît très rapidement lorsque ζ varie depuis 0 jusqu'à une valeur très petite Z ; puis que, pour les valeurs de ζ comprises entre Z et Θ, elle diffère très peu d'une valeur χ qui est indépendante de ζ. La courbe $y = K(\zeta)$ aura donc une forme analogue à celle que représente la figure 8.

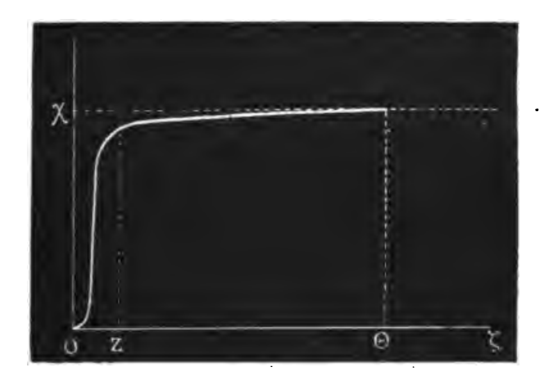


Fig. 8.

Cela posé, considérons l'égalité (1).

Nous pourrions l'écrire de la manière suivante :

$$(2) \quad . \quad . \left\{ \begin{aligned} F(M,t) = & \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t-\Theta+Z} [K(\tau - t + \Theta) - \chi] f(M,\tau)\, d\tau \\ & + \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta+Z}^{t} [K(\tau - t + \Theta) - \chi] f(M,\tau)\, d\tau \\ & + \frac{\chi}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f(M,\tau)\, d\tau \end{aligned} \right.$$

Au second membre de l'égalité (2), le premier terme est fort petit, car les deux limites de l'intégration $(t-\Theta)$ et $(t-\Theta+Z)$ sont très voisines; le second terme est fort petit, car, lorsque τ varie de $(t-\Theta+Z)$ à t, $(\tau - t + \Theta)$ varie de Z à Θ, en sorte que $K(\tau - t + \Theta)$ diffère très peu de χ. L'égalité (2) se réduit donc *sensiblement* à

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F(M,t) = \frac{\chi}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f(M,\tau)\, d\tau.$$

Ainsi la fonction $F(M, t)$, dont la grandeur repère le degré de vivacité de la perception lumineuse que nous recevons à l'instant t par le point M du fond de l'œil, s'obtient en multipliant la quantité

$$J(M,t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f(M,\tau)\, d\tau$$

par un facteur χ caractéristique de l'œil considéré et du point M du fond de cet œil qui est affecté.

Voilà pourquoi l'on dit *qu'en un point* (x, y, z) *d'un milieu, il*

y a, à l'instant t, *une* INTENSITÉ LUMINEUSE

$$(4) \quad \ldots \quad J(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f(x, y, z, \tau)\, d\tau.$$

Si la quantité $J(x, y, z, t)$ est sensiblement indépendante de t, on dit que l'éclairement au point (x, y, z) *est fixe ;* l'éclairement peut donc être fixe, bien que la fonction $f(x, y, z, \tau)$ ne soit pas indépendante de τ.

B. *La fonction d'éclairement.*

Imaginons une première source de lumière S_1 ; elle engendrerait à chaque instant t, au point (x, y, z), un éclairement représenté par la fonction $f_1(x, y, z, t)$.

Supposons de même une deuxième source de lumière S_2 ; si elle brillait seule, elle engendrerait à chaque instant t, au point (x, y, z), un éclairement représenté par la fonction $f_2(x, y, z, t)$.

Si ces deux sources brillent simultanément, elles engendrent au point (x, y, z), à l'instant t, un éclairement représenté par la fonction $f_3(x, y, z, t)$.

Peut-on, de la connaissance de deux fonctions $f_1(x, y, z, t)$, $f_2(x, y, z, t)$, déduire la connaissance de la fonction $f_3(x, y, z, t)$?

La première idée qui se présente consiste à supposer que l'on peut prendre

$$f_3(x, y, z, t) = f_1(x, y, z, t) + f_2(x, y, z, t).$$

Mais cette hypothèse est inadmissible.

En effet, les deux fonctions f_1 et f_2 ne pouvant être négatives, on aurait constamment :

$$(5) \quad \ldots \quad \begin{cases} f_3(x, y, z, t) \geq f_1(x, y, z, t), \\ f_3(x, y, z, t) \geq f_2(x, y, z, t). \end{cases}$$

Soient $J_1(x, y, z, t)$, $J_2(x, y, z, t)$, $J_3(x, y, z, t)$, les intensités

lumineuses engendrées au point (x, y, z) et à l'instant t, par les sources S_1, S_2, brillant séparément ou ensemble; on aura

$$J_1(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f_1(x, y, z, t)\,d\tau,$$

$$J_2(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} f_2(x, y, z, \tau)\,d\tau,$$

$$J_3(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{-\Theta}^{t} f_3(x, y, z, \tau)\,d\tau.$$

Les inégalités (5) donnent donc :

$$J_3(x, y, z, t) \geqq J_1(x, y, z, t),$$
$$J_3(x, y, z, t) \geqq J_2(x, y, z, t).$$

Ces inégalités sont inadmissibles. Les expériences de Young montrent, en effet, qu'en faisant briller simultanément deux sources, on peut, dans certains cas, obtenir, en certains points, une intensité lumineuse moindre que celle que fournirait chacune des deux sources brillant isolément.

Nous ne pouvons donc admettre l'hypothèse indiquée.

Essayons de lui substituer une autre hypothèse peu différente.

Admettons que la qualité lumineuse possédée par le point (x, y, z) à l'instant t, puisse présenter non seulement une force plus ou moins grande, mais encore, puisse offrir successivement deux modes, distincts l'un de l'autre, de telle sorte que nous puissions représenter à la fois le degré et le mode de cette qualité par un nombre affecté de signe; l'éclairement au point (x, y, z), à l'instant t, sera alors représenté par la fonction *positive* ou *négative* $\varphi(x, y, z, t)$, que nous nommerons *fonction d'éclairement*. La fonction désignée par $f(x, y, z, t)$ devant toujours être positive, nous supposerons que l'on puisse prendre

pour cette dernière fonction le carré de la fonction d'éclairement. Nous aurons donc

$$(6) \quad . \quad . \quad . \quad f(x, y, z, t) = [\varphi(x, y, z, t)]^2$$

et

$$(7) \quad . \quad . \quad . \quad J(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} [\varphi(x, y, z, \tau)]^2 d\tau.$$

Soient S_1, S_2, deux sources; soient $\varphi_1(x, y, z, t)$, $\varphi_2(x, y, z, t)$ les fonctions d'éclairement qu'elles engendreraient séparément au point (x, y, z) et à l'instant t; brillant ensemble, elles engendrent au même point et au même instant une fonction d'éclairement $\varphi_3(x, y, z, t)$. *Nous* ADMETTRONS *que l'on a,* ALGÉBRIQUEMENT,

$$(8) \quad . \quad . \quad . \quad \varphi_3(x, y, z, t) = \varphi_1(x, y, z, t) + \varphi_2(x, y, z, t).$$

Nous avons maintenant posé les PREMIÈRES HYPOTHÈSES DE L'OPTIQUE DE YOUNG. Résumons ces hypothèses :

1° *Si un milieu est éclairé par de la lumière monochromatique, on peut, à tout point* (x, y, z) *de ce milieu et à tout instant* t, *faire correspondre une fonction d'éclairement* $\varphi(x, y, z, t)$, *variable de signe;*

2° *Si des sources* S_1, S_2,... *brillent simultanément dans le milieu, elles engendrent au point* (x, y, z), *à l'instant* t, *une fonction d'éclairement*

$$\Phi(x, y, z, t) = \varphi_1(x, y, z, t) + \varphi_2(x, y, z, t) + \cdots$$

$\varphi_1(x, y, z, t)$, $\varphi_2(x, y, z, t)$,... *étant les fonctions d'éclairement que les sources* S_1, S_2,... *engendreraient isolément au point* (x, y, z) *à l'instant* t;

3° *L'intensité lumineuse au point* (x, y, z) *à l'instant* t *est liée à la fonction d'éclairement au même point par la formule*

$$J(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} [\varphi(x, y, z, \tau)]^2 d\tau;$$

4° Si à des instants différents, t *et* t', *un même point* M *du même œil correspond à des intensités lumineuses égales, l'être auquel appartient cet œil perçoit des perceptions lumineuses identiques provenant de ce point ;*

5° Si à l'instant t, *un même point* M *du même œil reçoit une intensité lumineuse plus grande qu'à l'instant* t', *il en résultera, pour l'être auquel appartient cet œil, une perception lumineuse plus vive à l'instant* t *qu'à l'instant* t'.

Les propositions 1°, 2°, 3° peuvent être regardées comme de simples définitions arbitraires ; c'est seulement par les propositions 4° et 5° qu'elles pourraient devenir incompatibles avec l'expérience ; c'est donc seulement par ces dernières qu'elles prennent le caractère d'hypothèses physiques.

C. Des lumières complexes.

Nous avons supposé jusqu'ici que les sources de lumière employées produisaient dans le milieu un éclairement monochromatique partout de même couleur. S'il n'en est pas ainsi, nous admettrons que l'on peut regarder chaque source comme un ensemble de sources monochromatiques ; traiter l'éclairement produit par chaque source monochromatique composante comme si cette source existait seule ; enfin, ayant calculé l'intensité $J(x, y, z, t)$ de chaque lumière monochromatique au point (x, y, z) et à l'instant t, composer entre elles toutes ces lumières suivant les lois empiriques du mélange des couleurs.

Pour représenter le résultat de cette superposition, rien n'empêche de faire usage des notations symboliques étudiées ci-dessus (chapitre I, E).

D. De la vitesse de la lumière.

Si l'on a pu établir que la lumière se propage dans un milieu homogène avec une certaine vitesse et si l'on a pu déterminer la grandeur prise par cette vitesse dans le vide ou dans l'air, c'est en faisant usage des principes de l'ancienne optique. Puisque

nous avons été amenés à rejeter ces principes, il semble que nous ne puissions, sans cercle vicieux, invoquer, ni l'existence, ni l'évaluation de la vitesse de la lumière dont nous leur sommes redevables.

En réalité, on serait mal fondé à nous reprocher ce cercle vicieux.

Les principes de l'ancienne optique ne peuvent être acceptés comme une théorie pleinement satisfaisante des effets de la lumière ; certaines expériences les démentent; mais il est incontestable qu'un très grand nombre des conséquences que l'on en déduit se trouvent conformes à l'observation, en sorte que l'emploi de ces principes est légitime dans des cas fort étendus; d'autre part, il n'est pas douteux que les expériences faites pour démontrer et mesurer la vitesse de la lumière ne se trouvent précisément dans ces cas; en sorte que les résultats déduits de ces expériences peuvent être regardés comme des vérités de fait; nous admettrons donc ces résultats, que nous allons rappeler.

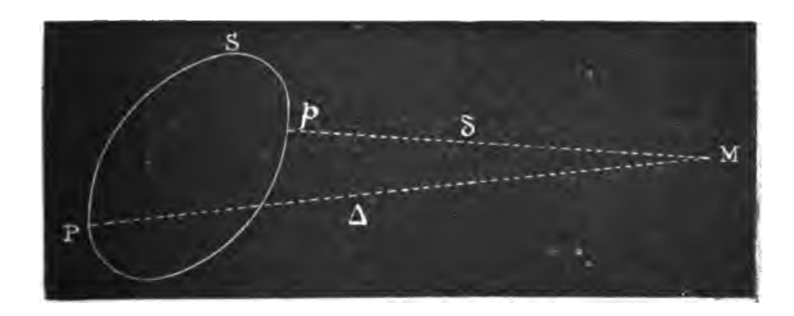


Fig. 10.

Dans un milieu homogène, isotrope illimité, prenons un espace clos S (fig. 10). Supposons que, jusqu'à l'instant t, tous les points du milieu soient obscurs; que, de l'instant t à l'instant t', tous les points de l'espace S, ou certains d'entre eux, deviennent sources de lumière; enfin, qu'après l'instant t', tous les points de l'espace S cessent d'être lumineux.

Soit M un point du milieu; soient $Mp = \delta$ et $MP = \Delta$ les

distances minima et maxima de ce point à la surface qui limite l'espace S.

Au point M, il n'y a aucun éclairement avant l'instant $\left(t + \frac{\delta}{V}\right)$; il n'y a aucun éclairement après l'instant $\left(t' + \frac{\Delta}{V}\right)$; il ne peut y avoir éclairement que dans l'intervalle de temps compris entre ces deux instants.

V est une quantité qui a une valeur donnée pour un milieu donné et une lumière monochromatique; c'est la vitesse de cette lumière dans ce milieu.

Elle peut varier, dans un même milieu, d'une lumière monochromatique à une autre et, pour une même lumière monochromatique, d'un milieu à un autre.

Dans le vide, elle a la même valeur pour toutes les lumières monochromatiques.

Dans l'air, elle a sensiblement la même valeur que dans le vide.

Cette valeur est voisine de 300 000 kilomètres par seconde.

E. *Équation aux dérivées partielles à laquelle satisfait la fonction* $\varphi(x, y, z, t)$.

Ce que nous venons de dire peut s'énoncer encore de la manière suivante :

Supposons que la fonction $\varphi(x, y, z, t)$ soit nulle dans tout le milieu jusqu'à l'instant t; que, dans l'espace S, elle soit, en général, différente de 0 depuis l'instant t jusqu'à l'instant t'; enfin que, dans l'espace S, elle soit égale à 0 à tout instant postérieur à t'. Au point M (x, y, z), elle sera égale à 0, sauf de l'instant $\left(t + \frac{\delta}{V}\right)$ à l'instant $\left(t + \frac{\Delta}{V}\right)$.

On démontre que, pour que la fonction $\varphi(x, y, z, t)$ possède une telle propriété, *il suffit* qu'elle soit assujettie aux conditions suivantes :

1° *La fonction* $\varphi(x, y, z, t)$ *est uniforme, finie et continue, ainsi que les dérivées partielles du premier ordre* $\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}, \frac{\partial\varphi}{\partial t}$.

2° *Les dérivées partielles du second ordre* $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}, \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}, \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}, \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$

existent, sont finies, et vérifient l'équation

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad V^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)=\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}.$$

Il importe de s'assurer que l'hypothèse que nous venons de faire n'est pas en contradiction avec les hypothèses faites précédemment au sujet de la fonction d'éclairement.

Si $\varphi_1(x, y, z, t)$ est la fonction d'éclairement qu'engendrerait seule une première source S_1; si $\varphi_2(x, y, z, t)$ est la fonction d'éclairement qu'engendrerait seule une deuxième source S_2; l'ensemble des deux sources S_1, S_2, engendrerait la fonction d'éclairement $[\varphi_1(x, y, z, t)+\varphi_2(x, y, z, t)]$.

Si donc les deux fonctions φ_1, φ_2, vérifient l'équation aux dérivées partielles (9), il faut que leur somme la vérifie également.

Cette condition est évidemment remplie.

Nous ADMETTRONS *que la fonction φ vérifie ces conditions.*

REMARQUE. — Lorsqu'un petit mouvement non tourbillonnaire se produit dans un fluide dénué de frottement, le potentiel des vitesses en un point, les trois composantes de la vitesse, la condensation, sont cinq fonctions d'x, y, z, t, qui vérifient l'équation (9).

De là le nom d'*équation aux dérivées partielles des petits mouvements* donnée à l'équation (9). On voit clairement par ce qui précède que l'emploi de cette équation en optique ne suppose nullement que la lumière soit l'effet d'un certain petit mouvement, bien qu'historiquement ce soit une hypothèse de ce genre qui a introduit la considération de l'équation (9) dans la théorie de la lumière.

F. Ondes planes. — Ondes sphériques.

Supposons que la fonction $\varphi(x, y, z, t)$ ait la même valeur au même instant en tous les points d'un plan quelconque perpendiculaire à l'axe des z; cette fonction dépendra alors des deux seules variables z et t.

L'on aura

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0,$$

en sorte que l'équation (9) se réduira à l'équation

$$(10) \quad \ldots\ldots\ldots \quad V^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2},$$

dite *équation de d'Alembert,* ou encore *équation des cordes vibrantes.*

L'intégrale générale de cette équation est

$$(11) \quad \ldots \quad \varphi(z, t) = F(z - Vt) + G(z + Vt),$$

F et G désignant deux fonctions continues quelconques.

Considérons une première source de lumière qui, brillant seule, engendrerait dans le milieu la fonction d'éclairement

$$(12) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \varphi_1(z, t) = F(z - Vt);$$

puis une seconde source qui, brillant seule, engendrerait dans le milieu la fonction d'éclairement

$$(13) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \varphi_2(z, t) = G(z + Vt).$$

Si ces deux sources brillent simultanément, elles engendrent dans le milieu une fonction d'éclairement que nous savons avoir pour valeur $\varphi_1(z, t) + \varphi_2(z, t)$, c'est-à-dire $\varphi(z, t)$. Donc l'éclairement que nous considérons peut être censé produit par l'action simultanée de ces deux sources.

On dit que la première source, celle à laquelle convient l'équation (12), propage des *ondes planes, perpendiculaires à l'axe* OZ, *dont le sens de propagation est* OZ. On dit, de même, que la seconde, celle à laquelle convient l'équation (13), propage des *ondes planes, perpendiculaires à l'axe* OZ, *dont le sens de propagation est* ZO.

Considérons maintenant le cas où l'éclairement est le même, au même instant t, en tous les points d'une sphère ayant pour

centre le point S (x_0, y_0, z_0). La fonction d'éclairement dépendra uniquement de t et de la distance r du point M (x, y, z) au point S (x_0, y_0, z_0). Nous aurons

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial^2 r}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{\partial^2 r}{\partial z^2}.$$

D'autre part, l'égalité

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$

nous donne successivement les égalités

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x - x_0}{r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y - y_0}{r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z - z_0}{r},$$

d'où nous déduisons

$$\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 = 1,$$

et les égalités

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{1}{r} - \frac{(x - x_0)^2}{r^3},$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = \frac{1}{r} - \frac{(y - y_0)^2}{r^3},$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{1}{r} - \frac{(z - z_0)^2}{r^3},$$

d'où nous déduisons

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 r}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 r}{\partial z^2}=\frac{2}{r}.$$

Moyennant ces diverses égalités, l'égalité (9) devient

$$(14) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}=\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

Cette équation est connue sous le nom d'*équation d'Euler*. Elle a pour intégrale générale

$$(15) \quad \ldots\ldots \quad \varphi(r,t)=\frac{F(r-Vt)+G(r+Vt)}{r},$$

F et G étant deux fonctions arbitraires.

Considérons une première source de lumière S_1 qui, placée au point S, engendrerait seule la fonction d'éclairement

$$(16) \quad \ldots\ldots \quad \varphi_1(r,t)=\frac{F(r-Vt)}{r},$$

puis une seconde source de lumière S_2 qui, placée au même point S, engendrerait seule la fonction d'éclairement

$$(17) \quad \ldots\ldots \quad \varphi_2(r,t)=\frac{G(r+Vt)}{r}.$$

Si ces deux sources de lumière brillaient simultanément au point S, elles engendreraient dans le milieu une fonction d'éclairement que nous savons devoir être égale à $[\varphi_1(r,t)+\varphi_2(r,t)]$, c'est-à-dire précisément à la fonction $\varphi(r,t)$ que nous étudions.

A la source S_1, à laquelle convient la fonction d'éclairement $\varphi_1(r,t)$, définie par la formule (16), nous réserverons le nom de *point lumineux*; nous dirons que la formule (16) représente un *éclairement se propageant par ondes sphériques à partir du point* S.

A la source S_2, à laquelle convient la fonction d'éclairement

$\varphi_2(r, t)$, définie par la formule (17), nous réservons le nom de *foyer*; nous dirons que la formule (17) représente un *éclairement se propageant par ondes sphériques qui convergent au point* S.

G. *Forme de la fonction d'éclairement qui convient à un éclairement constant.*

L'analogie avec l'acoustique suggère à l'optique une nouvelle hypothèse.

En acoustique, on attribue un son fixe, simple, d'une hauteur donnée, à une vibration pendulaire de période donnée. En optique, NOUS SUPPOSERONS de même *qu'un éclairement monochromatique constant correspond à une fonction d'éclairement de la forme*

$$(18) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \varphi(x, y, z, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha\right),$$

A *et* φ *étant deux fonctions d'*x, y, z.

La *période* T caractérise la couleur; *elle est absolument invariable pour une lumière monochromatique donnée.*

Pour que cette hypothèse soit compatible avec la notion d'éclairement constant, il faut qu'elle donne à la quantité

$$J(x, y, z, t) = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\Theta}^{t} [\varphi(x, y, z, \tau)]^2 d\tau,$$

une valeur sensiblement indépendante de t. Cela n'aurait certainement pas lieu si la période T avait une durée comparable à Θ. Nous sommes donc amenés à compléter l'hypothèse précédente de la manière que voici :

La période T *est extrêmement petite par rapport à la durée* Θ *de la persistance des impressions lumineuses.*

Nous allons voir que, moyennant cette addition, l'hypothèse faite donne pour l'intensité $J(x, y, z, t)$ une valeur sensiblement indépendante de t.

Nous pouvons écrire, en effet,

$$(19) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \Theta = NT + \mathfrak{T},$$

$\mathfrak{T}$ étant un temps inférieur à T, partant très petit, et N un nombre très grand.

Nous pourrons alors écrire :

$$(20) \quad \int_{t-\Theta}^{t} \varphi^2 d\tau = \int_{t-\Theta}^{t-\Theta+T} \varphi^2 d\tau + \int_{t-\Theta+T}^{t-\Theta+2T} \varphi^2 d\tau + \cdots + \int_{t-\Theta+(N-1)T}^{t-\Theta+NT} \varphi^2 d\tau + \int_{t-\Theta+NT}^{t} \varphi^2 d\tau.$$

Mais on a

$$\int_{t-\Theta}^{t-\Theta+T} \varphi^2 d\tau = \int_{t-\Theta+T}^{t-\Theta+2T} \varphi^2 d\tau = \cdots = \int_{t-\Theta+(N-1)T}^{t-\Theta+NT} \varphi^2 d\tau$$

$$= A^2 \int_{\xi}^{\xi+T} \sin^2 2\pi \left(\frac{\tau}{T} - \alpha\right) d\tau = A^2 T.$$

L'égalité (20) devient donc :

$$(21) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \int_{t-\Theta}^{t} \varphi^2 d\tau = NA^2 T + \int_{t-\Theta+NT}^{t} \varphi^2 d\tau.$$

En vertu des égalités (19) et (21), on a

$$J(x, y, z, t) = \left(1 - \frac{\mathfrak{T}}{\Theta}\right) A^2 + \frac{1}{\Theta} \int_{t-\mathfrak{T}}^{t} \varphi^2 d\tau.$$

Si l'on observe maintenant que $\mathfrak{T}$ est très petit par rapport à Θ, on trouve *sensiblement*

$$(22) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad J(x, y, z, t) = A^2.$$

L'intensité lumineuse au point (x, y, z), *sensiblement indépen-*

dante de t, est sensiblement égale au carré de l'*AMPLITUDE *A en ce point.

Quelques conséquences du théorème précédent.

Considérons, en premier lieu, un éclairement formé d'ondes planes se propageant suivant OZ. Nous devons avoir, d'après l'égalité (12),

$$\varphi = F(z - Vt),$$

et, d'après l'égalité (18),

$$\varphi = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha\right),$$

A et α étant des quantités indépendantes de $\mathfrak{T}$. On en conclut sans peine que l'on doit avoir :

$$(23) \quad \ldots\ldots \quad \varphi = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z + \delta}{VT}\right),$$

A et δ étant deux constantes.

On voit alors que l'on a

$$J(x, y, z, t) = A^2.$$

L'intensité lumineuse est la même en tous les points du milieu.

Ce fait que des plans parallèles sont tous éclairés avec la même intensité peut être considéré comme le fait qui caractérise et définit un ***milieu parfaitement transparent.*** On voit donc que ***les hypothèses développées jusqu'ici ne sont acceptables que pour les milieux parfaitement transparents.***

Considérons maintenant un ***point lumineux.***

Nous devons avoir, d'après l'égalité (16),

$$\varphi = \frac{F(r - Vt)}{r},$$

et, d'après l'égalité (18),

$$\varphi = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha\right),$$

A et α étant des fonctions de r. On en conclut que l'on a nécessairement

$$(24) \quad \ldots\ldots \quad \varphi = \frac{\mathcal{A}}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r+\delta}{VT} \right).$$

On voit alors que l'on a

$$J(x, y, z, t) = \frac{\mathcal{A}^2}{r^2}.$$

L'intensité lumineuse est en raison inverse du carré de la distance au point lumineux.

Revenons au cas général.

Au lieu d'écrire la fonction d'éclairement sous la forme

$$\varphi(x, y, z, t) = A(x, y, z) \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \alpha(x, y, z) \right],$$

on peut écrire :

$$(25) \quad \ldots \quad \varphi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi(x, y, z) \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

avec

$$(26) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tang} 2\pi\alpha = \frac{\chi}{\psi},$$

$$(27) \quad \ldots\ldots\ldots \quad A^2 = \psi^2 + \chi^2.$$

L'égalité (25) nous donnera

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left[\psi \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi \cos 2\pi \frac{t}{T} \right].$$

Posons

(28) . . . . $K^2 = \left(\frac{2\pi}{VT}\right)^2,$

et l'équation (9) deviendra, en vertu des égalités précédentes,

$$\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + K^2\psi\right] \sin 2\pi\frac{t}{T}$$
$$+ \left[\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\chi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\chi}{\partial z^2} + K^2\chi\right] \cos 2\pi\frac{t}{T} = 0.$$

Cette égalité doit avoir lieu quel que soit t, ce qui exige que l'on ait séparément

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + K^2\psi = 0,$$

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\chi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\chi}{\partial z^2} + K^2\chi = 0.$$

Ainsi *les deux fonctions* ψ (x, y, z), χ (x, y, z), *qui figurent dans l'expression* (25) *de la fonction d'un éclairement constant, vérifient toutes deux l'équation aux dérivées partielles :*

(29) . . . . $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + K^2\Psi = 0,$

K^2 *ayant la valeur donnée par l'égalité* (28).

Cette équation peut servir à l'étude des éclairements constants.

L'égalité (27) nous montre que *si la fonction d'éclairement est mise sous la forme* (25), *l'intensité a pour valeur*

(30) . . . . . $J(x, y, z, t) = \psi^2 + \chi^2.$

II. Dénominations diverses. — Règle de Fresnel.

Prenons la fonction d'éclairement sous la forme

$$(18) \quad \ldots \quad \varphi(x, y, z, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha\right),$$

A et α étant deux fonctions de x, y, z.

Nous avons déjà vu que la fonction $A(x, y, z)$, dont le carré représente, au point (x, y, z), l'intensité de l'éclairement invariable, avait été nommée l'*amplitude* au point (x, y, z).

La fonction $\alpha(x, y, z)$ se nomme la *phase* au même point.

On pose souvent :

$$\alpha(x, y, z) = \delta(x, y, z) VT.$$

Le produit

$$(31) \quad \ldots \ldots \quad \lambda = VT,$$

qui dépend de la lumière monochromatique et du milieu que l'on considère, se nomme *longueur d'onde* de la lumière considérée dans le milieu considéré. $\delta(x, y, z)$ se nomme le *retard* au point (x, y, z).

On a alors

$$(18^{bis}) \quad \ldots \quad \varphi(x, y, z, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Lorsque, au lieu d'écrire la fonction d'éclairement sous la forme (18), on l'écrit sous la forme (25) :

$$\varphi = \psi \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

on peut dire qu'on la regarde comme la résultante de deux fonctions d'éclairement, l'une

$$\varphi' = \psi \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

ayant pour phase 0; l'autre

$$\varphi'' = \chi \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

ayant pour phase $-\frac{1}{4}$.

Ce mode de décomposition permet de *composer aisément entre elles un nombre de fonctions d'éclairement correspondant à une même lumière monochromatique.*

Soient

$$\varphi_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha_1\right),$$

$$\varphi_2 = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha_2\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n = A_n \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \alpha_n\right),$$

ces fonctions données par leurs amplitudes $A_1, A_2, \ldots A_n$, et leurs phases $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$.

L'éclairement résultant a pour fonction

$$\Phi = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_n.$$

Il s'agit de mettre Φ sous la forme

$$\Phi = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \beta\right),$$

c'est-à-dire de trouver l'amplitude B et la phase β.

On aura :

$$\varphi_1 = \psi_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi_1 \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\varphi_2 = \psi_2 \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi_2 \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n = \psi_n \sin 2\pi \frac{t}{T} + \chi_n \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

avec

$$\left\{\begin{array}{ll} \psi_1 = A_1 \cos 2\pi\alpha_1, & \chi_1 = - A_1 \sin 2\pi\alpha_1, \\ \psi_2 = A_2 \cos 2\pi\alpha_2, & \chi_2 = - A_2 \sin 2\pi\alpha_2, \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \psi_n = A_n \cos 2\pi\alpha_n, & \chi_n = - A_n \sin 2\pi\alpha_n, \end{array}\right.$$

On aura donc

$$\Phi = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_n = (\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n) \sin 2\pi \frac{t}{T}$$
$$+ (\chi_1 + \chi_2 + \cdots + \chi_n) \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

D'autre part, on doit avoir

$$\Phi = B \cos 2\pi\beta \sin 2\pi \frac{t}{T} - B \sin 2\pi\beta \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En identifiant ces deux expressions de Φ, on trouve :

$$B \cos 2\pi\beta = \psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n,$$
$$- B \sin 2\pi\beta = \chi_1 + \chi_2 + \cdots + \chi_n,$$

ou bien

$$(32) \quad \left\{\begin{array}{l} B \cos 2\pi\beta = A_1 \cos 2\pi\alpha_1 + A_2 \cos 2\pi\alpha_2 + \cdots + A_n \cos 2\pi\alpha_n, \\ B \sin 2\pi\beta = A_1 \sin 2\pi\alpha_1 + A_2 \sin 2\pi\alpha_2 + \cdots + A_n \sin 2\pi\alpha_n. \end{array}\right.$$

Ces égalités font connaître B et β. Elles sont susceptibles d'une interprétation géométrique très simple.

Soit Ox un axe (fig. 11). Par l'origine O menons une demi-droite faisant avec Ox un angle $xOV_1 = 2\pi\alpha_1$, et, sur cette demi-droite, portons un segment OV_1 égal en grandeur et en signe à A_1.

A partir du point V_1, menons une demi-droite faisant avec Ox un angle égal à $2\pi\alpha_2$ et, sur cette demi-droite, portons un segment V_1V_2, égal en grandeur et en signe à A_2.

Continuons de la sorte, et joignons l'origine O au dernier point obtenu V_n. Les égalités (32) signifient que l'angle xOV_n est égal à $2\pi\beta$ et que la longueur OV_n est égale à B.

C'est la célèbre *règle de Fresnel.*

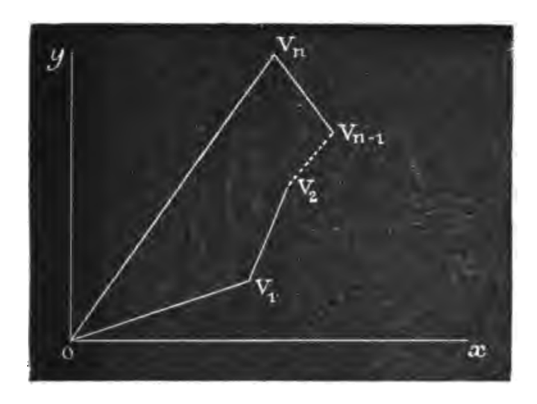


Fig. 11.

Cette règle nous montre que la superposition d'un certain nombre d'éclairements monochromatiques en un point peut fort bien donner en ce point un éclairement nul. Il faut et il suffit pour cela que les segments OV_1, $V_1V_2, \dots, V_{n-1}V_n$ forment un contour fermé, ou, en d'autres termes, que l'extrémité du dernier segment, V_n, coïncide avec le point O.

Occupons-nous, en particulier, de la composition de deux éclairements fixes :

$$\varphi_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta_1}{\lambda}\right),$$

$$\varphi_2 = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta_2}{\lambda}\right).$$

Nous pouvons écrire

$$\varphi_1 = A_1 \cos \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T} - A_1 \sin \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\varphi_2 = A_2 \cos \frac{2\pi\delta_2}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T} - A_2 \sin \frac{2\pi\delta_2}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

et, par conséquent,

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \left(A_1 \cos \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} + A_2 \cos \frac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right) \sin 2\pi \frac{t}{T}$$
$$- \left(A_1 \sin \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} + A_2 \sin \frac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right) \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

L'intensité résultante aura pour valeur, d'après l'égalité (30),

$$J = \left(A_1 \cos \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} + A_2 \cos \frac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right)^2$$
$$+ \left(A_1 \sin \frac{2\pi\delta_1}{\lambda} + A_2 \sin \frac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right)^2,$$

ou bien

(33) . . . $$J = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi(\delta_1 - \delta_2)}{\lambda}.$$

L'intensité résultante n'est donc pas, en général, la somme $(A_1^2 + A_2^2)$ des intensités composantes; cette égalité

(34) . . . . $$J = A_1^2 + A_2^2$$

n'a lieu que dans le cas particulier où l'on a

$$\cos \frac{2\pi(\delta_1 - \delta_2)}{\lambda} = 0$$

ou

(34bis) . . . $$\delta_1 - \delta_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$$
(k = nombre entier positif, négatif ou nul).

Dans le cas particulier où

(35bis) . . $$\delta_1 - \delta_2 = 2k\frac{\lambda}{2}$$
(k = nombre entier positif, nul ou négatif),

on a

$$(35) \quad \ldots\ldots\ldots \quad J = (A_1 + A_2)^2,$$

L'intensité résultante est alors plus grande que la somme des intensités composantes, si on a eu soin de disposer de la phase de φ_1 et de φ_2 de manière que A_1 et A_2 soient positifs.

Dans le cas particulier où

$$(36^{bis}) \quad \ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_1 - \delta_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \\ (k = \text{nombre entier positif, nul ou négatif}), \end{array} \right.$$

on a

$$(36) \quad \ldots\ldots\ldots \quad J = (A_1 - A_2)^2.$$

L'intensité résultante est alors moindre que la somme des intensités composantes, si on a eu soin de disposer des phases de φ_1 et de φ_2 de manière que A_1, A_2 soient positifs.

Si, en outre, on a $A_1 = A_2$, l'égalité (36) devient $J = 0$. Les deux éclairements, superposés, produisent l'obscurité absolue.

1. *Expérience de Young et de Fresnel.*

On ne peut songer à comparer une à une, séparément, les hypothèses qui servent de base à une théorie et les faits d'expérience; c'est seulement lorsqu'on a posé un ensemble d'hypothèses, constituant tout un édifice théorique, que l'on peut déduire des conséquences susceptibles d'être comparées avec les faits; c'est donc seulement cet ensemble théorique tout entier, pris en bloc, et non chacune des hypothèses qui le constituent, prise isolément, que l'on soumet au contrôle de l'expérience. Encore l'interprétation de l'expérience implique-t-elle, en général, beaucoup d'autres hypothèses que celles que l'on prétend vérifier. Nous allons trouver un saisissant exemple de ces principes généraux dans l'expérience réalisée d'abord par Young,

puis par Fresnel, pour vérifier l'ensemble d'hypothèses que nous venons de poser.

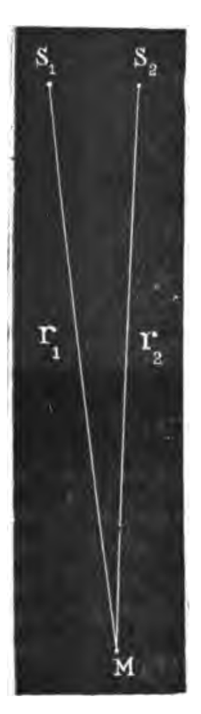


Fig. 12.

Soient en S_1, S_2, deux sources de lumière monochromatique de même couleur. Soit M un point du milieu. Soient r_1, r_2, les distances S_1M, S_2M. Chacune des deux sources, brillant isolément, fournirait en M une fonction d'éclairement. Soient

$$\varphi_1 = \frac{\mathcal{A}_1}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + \delta_1}{\lambda}\right),$$

$$\varphi_2 = \frac{\mathcal{A}_2}{r_2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2 + \delta_2}{\lambda}\right),$$

ces fonctions d'éclairement, dont la forme est donnée par l'égalité (24). $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, δ_1, δ_2 sont quatre constantes. Nous dirons que

les deux sources sont identiques entre elles si l'on a

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = \mathcal{A},$$
$$\delta_1 = \delta_2 = \delta.$$

Si ces deux sources brillent simultanément, l'intensité lumineuse au point M aura pour valeur, d'après l'égalité (33),

$$(37) \quad . \; . \; . \quad J = \mathcal{A}^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} - \frac{2}{r_1 r_2} \cos \frac{2\pi (r_1 - r_2)}{\lambda} \right).$$

Cette intensité sera variable d'un point à l'autre du champ.

Discutons les variations de cette intensité en supposant que *les distances* r_1, r_2 *ont été prises extrêmement grandes par rapport à la longueur d'onde* λ, *tandis que* $(r_1 - r_2)$ *est une quantité de l'ordre de grandeur de* λ.

L'égalité *rigoureuse* (37) peut alors être remplacée par l'égalité *approchée*

$$(38) \quad . \; . \; . \; . \quad J = \frac{2\mathcal{A}^2}{r^2} \left[1 - \cos \frac{2\pi (r_1 - r_2)}{\lambda} \right],$$

r désignant l'une quelconque des quantités r_1, r_2.

On voit alors qu'aux points où

$$(39) \quad . \; . \; . \; . \quad \begin{cases} r_1 - r_2 = (2k + 1) \dfrac{\lambda}{2} \\ (k = \text{nombre entier positif, nul ou négatif}), \end{cases}$$

l'intensité lumineuse est nulle ; il y a obscurité.

Aux points où

$$(40) \quad . \; . \; . \; . \quad \begin{cases} r_1 - r_2 = 2k \dfrac{\lambda}{2} \\ (k = \text{nombre entier positif, nul ou négatif}), \end{cases}$$

l'intensité lumineuse est maxima ; elle a alors pour valeur $\frac{4\mathcal{A}^2}{r^2}$; elle est quadruple de l'intensité qui serait engendrée au point M par chacune des sources prises isolément.

Le champ est donc sillonné de franges alternativement claires et obscures.

Pour réaliser l'expérience, il s'agit de se procurer deux sources lumineuses identiques entre elles. Young prenait deux petits trous très voisins, percés dans un écran et éclairés par une même source de lumière ; Fresnel prenait les deux images virtuelles d'une même ligne lumineuse dans deux miroirs peu inclinés. L'assimilation de ces divers objets à deux sources identiques implique un ensemble d'hypothèses qui ne seront vérifiées que plus tard en optique.

J. *Conséquences relatives aux longueurs d'onde.*

L'observation des franges produites non plus par des sources monochromatiques, mais par de la lumière complexe, plus ou moins blanche, nous apprend que la longueur d'onde λ dans l'air va en diminuant sans cesse lorsqu'on suit l'échelle des couleurs monochromatiques, du rouge au violet. Comme, d'ailleurs, la vitesse de la lumière a, dans l'air, à peu près la même valeur pour toutes les couleurs, on doit en conclure que *la période* T *diminue sans cesse lorsqu'on parcourt l'échelle des lumières monochromatiques du rouge au violet.*

L'observation des franges permet de mesurer la longueur d'onde λ de certaines lumières monochromatiques dans l'air, bien que ce soit un moyen fort imparfait et que l'optique en fournisse de beaucoup plus parfaits. Cette mesure conduit à une conséquence extrêmement importante pour le développement ultérieur des théories optiques. Cette conséquence est la suivante :

La longueur d'onde d'une lumière monochromatique est une très petite fraction du millimètre.

C'est ainsi que pour la lumière jaune, fournie par la flamme du sodium, on a

$$\lambda = 0^{mm},000\,589.$$

Cette conséquence ne pouvait être prévue par les hypothèses précédentes.

Nous avons bien supposé, en effet, que la période T relative à une lumière monochromatique était une très petite fraction de seconde; mais comme la vitesse V de la lumière est très grande, λ aurait pu avoir une valeur très notable. La petitesse de λ prouve que la période $T = \frac{\lambda}{V}$ a une valeur extrêmement petite. Ainsi, pour la lumière jaune du sodium, T, évalué en seconde, a pour valeur

$$T = \frac{1}{506000000000000}.$$

Il résulte des nombres trouvés pour les valeurs de λ que les longueurs d'onde sont en général très petites par rapport aux longueurs que nous pouvons distinguer même au moyen de microscopes assez puissants, en sorte que, *dans la plupart des questions d'optique, la longueur d'onde pourra être traitée comme une longueur infiniment petite.*

C'est là un des principaux points qui distinguent, *au point de vue mathématique*, les théories optiques des théories acoustiques; les équations aux dérivées partielles que l'on a à traiter sont les mêmes dans les deux cas. Mais la longueur d'onde, négligeable en optique, ne l'est plus en acoustique, en sorte que certaines approximations, légitimes en la première science, ne le sont plus en la seconde.

K. *Généralisation de la notion de point lumineux.*

Ainsi, en optique, les équations que nous écrirons pour déterminer la fonction d'éclairement en un point d'un milieu où brillent des sources monochromatiques devront être vérifiées seulement *aux quantités près de l'ordre de* λ.

De ce principe, nous allons déduire une première conséquence importante relative à la notion de point lumineux.

Nous avons vu qu'un point lumineux qui éclaire également en toute direction et dont l'éclairement est invariable, engendre dans le milieu une fonction d'éclairement de la forme :

$$(24) \quad \ldots \ldots \quad \varphi = \frac{\mathcal{A}}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r+\delta}{VT}\right).$$

La fonction φ ainsi choisie est une intégrale de l'équation

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad V^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)=\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2},$$

que doit vérifier toute fonction d'éclairement.

Considérons la série

$$(11)\quad \left\{\begin{aligned}\Phi = \varphi &+ M_1\frac{\partial\varphi}{\partial x} + M_2\frac{\partial\varphi}{\partial y} + M_3\frac{\partial\varphi}{\partial z}\\ &+ M_{11}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + M_{22}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + M_{33}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + 2M_{23}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\partial z} + 2M_{31}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial x} + 2M_{12}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\\ &+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}\right.$$

où les M sont des constantes quelconques. Supposons cette série uniformément convergente et pouvant être différentiée une ou deux fois par rapport à x, y, z, t. La fonction Φ vérifiera encore l'équation (9), sauf au point S où elle sera infinie.

Or, on a

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varphi}{\partial x} = &-\frac{2\pi\mathcal{A}}{r\lambda}\frac{\partial r}{\partial x}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\\ &+\frac{\mathcal{A}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\end{aligned}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = &-\frac{4\pi^2\mathcal{A}}{r\lambda^2}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\\ &+\frac{2\pi\mathcal{A}}{r^2\lambda}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\\ &-\frac{2\mathcal{A}}{r^3}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\\ &-\frac{2\pi\mathcal{A}}{r\lambda}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\\ &+\frac{\mathcal{A}}{r^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+\delta}{\lambda}\right)\end{aligned}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Si l'on observe maintenant que λ est une très petite quantité et si l'on réduit au terme principal chacun des seconds membres des équations précédentes, on trouve

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{2\pi \mathcal{A}}{r\lambda}\frac{\partial r}{\partial x}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r+\delta}{\lambda}\right)$$

. . . .

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{4\pi^2 \mathcal{A}}{r\lambda^2}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r+\delta}{\lambda}\right)$$

. . . .

On aura donc :

$$\Phi = \left[a_0 + a_1\frac{\partial r}{\partial x} + a_2\frac{\partial r}{\partial y} + a_3\frac{\partial r}{\partial z} + a_{11}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \cdots\right]\frac{1}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$
$$+ \left[b_0 + b_1\frac{\partial r}{\partial x} + b_2\frac{\partial r}{\partial y} + b_3\frac{\partial r}{\partial z} + b_{11}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \cdots\right]\frac{1}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

les a, b, étant des constantes, ou bien

$$(42) \quad . \; . \; . \; \Phi = \frac{D}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) + \frac{D'}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

D et D′ étant des fonctions analytiques de $\frac{\partial r}{\partial x}$, $\frac{\partial r}{\partial y}$, $\frac{\partial r}{\partial z}$ indépendantes de r.

Inversement, étant donnée une fonction de cette forme, on prouve aisément qu'elle peut, *aux quantités près de l'ordre de* λ, se mettre sous la forme (41) et, par conséquent, vérifier l'égalité (9), en sorte qu'elle peut être regardée comme une fonction d'éclairement émanée du point S.

L'intensité en un point M a pour valeur

$$(43) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; J = \frac{D^2 + D'^2}{r^2}.$$

Supposons que le point M se déplace sur un rayon vecteur issu du point S. $\frac{\partial r}{\partial x}$, $\frac{\partial r}{\partial y}$, $\frac{\partial r}{\partial z}$ ne variant pas, il en est de même de D et de D′.

L'intensité varie alors en raison inverse du carré de la distance SM.

Supposons, au contraire, que le point M se déplace à la surface d'une sphère de rayon r; $\frac{\partial r}{\partial x}$, $\frac{\partial r}{\partial y}$, $\frac{\partial r}{\partial z}$ varieront; il en sera de même de D et D', en sorte que l'intensité variera d'un point à l'autre de cette sphère.

La fonction Φ, définie par l'égalité (42), *représente donc la fonction d'éclairement d'un point lumineux dont l'état est indépendant du temps, mais varie d'une direction à l'autre.*

L'égalité (41) nous montre comment de la fonction d'éclairement d'un point lumineux qui a même éclat en toute direction, on peut passer à la fonction d'éclairement d'un point lumineux quelconque.

Ordinairement, dans les diverses questions d'optique, on peut se contenter de traiter le cas particulier où les sources de lumière sont des points lumineux ayant même éclat en toute direction; la formule (41) permet ensuite d'étendre au cas général les résultats obtenus pour ce cas particulier.

L. *Conditions à la surface d'un corps parfaitement noir. — Propagation rectiligne. — Diffraction.*

Soit S un point lumineux. Placé seul dans un milieu transparent illimité, il y engendrerait un éclairement bien déterminé correspondant à une fonction d'éclairement φ.

Supposons que le point lumineux, au lieu de luire dans un milieu transparent illimité, soit enfermé dans une cavité (fig. 13) que limite une surface convexe Σ. Les parois de cette cavité sont formées par un corps C que limite une autre surface, convexe ou non, σ.

Soit A la région de l'espace qui est intérieure à la surface Σ. Soit B la région de l'espace qui est extérieure à la surface σ.

Nous disons que le corps C est *parfaitement noir* si les deux conditions suivantes sont remplies :

1° En tout point de la région A, la fonction d'éclairement est

la même que si le point S brillait dans un milieu transparent illimité.

2° En tout point de la région B, la fonction d'éclairement est nulle.

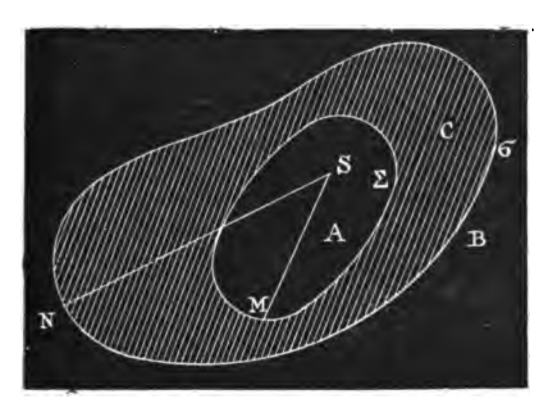


Fig. 13.

Soit Φ la fonction d'éclairement en un point quelconque des espaces A ou B. Posons

$$\Phi = \varphi + \psi.$$

Nous voyons qu'en tout point de la région A, nous avons

$$\Phi = \varphi, \quad \psi = 0,$$

tandis qu'en tout point de la région B, nous avons

$$\Phi = 0, \quad \psi = -\varphi.$$

Soit M un point du milieu transparent infiniment voisin de la surface Σ; soit n la normale en ce point à la surface Σ.

Nous aurons, au point M,

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

Soit N un point du milieu transparent infiniment voisin de la surface σ; soit n la normale, en ce point, à la surface σ.

Nous aurons, en N,

$$\psi = -\varphi, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = -\frac{\partial\varphi}{\partial n}.$$

Ces résultats peuvent s'énoncer ainsi :

En tout point M *où un rayon vecteur issu du point lumineux* S *rencontre pour la première fois la surface du corps noir, on a*

$$(44) \quad \ldots\ldots \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = 0.$$

En tout point N *où un rayon vecteur issu du point lumineux* S *a, avec la surface du corps noir, une deuxième rencontre ou une rencontre d'ordre plus élevé, on a*

$$(45) \quad \ldots\ldots \quad \psi = -\varphi, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = -\frac{\partial\varphi}{\partial n}.$$

Énoncées sous cette forme, ces conditions présentent un avantage ; *elles peuvent être immédiatement étendues au cas où le corps noir n'envelopperait pas le point lumineux.*

Ainsi, soit un point lumineux S qui, brillant seul dans un milieu transparent illimité, y engendrerait une fonction d'éclairement φ ; cette fonction est uniforme, finie, continue dans tout l'espace, sauf au point S ; il en est de même de ses dérivées partielles du premier ordre ; les dérivées partielles du second ordre vérifient l'équation

$$V^2\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}.$$

On introduit dans le milieu, un corps parfaitement noir C, de forme quelconque (fig. 14). La fonction d'éclairement devient

$$\Phi = \varphi + \psi,$$

la fonction ψ satisfaisant aux mêmes conditions de continuité que la fonction φ ; cette fonction vérifie l'équation aux dérivées partielles

$$V^2\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}.$$

Aux point M où un rayon vecteur issu du point S a, avec la surface du corps noir, une première rencontre, on a

$$(44) \quad \ldots\ldots \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

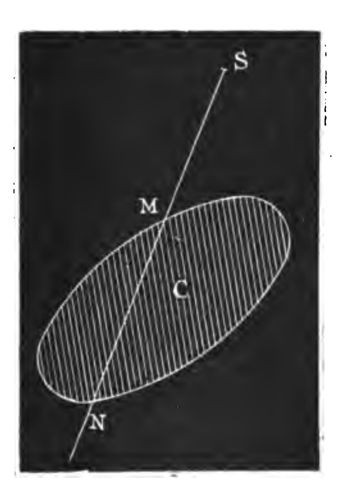


Fig. 14.

Aux points N, où un rayon vecteur issu du point S a, avec la surface du corps noir, une deuxième rencontre ou une rencontre d'ordre plus élevé, on a

$$(45) \quad \ldots\ldots \quad \psi = -\varphi, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}.$$

Si l'on ajoute que toutes ces conditions doivent être vérifiées seulement aux quantités près de l'ordre de λ, on aura établi toutes les conditions qui définissent, au point de vue analytique, dans le système optique de Young, l'effet d'un écran parfaitement noir sur la lumière émanée d'un point lumineux. G. Kirchhoff a donné la solution analytique complète de ce problème. Il a montré que l'on retrouvait la loi de la propagation rectiligne de la lumière, énoncée par l'ancienne optique et par l'optique d'Huygens, mais *sous certaines conditions restrictives*; lorsque

ces conditions ne sont pas remplies, les lois de l'ancienne optique ne sont plus vérifiées; il se produit des phénomènes *de diffraction,* dont les principes précédents renferment la théorie.

Pour le développement de ces conséquences, nous renverrons aux *Vorlesungen über mathematische Physik, Optik* de G. Kirchhoff, auxquelles les pages précédentes forment une sorte d'introduction.

Nous aurions maintenant à examiner le problème de la réflexion et de la réfraction à la surface de deux milieux transparents dans la théorie de Young. Mais c'est ici que nous trouverons cette théorie en désaccord avec les faits. Aussi renvoyons-nous l'examen de ce désaccord à un prochain *fragment,* où nous verrons comment Fresnel est parvenu à le lever en créant la théorie de la polarisation.

Bordeaux, 25 janvier 1895.

LES
CAOUTCHOUCS AFRICAINS

ÉTUDE MONOGRAPHIQUE

DES

LIANES DU GENRE *LANDOLPHIA*

PAR

Alfred DEWÈVRE

Docteur en sciences naturelles.

I. — Généralités.

SYNONYMIE. *Landolphia*, Palissot de Beauvois, *Flore d'Oware et de Benin*, t. I, p. 54, tab. XXXIV.

Alstonia, Scopoli, *Introd.*, 198 (1777).

Faterna, Noronha, manuscrit.

Pacouria, Aublet, *Plantae Guian.*, t. I, p. 268, tab. CV (1775).

Vahea, Lamarck, *Illustrationes gen.*, tab. CLXIX (1798), et Poiret dans Lamarck, *Encyclopédie de Lamarck*, suppl, V, p. 409.

Willughbeia, Klotzch, dans Peters, *Reise nach Mosambik*, p. 281 (1861).

Paederia, Sprengel, *Systema*, t. I, p 669.

Tabernaemontana, Sprengel, *Systema*, t. I, p. 639.

1° HISTORIQUE.

La première plante, certaine, du genre fut représentée en 1797, par Lamarck, dans son *Encyclopédie*, sous le nom de *Vahea*.

Un peu avant cette époque, Aublet avait publié dans sa *Flore de la Guyane*, sous la dénomination de *Pacouria*, une descrip-

tion et un dessin que M. Schumann a rapportés au genre actuel *Landolphia.*

Les caractères connus du genre *Pacouria* semblent indiquer un *Landolphia;* ceux des *Vahea* ne furent indiqués qu'en 1817, par Poiret, dans le tome XIII du supplément à l'*Encyclopédie* de Lamarck.

Pendant cet intervalle, Palissot de Beauvois trouva une espèce dont il donna une figure et qu'il décrivit dans sa *Flore d'Oware et de Benin* (t. I, pp. 54 et 55, tab. XXXIV, ann. 1804), sous le nom de *Landolphia owariensis* Pal. de Beauv.

A quel nom faut-il donner la priorité, à celui de *Vahea* ou à celui de *Landolphia?* M. Schumann tranche la question en faveur du mot *Landolphia,* disant qu'un nom qui n'est pas accompagné d'une description doit être considéré comme une non-valeur et peut être supplanté par un autre terme. Je suis absolument de cet avis, c'est pourquoi je prends le mot *Landolphia* comme terme générique et je place tous les autres noms donnés comme synonymes. Je ferai remarquer cependant que le terme *Pacouria* est plus ancien; mais vu l'incertitude où l'on se trouve au sujet de ce végétal, je ne l'adopterai pas.

En somme donc, la première espèce décrite d'une façon quelque peu complète fut le *L. owariensis* Pal. de Beauv. En 1817, Poiret décrivit le *Vahea gummifera* Poir., espèce originaire de Madagascar. Leprieur créa, en 1826, le *Vahea tomentosa* Lep., mais n'en donna point de description; l'espèce existe sous cette dénomination dans l'herbier de Paris; il ne fut reparlé de cette plante que longtemps après (1884) par Baucher, puis par Sambuc et enfin tout récemment par Planchon, qui tous maintinrent le terme *Vahea* et ne donnèrent jamais une description complète de cette liane.

Dans l'*Hortus Mauritianus* de Bojer (1837), nous trouvons une courte description du *Vahea madagascariensis* Boj. et du *V. comorensis* Boj.; le premier est identique au *Vahea gummifera* Poir., et le second est nouveau.

Dans le *Prodrome* de A. de Candolle (1844), nous trouvons la description des espèces connues jusqu'à cette époque, ainsi que

celle de deux plantes nouvelles, le *Landolphia Heudelotii* D. C. et le *Vahea senegalensis* D. C.; l'auteur fait encore des *Vahea* et des *Landolphia* deux genres distincts.

Quelques années après (1849), Bentham et Hooker signalent deux nouvelles espèces originaires du Niger, les *L. Michelinii* Benth. et *L. florida* Benth.

Le voyage de Peters dans la région de Mozambique (de 1862 à 1864) fournit à Klotzch l'occasion de décrire trois nouveaux représentants du groupe qui nous occupe; seulement il les a rapportés au genre *Willughbeia*, fait très explicable, attendu que les végétaux de ce genre sont presque identiques à ceux du genre *Landolphia*; ils ne peuvent en être distingués que par l'observation des graines; ces espèces sont les *W. Petersiana* Klotzch; *W. senensis* Klotzch, et *W. cordata* Klotzch; M. Schumann fit plus tard : du premier, le *Landolphia Petersiana* (Kl.) K. Schum.; du second, le *L. Petersiana* var. *crassifolia* (Kl.) K. Schum., et du troisième, un *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* (Boj.) K. Schum.

En 1877, M. Oliver ajoute aux espèces précédemment citées le *L. capensis* Oliv., plante de l'Afrique australe.

M. Dyer, dans un rapport sur les plantes à caoutchouc d'Afrique, nous fait connaître deux belles espèces nouvelles, les *Landolphia Kirkii* Th. Dyer et *L. Mannii* Th. Dyer.

Une espèce assez curieuse, le *L. crassipes* Radlk., originaire de Madagascar, fut signalée, en 1883, par Radlkofer.

Le travail le plus récent au sujet de ces plantes parut en 1893; il est dû à M. Schumann. Cet auteur a fait disparaître tous les anciens *Vahea* et *Willughbeia* pour en faire des *Landolphia*; il a réduit le nombre des espèces signalées en établissant que certaines d'entre elles ne sont que de simples synonymes d'espèces antérieurement connues; de plus, il a donné des détails intéressants sur certaines de ces espèces et, enfin, il a décrit un *Landolphia* nouveau, le *L. parvifolia* K. Schum., et une variété, *crassifolia* K. Schum., du *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.

Le nombre des espèces de ce genre connues après ce travail est de quatorze.

2° Place du genre *Landolphia* dans la classification.

Le genre *Landolphia* ou *Landolfia* appartient à la famille des Apocynées; celle-ci se subdivise en trois tribus qui sont : les *Caricées*, les *Plumériées*, les *Échitidées*.

C'est parmi les Caricées que se place le genre dont nous nous occupons.

La tribu des Caricées est caractérisée par des anthères libres, non soudées au stigmate et dont les loges ne présentent pas d'appendices à leur base; un ovaire entier; une corolle dont les lobes sont tordus et se recouvrent à gauche, très rarement à droite; des fruits charnus, pulpeux, plus rarement secs, indéhiscents ou à 2 valves, non des follicules.

On y trouve les genres africains suivants :

Clitandra Benth., 2 especes (Afr. trop.).
Carpodinus R. Br., 3 ou 4 espèces (Afr. trop.).
Craspidospermum Boj., 1 espèce (Madagascar).
Carissa L. G., 33 espèces, dont 21 en Afrique, les autres en Asie et en Australie.
Acokanthera G. Don., 5 espèces (Afrique australe et Abyssinie).

Les *Landolphia* se placent entre les *Clitandra* et les *Carpodinus*. Voyons en quoi ils diffèrent de ces genres et des autres genres de la tribu.

Le fait que les *Landolphia* sont des lianes écarte immédiatement les genres *Carissa* et *Acokanthera*, qui sont des arbrisseaux dont l'ovaire comprend plusieurs loges, ayant chacune de 1 à 4 graines.

Le genre *Craspidospermum* se compose d'arbustes dont les fruits s'ouvrent en deux loges renfermant chacune des graines en nombre indéfini; de plus, les espèces de ce genre ont des feuilles verticillées, ce que n'ont jamais les *Landolphia*.

Restent maintenant les *Clitandra*, les *Carpodinus* et les *Willughbeia*.

Les *Clitandra* sont excessivement voisins des *Landolphia*; ils s'en distinguent par leur ovaire à deux loges, leurs inflorescences

naissant sur la tige, formées de petites fleurs disposées en cymes axillaires opposées.

Le genre *Carpodinus* a des fleurs pourvues, à l'intérieur de la gorge de la corolle, d'un anneau saillant, qui la ferme plus ou moins; les lobes de la corolle se recouvrent à droite et non à gauche, comme chez les *Landolphia*; les étamines sont placées près du sommet du tube. Les graines de *Landolphia* ont toujours un albumen, alors qu'il n'y en a guère ici; enfin, les inflorescences sont axillaires, presque sessiles.

Les *Willughbeia* sont si proches des *Landolphia* que certains auteurs y avaient incorporé ces derniers; ils s'en distinguent par l'absence d'albumen, des inflorescences axillaires denses, enfin par leur habitat : ces végétaux se rencontrent en effet dans l'archipel malais, à Malacca et à Ceylan.

De la comparaison des caractères des *Landolphia* avec ceux des genres voisins, nous pouvons déduire que les organes les plus nécessaires pour la détermination des plantes de ce genre sont les fruits et les graines. Il importe de s'assurer si les fruits sont charnus et indéhiscents, s'ils ont une ou plusieurs loges; d'examiner la position des placentas, le nombre des graines; enfin de constater la présence ou l'absence d'albumen dans ces dernières.

3° Caractères du genre *Landolphia*.

Les *Landolphia* sont tous, d'après ce que l'on sait jusqu'à ce jour, des lianes ligneuses qui grimpent aux arbres en s'accrochant à l'aide de crochets formés par la transformation de leurs inflorescences ou de certains rameaux, et par l'enroulement de leur tige autour d'un végétal soutien. Leur hauteur maximum peut atteindre 25 mètres (Capitaine Chaltin), probablement même davantage; l'épaisseur de leur tronc pourrait aller jusqu'à 15 centimètres de diamètre et même plus (*L. comorensis* [Boj.] var. *florida* K. Schum.); je n'ai point vu de troncs de pareille dimension, mais j'ai pu examiner à Berlin des portions de lianes ayant un diamètre de 5 centimètres.

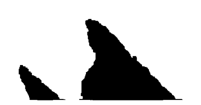
Je ne puis d'ailleurs donner une meilleure idée du port et du

genre de vie de ces végétaux, qu'en transcrivant un passage emprunté au R. P. Merlon, relatif au *Landolphia comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum., qu'il surnomme le *boa végétal* :

« Trainant sur le sol son tronc dénudé du bas, glissant à » travers toutes les ronces, courant par bonds énormes à travers » les sentiers des fauves, contournant les rochers, s'élançant aux » grands arbres qu'elle enlace, jetant ses ponts de verdure et sa » ramure sombre d'une rive à l'autre des cours d'eau, retom- » bant plus loin sur la terre, où elle s'enchevêtre elle-même » dans un inextricable réseau de racines, cette plante singulière » et sauvage remplit d'immenses régions dans les forêts mysté- » rieuses de l'intérieur. »

La *tige*, de couleur brune ou grisâtre, est généralement couverte de très nombreuses lenticelles. Chez certaines espèces (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum., *L. senegalensis* D. C.), les tiges sont entièrement glabres, mais chez la plupart on trouve des poils brunâtres sur les rameaux jeunes (*L. Petersiana* [Kl.] Th. Dyer, *L. Lecomtei* A. Dew., *L. Kirkii* Th. Dyer, *L. parvifolia* K. Schum., etc.), parfois même sur des branches déjà âgées (*L. tomentosa* A. Dew., *L. bracteata* A. Dew., etc.); peut-être même certaines d'entre elles en possèdent-elles encore sur les tiges adultes. De la tige partent, en plus ou moins grand nombre, des branches feuillues.

Les *feuilles* sont opposées, pétiolées, habituellement elliptiques, parfois presque arrondies (certaines formes du *L. Petersiana* [Kl.] K. Schum., quelques feuilles du *L. madagascariensis* [Boj.] K. Schum.), quelquefois ovales ou obovales, à sommet aigu (*L. Petersiana* [Kl.] Th. Dyer., *L. parvifolia* K. Schum., *L. Kirkii* Th. Dyer, etc.), parfois obtus (*L. comorensis* et *L. madagascariensis* [Boj.] K. Schum., *L. senegalensis* D. C., *L. lucida* K. Schum.), ou plus ou moins arrondi (*L. tomentosa* A. Dew., *L. Thollonii* A. Dew.), assez souvent prolongé en un mucron court ou long, pointu ou arrondi (*L. Lecomtei* A. Dew., *L. Heudelotii* D. C., *L. owariensis* P. de Beauv., etc.); la base est le plus souvent cunéiforme (*L. Kirkii* Th. Dyer, *L. Petersiana* [Kl.] Th. Dyer, etc.); parfois plus ou moins arrondie (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum., *L. bracteata* A. Dew.,



L. Thollonii A. Dew., *L. Lecomtei* A. Dew.), rarement cordée (*L. lucida* K. Schum., *L. bracteata* A. Dew.); les bords du limbe sont fort souvent recourbés vers la face inférieure; cette dernière est ordinairement mate et pâle, alors que la face supérieure est luisante et de teinte plus foncée.

En règle générale, ces feuilles sont coriaces, tantôt glabres (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum. et *L. comorensis* [Boj.] var. *florida* K. Schum., *L. madagascariensis* [Boj.] K. Schum., *L. senegalensis* D. C., *L. Petersiana* Th. Dyer, etc.), tantôt poilues; dans ce dernier cas, on ne trouve habituellement des poils que sur les nervures, et encore presque exclusivement sur le côté inférieur. Parmi les espèces les plus poilues, on peut citer les *L. tomentosa* A. Dew., *L. bracteata* A. Dew., *L. Traunii* Sadeb. et *L. Michelinii* Benth.; à la face supérieure, il n'y a généralement que la nervure primaire qui soit pileuse, rarement l'on observe quelques rares poils sur le limbe. Les bords de la feuille sont ciliés chez quelques espèces, notamment chez le *L. Kirkii* Th. Dyer. La présence ou l'absence de poils semblent ne point être des caractères très constants.

La *nervation* est pennée chez toutes les espèces du genre; toujours l'on trouve une nervure médiane, glabre ou pubescente, faisant ordinairement saillie assez fortement à la face inférieure, creusée en gouttière à la face supérieure; chez *L. madagascariensis*, elle est large et non canaliculée à la face supérieure; sur la nervure médiane viennent s'insérer, soit presque perpendiculairement, soit plus ou moins obliquement, les nervures secondaires. Celles-ci sont parfois nombreuses, serrées parallèlement les unes contre les autres (*L. madagascariensis* [Boj.] K. Schum.), d'autrefois assez espacées (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum.), s'unissant souvent vers la marge de façon à constituer un ourlet, qui est particulièrement bien marqué chez les *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum., *L. lucida* K. Schum., *L. Traunii* Sadeb., *L. Heudelotii* D. C., etc.

Les feuilles sont toujours pourvues d'un *pétiole*, parfois très peu développé (*L. crassipes* Radlk.), rarement d'une longueur supérieure à 15 millimètres; généralement il est grêle, non

renflé à la base, excepté chez le *L. crassipes* Radlk., exceptionnellement un peu élargi à son point d'insertion sur la tige, comme on l'observe chez le *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum.; souvent il est poilu, glabre chez le *L. comorensis* (Boj.) K. Schum., *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum. et quelques autres.

Les *inflorescences* sont terminales ou latérales, toutes construites sur le même type : ce sont, à l'état de réduction plus ou moins grand, des panicules ou, plus scientifiquement, des cymes corymbiformes ou thyrsiformes; elles comprennent toujours un pédoncule qui, parfois sessile ou presque sessile (*L. parvifolia* K. Schum.), peut atteindre chez certaines espèces (*L. Petersiana* [Kl.] K. Schum.) des dimensions considérables (16 centimètres); ce pédoncule se continue par un rachis sur lequel viennent s'insérer des rameaux secondaires donnant parfois attache à quelques petites branches portant un certain nombre de fleurs. Il peut arriver que les rameaux tertiaires manquent et que les secondaires et les primaires se raccourcissent fortement, de façon à simuler une sorte de capitule (*L. Thollonii* A. Dew., *L. parvifolia* K. Schum.); le rachis peut aussi s'allonger de manière à laisser un espace assez considérable entre les rameaux secondaires : on a alors les panicules du *L. Petersiana* (Kl.) K. Schum. Ces inflorescences sont ordinairement couvertes de poils bruns; on en trouve de glabres chez le *L. comorensis* (Boj.) K. Schum.

Après la floraison, la plupart des espèces, peut-être même toutes, allongent certaines de leurs inflorescences, parfois très fortement (*L. Petersiana* [Kl.] K. Schum. et *L. senegalensis* D. C.), et les transforment en crochets qui finissent par se lignifier.

Les *fleurs* sont toujours hermaphrodites, construites d'une façon assez semblable pour les diverses espèces; elles comprennent un calice rarement glabre (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum.), plus fréquemment pubescent ou couvert de poils bruns, divisé jusqu'à sa base, ou presque jusqu'à sa base, en 5 lobes, accidentellement en 4 lobes, souvent coriaces, carénés, lancéolés ou elliptiques, plus ou moins aigus ou obtus au sommet; chez le

L. Kirkii Th. Dyer, la base des divisions est arrondie, légèrement pédicellée. La longueur des sépales ne dépasse guère 8 millimètres, chez les espèces où ils sont les plus grands (*L. bracteata* A. Dew.); la dimension la plus fréquente est 2 ou 3 millimètres; les espèces à grandes fleurs ont ordinairement de très petits calices : ainsi le *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum., et le *L. comorensis* (Boj.) K. Schum., dont les corolles mesurent 40 millimètres et plus de longueur, ont des calices de 1,5 à 2 millimètres. Il n'y a pas de glandes ou appendices à l'intérieur du calice.

La corolle, en forme d'entonnoir, se compose toujours d'une portion tubulaire se divisant à sa partie supérieure en 5 pétales, à peu près égaux, qui dans la préfloraison sont tordus à gauche. Ses dimensions totales, c'est-à-dire de la base du tube au sommet des pétales, varient de $5^{mm},5$ à 60^{mm}.

Le tube est rarement glabre et mince (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum.), plus fréquemment velu et coriace, étroit (1 à 3 millimètres), présentant soit immédiatement au-dessus du calice (*L. Kirkii* Th. Dyer, *L. Thollonii* A. Dew., *L. parvifolia* K. Schum.), soit dans toute l'étendue de sa moitié inférieure (*L. madagascariensis* [Boj.] K. Schum., *L. comorensis* [Boj.] K. Schum., *L. comorensis* [Boj.] var. *florida* K. Schum., *L. Petersiana* [Kl.] Th. Dyer, etc.), un renflement plus ou moins marqué; chez le *L. Lecomtei* A. Dew., ce renflement est un peu au-dessus de la partie médiane; enfin quelques espèces, le *L. Heudelotii* D. C., par exemple, ont un tube dilaté dans toute son étendue, ne s'étranglant que sous les pétales. La longueur du tube varie entre 2 millimètres (*L. Kirkii* Th. Dyer) et 25 ou 26 millimètres (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum. et sa variété); ses dimensions surpassent, chez certaines espèces, celles des pétales; dans d'autres, elles leur sont sensiblement égales; enfin parfois elles sont moindres.

On ne trouve jamais d'appendices à la gorge de la corolle chez les plantes de ce genre.

Les pétales sont parfois glabres extérieurement (*L. comorensis* [Boj.] K. Schum.); le plus souvent ils présentent des cils sur leurs bords; beaucoup des espèces à petites fleurs ont des pétales

velus extérieurement; leur forme est généralement lancéolée, obovale ou fusiforme, à sommet plus ou moins aigu, parfois un peu arrondi; leurs dimensions sont, pour certaines espèces, le *L. Kirkii* Th. Dyer, par exemple, de 3 à 4 millimètres de longueur sur 1^{mm},25 de largeur; pour d'autres, telles que les *L. comorensis* (Boj.) K. Schum. et *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum., elles vont jusqu'à 40 millimètres de longueur, sur 6 à 10 millimètres de largeur.

A l'état vivant, les fleurs des *Landolphia* sont blanches (ou jaunâtres) et répandent une odeur de jasmin très prononcée; sèches, leur teinte varie du jaune brunâtre au brun rougeâtre foncé.

Les étamines, au nombre de 5, sont logées dans la partie renflée du tube de la corolle et par conséquent cachées; elles sont réduites à des anthères libres, en forme de flèches, prolongées en une assez longue pointe au sommet et attachées par un très court filet à la paroi du tube.

Les pistils sont, eux aussi, très courts; ils comprennent un ovaire globuleux, glabre ou pubescent, surtout à la base du style, uniloculaire, contenant deux placentas pariétaux sur lesquels viennent s'attacher de nombreuses graines; les styles qu'ils portent au sommet ont, chez les plus grandes espèces, 5 ou 6 millimètres; ils sont terminés par un stigmate fusiforme, pubescent, prolongé en une sorte de bec fendu en deux.

Les fleurs sont entremêlées de *bractées* ordinairement petites et poilues; les plus grandes se trouvent chez le *L. bracteata* A. Dew.; elles sont au nombre de deux, fortement velues extérieurement, situées à la base de chaque groupe de fleurs; leurs dimensions sont : 6 millimètres de longueur sur 3 millimètres de largeur.

Les *fruits* sont des baies sphériques ou piriformes, à enveloppe coriace, pouvant, chez certaines espèces, atteindre le volume d'une noix de coco, se réduisant souvent à la taille d'une orange, d'un abricot ou d'un fruit beaucoup plus petit encore; leur couleur est, à l'état frais, jaune ou brune; à sec, elle est noire; leur surface est glabre, parfois pruineuse, garnie de lenticelles; à l'intérieur du fruit, se trouvent des graines plus ou moins nombreuses, qui,

d'après le peu que l'on en connait, ne paraissent pas avoir la même structure chez toutes les espèces : en effet, celles du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. comportent deux cotylédons bien nettement visibles, foliacés, minces et larges, appliqués l'un contre l'autre et entourés d'un albumen corné; celles du *L. Kirkii* Th. Dyer montrent un albumen continu, sans cotylédons différenciés, et un embryon très petit placé au sommet de cet albumen. Le tégument des graines est, chez toutes les espèces connues, entouré d'une couche pulpeuse acide, comestible, qui résulte des nombreux poils gorgés de suc qui en garnissent la surface.

4° Distribution géographique.

Le genre *Landolphia* est particulier à l'Afrique; on y connait actuellement 21 espèces, se répartissant entre le 16° parallèle nord et le 30° sud, c'est-à-dire s'arrêtant, au nord, là où commence le désert du Sahara et ne pénétrant point en Égypte ni en Nubie; au sud, il ne parait y en avoir qu'au nord de la colonie du Cap; on n'en a pas encore signalé, que je sache, au sud des Diamonds-Fields.

Les espèces les plus répandues sont le *Landolphia comorensis* (Boj) var. *florida* K. Schum. et le *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer, que l'on trouve dans presque toute l'Afrique, aussi bien sur la côte orientale que sur la côte occidentale.

Les espèces suivantes se rencontrent à la côte occidentale :

L. comorensis (Boj.) K. Schum.; *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.; *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer; *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum.; *L. Lecomtei* A. Dew.; *L. lucida* K. Schum.; *L. owariensis* Pal. de Beauv.; *L. senegalensis* D. C.; *L. Heudelotii* D. C.; *L. Michelinii* Benth.; *L. Traunii* Sadeb.; *L. tomentosa* A. Dew.; *L. parvifolia* K. Schum.; *L. Mannii* Th. Dyer; *L. Thollonii* A. Dew.

A la côte orientale, on signale : *L. comorensis* (Boj.) K. Schum.; *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.; *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer; *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum.;

L. Kirkii Th. Dyer; *L. capensis* Oliv.; *L. crassipes* Radlk.; *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum.; *L. angustifolia* K. Schum.

Les divers *Landolphia* sont, pour autant qu'on les connaît jusqu'à présent, assez localisés; l'énumération des régions d'Afrique avec les espèces qui y habitent le montrera suffisamment.

Côte occidentale :

Sénégambie	*L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. Petersiana* (Kl.) K. Schum. *L. senegalensis* D. C. *L. Heudelotii* D. C. *L. Michelinii* Benth. *L. Traunii* Sadeb. *L. tomentosa* A. Dew.
Foutah-Djallon . . .	*L. comorensis* (Boj.) K. Schum. *L. Heudelotii* D. C.
Gambie	*L. senegalensis* D. C. *L. tomentosa* (Lep.) A Dew.
Niger, Benin, Arbeokuta	*L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. owariensis* Pal. de Beauv.
Calabar	*L. bracteata* A. Dew. *L. Traunii* Sadeb.
Cameroun, Togoland .	*L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. owariensis* Pal. de Beauv. *L Heudelotii* D. C. *L. Mannii* Th. Dyer.
Corisco-Bay	*L. Mannii* Th. Dyer.
Gabon et Congo français.	*L. comorensis* (Boj.) K. Schum. *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. Petersiana* (Kl) Th. Dyer. *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum *L. Lecomtei* A. Dew. *L owariensis* Pal. de Beauv. *L. Thollonii* A. Dew.
Etat indépendant du Congo.	*L. comorensis* (Boj.) K. Schum. *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer. *L. owariensis* Pal de Beauv. *L. lucida* K. Schum.
Angola	*L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. *L. Petersiana* (Kl) Th. Dyer. *L. owariensis* Pal. de Beauv. *L. parvifolia* K. Schum.

Côte orientale :

Cap	*L. capensis* Oliv.
Transvaal	*L. capensis* Oliv.
Delagoa-Bay	*L. Kirkii* Th Dyer. *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum.
Mozambique	*L. Kirkii* Th. Dyer. *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer. *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.
Madagascar	*L madagascariensis* (Boj.) K. Schum. *L. crassipes* Radlk.
Iles Comores	*L. comorensis* (Boj.) K. Schum.
Dar-es-Salam	*L. Kirkii* Th. Dyer. *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.
Zanzibar	*L. Kirkii* Th. Dyer. *L. Petersiana* (Kl.) K. Schum. *L comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.
Usambara	*L. angustifolia* K. Schum. *L. Kirkii* Th. Dyer. *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer. *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.
Djours	*L. Heudelotii* D. C. *L. owariensis* Pal. de Beauv *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.
Bahr-el-Ghazal . . .	*L. Heudelotii* D. C.

II. — Description des espèces.

Les espèces du genre *Landolphia* peuvent être groupées en deux catégories, l'une comprenant les espèces à grandes fleurs et l'autre celles à petites fleurs ; cette dernière catégorie se subdivise elle-même en espèces à grandes feuilles et en espèces à petites feuilles.

Nous classerons les espèces dans l'ordre de leurs affinités.

1° Landolphia à grandes fleurs.

On trouve dans cette catégorie les espèces suivantes :

A. *L. comorensis* (Boj.) K. Schum.
B. *L. comorensis* (Boj) var. *florida* K. Schum.
C. *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum.
D. *L. Lecomtei* A. Dew. (sp. nov.).
E *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.
F. *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum.
G. *L. bracteata* A. Dew. (sp. nov.).

A. *Landolphia comorensis* (Boj.) K. Schum.

SYNONYMIE ET BIBLIOGRAPHIE. *Willughbeia cordata* Klotzch, dans *Peters Naturwissenschaftliche Reise nach Mosambik.* Berlin (1862), p. 281.

Vahea comorensis Boj, *Hortus Mauritianus*, p. 207 (1837).

Landolphia florida var. *leiantha* Oliver, *The Botany of the Speke and Grant Expedition*, dans THE TRANSACTION OF THE LINNEAN SOCIETY OF LONDON (1875), vol. XXIX, p. 107.

Th. Dyer, *Kew Bulletin* (1881), p. 43.

K. Schumann, *Ueber die Afrikanischen Kautschukpflanzen*, dans BOTANISCHE JAHRBÜCHER FÜR SYSTEMATISCHE PFLANZENGESCH., von Engler, Leipzig, 1893, p. 403.

DISTRIBUTION GÉOGRAPHIQUE. — Ile Anjoana (Bojer) jusqu'à 1000 mètres d'altitude, à Mayotte (1833, Boivin, n° 3201); existe aussi en Afrique centrale, notamment sur les rives du Congo et de l'Ogooué (Thollon, n° 129), au Foutah-Djallon (Dr Noury).

DESCRIPTION. — C'est l'une des plus belles et des plus grandes espèces du genre. Sa tige est volubile, ligneuse, recouverte d'une écorce d'un brun noirâtre, glabre, parsemée de lenticelles blanches très nombreuses. J'ai vu, au musée de Berlin, un fragment de tige qui avait un diamètre de 5 centimètres environ; il était constitué par une portion ligneuse, d'un brun pâle, recouverte d'une écorce subéreuse épaisse de près de 1 centimètre.

Ses feuilles sont elliptiques, allongées ou plus ou moins ovales, obtusément arrondies au sommet, arrondies ou légèrement cordées à la base, glabres sur leurs deux faces, luisantes à la face supérieure, mates et de couleur plus claire inférieurement; elles mesurent jusqu'à 17 centimètres de longueur sur 6,5 à 8 centimètres de largeur. Leur nervation est pennée, c'est un système de 10 ou 11 paires de nervures secondaires droites, venant s'in-

sérer obliquement sur la nervure primaire ; toutes ces nervures sont glabres, font saillie à la face inférieure, mais ne forment qu'une élevure peu marquée sur la supérieure; la nervure principale est, à la face supérieure, placée au niveau de l'épiderme du limbe. Un riche réseau de petites anastomoses, qui proéminent sur les deux faces, parcourt le limbe.

Leur pétiole est glabre, long de 11 à 12 millimètres, non renflé à la base. Les inflorescences sont multiflores, terminales, non poilues, pourvues de nombreux rameaux disposés en cyme, produisant par leur réunion une tête bien fournie. Les fleurs sont grandes, blanches à l'état frais, brunâtres à sec, portées par un court pédicelle sur lequel se trouvent de petites bractées coriaces, ovales obtuses, ciliées sur les bords; ces fleurs sont très odorantes.

Le calice (*) est petit, divisé très profondément en 5 lobes glabres, coriaces, ovales obtus, ciliés sur les bords, mesurant $1^{mm},5$, au plus 2 millimètres; la corolle hypocratériforme, très grande, mesure de la base au sommet jusqu'à 55 millimètres; elle est formée d'un tube glabre, plus large dans sa moitié inférieure (sur 1 centimètre environ) que dans sa moitié supérieure, long de 23 à 26 millimètres, large de 2 millimètres au sommet et de 3 millimètres à la base. Les pétales sont au nombre de 5, presque égaux, minces, glabres, obovales, longs de 23 à 29 millimètres et larges de 6 à 10 millimètres. Les 5 anthères sont attachées par leur base à une hauteur de 8 ou 9 millimètres, c'est-à-dire un peu au-dessous de la moitié du tube, à l'aide d'un mince filament; ces anthères sont apiculées au sommet; elles comprennent deux sacs polliniques. Le pistil est court (en tout 5 millimètres), glabre, dressé, renflé au sommet en un stigmate de 2 millimètres ; ovaire glabre ou très légèrement poilu à sa portion supérieure. Fruits, d'après Bojer, de la forme et de la couleur d'une orange.

Floraison. — En septembre (Boj.).

(*) Je donne comme longueur du calice la longueur des lobes.

Affinités. — Ce végétal a comme plus proche parent le *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.. dont il diffère principalement par ses inflorescences glabres; il est toutefois à remarquer qu'il existe des formes intermédiaires plus ou moins poilues: tel est le cas de la plante trouvée au Gabon par M. Thollon, laquelle présente quelques rares poils sur son calice et parfois à la base du tube de la corolle.

Usages. — Une note placée sur un échantillon récolté par Hildebrandt mentionne le fruit de ce végétal comme renfermant une pulpe comestible. Le Dr Noury dit que son latex est très abondant et sert à falsifier le caoutchouc.

B. *Landolphia comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.

Synonymie et Bibliographie. *Landolphia florida* Bentham et W.-J. Hooker, *Niger flora*, London, p. 444.

K. Schumann, *loc. cit.*, p. 406, avec figures

Th. Christy, *The African Rubber Tree Landolphia florida*. New Commercial Drugs.

Noms vulgaires. — *M'bungu* (Zanzibar); *Malumba* (à Landana, d'après le R. P. Duparquet); *rituri*, au pluriel *mututi*, ou *aboh* (près de Saint-Paul de Loanda); *M'bunga* dans le Mozambique; *M'hoongo* en Kissuaili; *Mada* (en Sénégambie d'après Heudelot); le fruit est nommé *aboli* au Niger.

Distribution géographique. — C'est certainement l'espèce la plus répandue du genre : on la rencontre aussi bien sur la côte orientale que sur la côte occidentale, depuis le 17e parallèle nord pour la côte occidentale et depuis le 10e pour les régions plus voisines de la côte orientale (Djours, Mittous). Voici les principales localités connues : sur le Quorra (Niger, d'après Barter et Vogel); à Kombo, à Kandiafara et à Dandoum (Sénégambie, Dr Noury); au Cameroun (Barombi-Station); au Togoland (Bismarckburg), à Kamboudo et à Chichoxo (Gabon); dans tout l'État indépendant du Congo, notamment sur les rives du Kwilu (Beschuel Loesche); sur les rives du Kwango (von Mechow,

n° 505); dans l'Angola et à Pondo Andongo (Welwitsch), à Zanzibar, dans l'Ousambara et l'Ounioro, chez les Mombas, au fleuve Ougalla, à S'sabbi (pays des Bongos), chez les Mittous et chez les Djours (Schweinfurth).

D'après M. Holmwood, dans le Mozambique on trouve cette espèce jusqu'au bord de la mer, et ce sur une grande étendue de la côte.

Description. — Ce *Landolphia* est une liane de très grande taille qui grimpe jusqu'au sommet des arbres et en redescend en festons innombrables; sa tige ligneuse, glabre, couverte d'une écorce d'un brun noirâtre, parsemée de nombreuses lenticelles, peut atteindre de grandes dimensions.

Ses feuilles sont elliptiques, allongées, parfois plus ou moins ovales, arrondies à la base, obtuses à leur sommet, lequel peut se terminer par un léger mucron, glabres sur leurs deux faces, assez coriaces; elles peuvent atteindre jusqu'à 19 centimètres de longueur sur 9 centimètres de largeur, en moyenne 12 ou 13 centimètres de longueur sur 5,5 à 6 centimètres de largeur. Leur nervation est pennée, identique à celle de la plante précédemment décrite, et comprenant ordinairement neuf paires de nervures secondaires assez espacées.

Les feuilles sont portées par un pétiole court, de 1 à 1,5 centimètre, glabre.

Les inflorescences sont terminales, multiflores et, comme celles du *L. comorensis* (Boj.) K. Schum., portées par un pédoncule de 1 à 2 centimètres; j'en ai cependant vu un qui avait 8 centimètres et qui était plus ou moins recourbé, comme s'il allait se transformer en crampon.

La seule différence existant entre ces inflorescences et celles du *L. comorensis* (Boj.) K. Schum., est que celles de cette dernière plante sont glabres, alors que celles du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. sont recouvertes d'un duvet blanchâtre très distinct.

Ses fleurs sont ordinairement un peu plus grandes que celles de la plante précédemment décrite; fraîches, elles sont blanches et répandent une odeur de jasmin très agréable.

Le calice est couvert de petits poils blanchâtres; il est divisé presque jusqu'à sa base en 5 lobes assez inégaux, ovales oblongs, mesurant de 3,5 à 5 millimètres; la corolle est formée d'un tube velu, mesurant 22 à 25 millimètres de longueur, se prolongeant au sommet en 5 pétales, oblongs allongés, dont la longueur peut atteindre 40 millimètres et la largeur 6 à 10 millimètres.

Les anthères, au nombre de 5, sont situées un peu au-dessous de la moitié de la longueur du tube, dans le renflement qui occupe cette région; l'ovaire est globuleux, villeux; le style est filiforme, à stigmate fusiforme prolongé en une sorte de petit bec fendu en deux.

Les bractées qui se trouvent sur les rameaux de l'inflorescence sont petites, ovales, squameuses, couvertes de poils; elles mesurent 1 ou 2 millimètres.

Les fruits portés par cette liane sont de la dimension d'une orange, arrondis, constitués par une enveloppe coriace, épaisse de 5 millimètres, parcourue par de nombreux canaux laticifères; leur surface, de couleur jaune-citron, est creusée de nombreuses petites fossettes au fond desquelles se trouve une lenticelle; à l'intérieur de ce péricarpe, on constate une pulpe jaune dans laquelle sont noyées de nombreuses graines polyédriques qui, par suite de la pression de l'écorce, ont pris des formes, des positions ou des dimensions différentes.

La pulpe jaune est constituée par les nombreux poils gonflés de suc cellulaire qui couvrent la surface des graines.

Les graines sont brunes, à albumen blanc, de consistance presque cornée; les deux cotylédons sont gros, verdâtres, appliqués l'un contre l'autre.

Floraison. — En juillet.

Affinités. — Cette plante ne diffère du *L. comorensis* (Boj.) K. Schum. que par la présence de petits poils blanchâtres sur les rameaux de l'inflorescence, le calice et le tube de la corolle.

Usages. — Bien que ce soit le *Landolphia* le plus répandu et celui qui a été le plus de fois rencontré, c'est certainement

celui sur lequel on a publié le plus d'inexactitudes et de contradictions Ainsi d'après Soyaux, Monteiro, Merlon, Speke et Grant et d'autres, cette plante fournit un excellent caoutchouc; on a même dit qu'elle donnait la plus grande partie de la gomme élastique exportée du Congo et d'Angola; d'après d'autres, M. de Ficalho par exemple, la liane ne semble pas exploitée dans l'Angola au point de vue de son caoutchouc; le Dr Noury dit qu'en Sénégambie la plante ne fournit qu'un caoutchouc de qualité inférieure, utilisé seulement pour falsifier les bons caoutchoucs; certains affirment qu'on ne sait exactement laquelle des deux lianes fournit le bon caoutchouc de ces régions. Enfin, il en est (M. Lecomte) qui nient absolument que le *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. fournisse du caoutchouc utilisable.

M. Lecomte, le seul botaniste qui ait fait des recherches sérieuses sur les caoutchoucs d'Afrique, a extrait et coagulé lui-même le latex des diverses lianes que des indigènes lui désignaient comme fournissant de la gomme élastique; il a pu de cette façon se renseigner exactement sur la valeur des matières obtenues. De plus, il recueillit des échantillons de latex de ces lianes afin de les soumettre à l'analyse lors de sa rentrée en Europe.

Cet explorateur m'a montré la liane dont il est question ici; j'ai pu ainsi vérifier l'exactitude de sa détermination : c'est bien le *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum., ainsi que son produit, qui est une substance dure, cassante, résineuse, absolument inutilisable pour l'extraction du caoutchouc.

Je considère donc comme un fait acquis que le *L. florida* n'est pas exploité par les indigènes pour le caoutchouc qu'il fournit, mais qu'ils ajoutent son suc au produit des bonnes lianes, dans un but de fraude.

A propos de la coagulation du latex, il existe toute une série de contradictions : les uns renseignent le suc laiteux comme se coagulant immédiatement, « au point qu'il est impossible de le recueillir dans des vases »; les autres prétendent exactement l'inverse. De semblables différences ne me paraissent point pou-

voir être attribuées aux saisons, d'autant plus que M. Lecomte m'a dit que ce latex devait être bouilli jusqu'à évaporation presque complète pour que la solidification se produise.

Ce fait, que le produit du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. n'a aucune valeur, me paraît devoir attirer l'attention de ceux qui exploitent le caoutchouc; ils devront veiller soigneusement à ce que son suc ne soit pas mélangé à celui des bonnes lianes, dont il sera question plus loin.

Si le latex de ce végétal ne vaut pas grand'chose comme producteur de gomme élastique, ses fruits sont unanimement considérés comme excellents.

Les Noirs se font un vrai régal de la pulpe jaune, mucilagineuse, à saveur acide, qui entoure les graines, et les Blancs ne la dédaignent pas. Stairs, parlant du fruit d'une plante à caoutchouc (probablement de celle dont il s'agit ici), dit que c'est le meilleur des fruits qu'il a goûtés dans l'intérieur de l'Afrique.

D'après le R. P. Duparquet, à Landana les indigènes en font usage comme purgatif, lorsqu'ils sont atteints de la maladie bérienne. Speke et Grant citent le produit de cette plante (?) comme employé par les Wahiao pour faire des balles à jouer, et et ils considèrent son caoutchouc comme le plus adhésif.

Variations. — Heudelot a récolté, en 1835, à Kombo (Sénégambie), un *Landolphia*, conservé au Muséum de Paris sous le numéro 29, qui est remarquable par des inflorescences longuement pédonculées (23 à 57 millimètres) et par des feuilles relativement petites, n'ayant que 7^{cm},5 de longueur sur 4 centimètres de largeur. Ce voyageur note que la plante monte très haut, donne des fleurs blanches très odorantes et un fruit de la grosseur d'une poire de bon-chrétien, dont les naturels mangent la pulpe. Ils nomment ce végétal *mada*.

C. *Landolphia madagascariensis* (Boj.) K. Schum.

Synonymie et Bibliographie. *Vahea gummifera* Poiret; supplément à l'*Encyclopédie de Lamarck*, 1817, t. XIII.

Vahea madagascariensis (Boj.), *Hortus Mauritianus*, 1837, p. 207.

Faterna elastica Sieber, *Flora Maurit.* exs.

Tabernaemontana squamosa Smith; Sprengel, *Systema vegetabilium*, t. I, p. 689.

Vahea echites Sieb., *Flora Maurit.*, exs., n° 124.

G.-S. Perrottet, *Catalogue raisonné des plantes introduites dans les colonies françaises*. Annales de la Société linnéenne, 1824.

Encyclopedia Britannica, 1881, p. 835, lettre R.

K. Schumann, *loc. cit.*, 1893, pp. 403 et 406.

Planchon, *Produits fournis à la matière médicale par la famille des Apocynées*, Montpellier, 1894, p. 305.

Noms vulgaires. — A Madagascar, on lui donne les diverses appellations suivantes : *voua-heré*, *vâhé*, *voa-heré*, *voa-canya*, *voa-hiné*.

Distribution géographique. — Madagascar (Tamatave, Foulpointe) et île Maurice.

Description. — C'est une liane à tige ligneuse, à rameaux glabres, grisâtres, couverts de nombreuses lenticelles, à l'état adulte; sur les parties très jeunes, on aperçoit quelques poils difficiles à distinguer, tant ils sont petits.

Les feuilles sont entières, coriaces, luisantes à la face supérieure, mates et brunâtres inférieurement, absolument glabres sur les deux faces; leur forme est elliptique ou ovale, à sommet obtus ou arrondi, à base cunéiforme, s'atténuant en un pétiole assez large, surtout à son point d'attache sur la tige, mais très court (4 à 10 millimètres); nervation pennée comme toujours, comprenant 14 ou 15 paires de nervures secondaires parallèles, formant un ourlet très net sur les bords et venant s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure médiane; cette dernière est large, légèrement proéminente à la face supérieure, non canaliculée, faisant saillie du côté inférieur. Leurs dimensions

oscillent entre $6^{cm},5$ et $9^{cm},5$ pour la longueur, et $3^{cm},5$ et 5 centimètres pour la largeur.

Ses inflorescences ressemblent beaucoup à celles du *L. comorensis* var. *florida* K. Schum., mais elles comprennent un nombre de fleurs moins grand; ce sont des cymes corymbiformes, pubescentes, d'une vingtaine de grandes fleurs portées par des pédicelles de 3 millimètres. Les fleurs sont constituées par un calice divisé jusqu'à sa base en 4 ou 5 sépales carénés, plus ou moins égaux, assez larges, obtus au sommet, velus extérieurement, mesurant de $1^{mm},5$ à 2 millimètres de longueur; la corolle mesure, de la base au sommet, jusqu'à 47 millimètres; sa partie tubulaire, revêtue extérieurement de petits poils, est étroite, longue de 11 à 15 millimètres, se renflant immédiatement au-dessus du calice pour diminuer ensuite de calibre jusqu'au point de sa division en 5 pétales elliptiques, atténués à la base, arrondis au sommet, légèrement poilus sur leur portion inférieure externe, glabres sur leur moitié supérieure, bruns à sec, longs de 12 à 30 millimètres, larges de 4 à $5^{mm},5$; les étamines, au nombre de 5, sont insérées à la paroi du renflement; sacs polliniques longs de $1^{mm},5$; pistils et ovaire, pas vus.

Les fruits sont piriformes, bruns, glabres, longs de $11^{cm},5$ sur $8^{cm},7$ de large, polyspermes.

Floraison. — De mai à décembre.

Usages. — C'est, d'après tous les auteurs qui se sont occupés du sujet, cette espèce qui fournit le caoutchouc exporté de la grande île de Madagascar.

Bojer dit « qu'elle produit une très grande quantité de véritable gomme élastique, aussi bonne que celle obtenue du *Siphonia elastica* ».

Affinités. — Ce végétal rentre dans la catégorie des espèces à grandes fleurs; il s'éloigne fortement du *L. Lecomtei* A. Dew., et plus encore du groupe des *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer; son plus proche parent est le *L. comorensis* var. *florida* K. Schum., dont il a les fleurs et les inflorescences, mais dont il diffère par

ses feuilles plus petites, à nervures plus nombreuses, plus serrées, formant un ourlet très net le long des bords, enfin par ses pétales plus larges.

D. *Landolphia Lecomtei* A. Dew. (sp. nov.).

Nom indigène. — *Binntouba* (Congo français).

Distribution géographique. — Cette plante a été trouvée à Kitabi, près du Kwilu, par M. H. Lecomte; je ne la connais pas ailleurs.

Description. — C'est une liane ligneuse, à écorce glabre, d'un noir grisâtre à l'état adulte, présentant çà et là quelques lenticelles; les portions les plus jeunes de ces tiges sont revêtues de poils raides, bruns; les feuilles sont opposées, glabres sur les deux faces, même sur la nervure principale, à bords légèrement recourbés inférieurement, non ciliés; leur face supérieure est lisse, plus ou moins argentée; elles sont ordinairement elliptiques allongées, arrondies ou légèrement obtuses à la base, prolongées au sommet en un mucron parfois assez long, plus ou moins aigu, plus rarement obtus, arrondi ou émarginé; leurs dimensions maxima sont, pour l'échantillon que j'ai sous les yeux, 9 centimètres de longueur sur $3^{cm},5$ de largeur. Leur nervation est pennée, comprenant sept à treize paires de nervures secondaires, légèrement arquées, formant un ourlet assez net à une certaine distance des bords; ces nervures, la principale surtout, sont déprimées à la face supérieure et font saillie à la face inférieure; leur coloration noire fait qu'elles sont plus faciles à apercevoir du côté supérieur que du côté inférieur. Les feuilles sont pourvues d'un pétiole assez grêle, large de 5 à 6 millimètres, muni généralement de quelques poils raides. Les inflorescences sont terminales, en cyme ombelliforme, comprenant une dizaine de grandes fleurs portées par des pédicelles de 2 ou 3 millimètres; les rameaux de cette inflorescence sont articulés, couverts d'un duvet roux et munis de bractées larges et très

petites, recourbées vers le bas; sur le trajet du rameau, on observe de petites écailles poilues qui sont vraisemblablement des feuilles avortées.

Les fleurs ont ordinairement à la base du calice une bractée poilue de 4^{mm} ou $4^{mm},5$ de longueur sur $3^{mm},5$ de largeur, obtuse au sommet, à nervure médiane faisant saillie extérieurement; le calice comprend 5 sépales carénés, inégaux, poilus, ovoïdes, arrondis à la base, aigus au sommet, recourbés vers l'extérieur, longs de 5 à 6 millimètres sur $2^{mm},5$ à 4 millimètres de largeur; c'est le plus grand calice que j'aie observé chez les espèces de ce genre; corolle brune à sec, formée d'un tube mince, long de 12 à 14 millimètres, large de 2^{mm} ou $2^{mm},5$, au renflement poilu extérieurement et intérieurement dans sa moitié supérieure et s'atténuant ensuite peu à peu jusqu'aux pétales; ceux-ci sont lancéolés, atténués à la base et aigus au sommet, poilus extérieurement, glabres intérieurement, longs de 14 ou 15 millimètres, sur 4 millimètres de largeur, ce qui porte la longueur totale de cette corolle à 28 ou 29 millimètres; étamines 5, situées dans le renflement; anthères mesurant 2 millimètres de longueur; pistil long de 1 centimètre; style poilu au sommet et à la base, long de 7 millimètres; ovaire glabre, allongé, long de $3^{mm},5$ sur 1 millimètre de largeur, à une seule loge (?); je n'ai pu voir les placentas.

D'après les indications que m'a données M. Lecomte, le fruit de ce *Landolphia* est globuleux, de la grosseur d'un abricot, jaune.

Floraison. — La plante fleurit en janvier; j'ignore si elle a des crampons.

Affinités. — Cette espèce s'isole assez des autres espèces du groupe; elle est facile à reconnaître, grâce à ses grandes fleurs pourvues d'un calice relativement énorme, à ses feuilles glabres, allongées, mucronées, à nervures en gouttière à la face supérieure.

Usages. — Les indigènes mélangent son latex à celui de la ninga; j'ignore si ce *Landolphia* renferme du caoutchouc et si son fruit est comestible.

E. *Landolphia Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.

Synonymie et Bibliographie. *Willughbeia Petersiana* Klotzch, dans Peters, *loc. cit.*, p. 281.
Th. Dyer, *Report... of the Royal Gardens at Kew*, 1881, p. 42.
K. Schumann, *loc. cit.*, p. 408.
Planchon, *loc. cit.*, p. 319.
A. Engler, *Gliederung der Vegetation von Usambara und angrenzende Gebiete*, p. 55.

Noms vulgaires. — *Mtolia* ou *Mtoria* (Mombasa); *Matiere* ou *Matatubonzu* (Mozambique); *Tonda, N'tonda, Etonda* (Gabon).

Distribution géographique. — C'est, avec le *Landolphia comorensis* var. *florida* (Boj.) K. Schum., l'espèce la plus répandue; on la trouve depuis la baie de Delagoa jusqu'au Dar-es-Salam, sur la côte orientale : Delagoa-Bay (Forbes, n° 54, R. P. Junod); Zanzibar (R. P. Sacleux, Joblonsky); Mozambique (Peters); Ousambara et Dar-es-Salam (Stuhlmann); et sur la côte occidentale dans les régions suivantes : en Sénégambie, à Kombo (Heudelot, n° 27); au Gabon (R. P. Duparquet, Thollon, du Bellay), notamment à Libreville et à Denisville (S. de Brazza), sur tout le territoire de l'État indépendant du Congo, dans l'Angola (Welwitsch).

Elle varie quelque peu suivant les régions indiquées.

Description. — C'est une liane dont la tige peut atteindre jusqu'à 4 centimètres de diamètre, peut-être même davantage; son écorce est mince, d'un gris noirâtre, glabre, pourvue de lenticelles nombreuses; les jeunes rameaux sont roussâtres, par suite de la présence d'une pubescence de cette couleur.

Les feuilles sont elliptiques, obtuses au sommet ainsi qu'à la base; leur face supérieure est luisante et d'une teinte plus foncée que leur face inférieure; à l'état adulte, les deux côtés sont glabres, parfois il se trouve quelques poils sur la nervure médiane; dans leur jeunesse, elles sont revêtues de petits poils bruns; leur longueur va jusqu'à 11 centimètres, ordinairement 5 ou 6 centi-

mètres; leur largeur varie entre 1cm,5 et 3cm,4; elles sont portées par un pétiole de 5 à 10 millimètres, très peu renflé à la base, ordinairement poilu; leur nervation est pennée, comprenant un grand nombre de nervures venant s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure médiane. Celle-ci fait saillie à la face supérieure et y forme gouttière; les nervures secondaires sont visibles à la face inférieure, mais ne se voient pas ou difficilement à la supérieure.

Les inflorescences de cette espèce sont assez particulières et permettent de reconnaître facilement la plante : ce sont de grandes cymes sympodiques divariquées, poilues, comprenant de petits capitules de fleurs, placés à l'extrémité de rameaux secondaires de quelques centimètres, lesquels viennent s'attacher sur un rachis qui se continue à la base par un long pédoncule pouvant avoir jusqu'à 16 centimètres de longueur; après la floraison, ces inflorescences se transforment en crochets ligneux qui sont parfois de très grande taille. Les glomérules floraux comprennent des fleurs assez grandes, blanches, pourvues à leur base d'une petite bractée poilue, brune, longue de 2 millimètres; on observe aussi fort souvent des petites bractées à la base des rameaux de l'inflorescence; ces fleurs sont habituellement presque sessiles; certains échantillons avaient pourtant des pédicelles de 2 ou 3 millimètres de longueur; leur calice est urcéolé, revêtu de poils roux, divisé profondément en 5 sépales triangulaires, dont la longueur atteint à peu près le cinquième de la dimension du tube de la corolle, soit 2mm à 2mm,5; la corolle est en entonnoir, comme toujours, et mesure de la base au sommet jusqu'à 40 millimètres; son tube est cylindrique, glabre ou poilu extérieurement, poilu intérieurement, renflé un peu au-dessus du calice; les pétales sont assez inégaux, lancéolés, ciliés sur les bords, longs de 8 à 20 millimètres, c'est-à-dire généralement égaux ou plus petits que le tube, rarement plus longs que lui; étamines au nombre de 5; style très court (3 à 6 millimètres), stigmate oviforme, prolongé en bec, pubescent; ovaire globuleux, glabre, uniloculaire (M. Schumann, *loc. cit.*, le dessine poilu).

Griffon du Bellay indique les fruits comme étant rouges, de la grosseur d'un œuf de pigeon.

Floraison. — Inconnue.

Usages. — D'après M. Th. Dyer, cette liane fournirait une partie du caoutchouc d'Afrique; son latex se coagule difficilement, paraît-il, et pour déterminer la coagulation du caoutchouc, les Nègres ont recours à l'action de la chaleur.

Son fruit est comestible.

Variations. — Cette plante varie assez fortement, aussi présente-t-elle un nombre de formes et de variétés assez grand; parmi ces dernières, l'une des mieux caractérisées est la suivante :

F. *Landolphia Petersiana* (Kl.) Th. Dyer var. *crassifolia* K. Schum.

Synonymie. M. Schumann (*loc. cit.*, p. 408) identifie cette plante au *Landolphia senensis* ou *Willughbeia senensis* Klotzch.

Description. — C'est une plante grimpante pouvant atteindre jusqu'à 6 mètres de hauteur (Engler, *loc. cit.*), ressemblant beaucoup à la précédente; ses feuilles sont linéaires ou subovales oblongues, à base tronquée ou légèrement arrondie, *obtusément acuminées, plus coriaces* et généralement *plus grandes*; nervation pennée à nervures venant s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure principale et formant sur les bords de la feuille un ourlet bien marqué; ses fleurs sont souvent un peu plus grandes, à lobes assez inégaux; à l'état frais, elles sont blanches et répandent un parfum délicieux; ses inflorescences sont identiques à celle du *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.

Distribution géographique.—Ce *Landolphia* est connu au Gabon (à Chinchoxo, Soyaux, n° 21); à Angola (Welwitsch, n° 5927); dans la région de Mozambique, à Sena (Peters); à Zanzibar (Schmidt).

Je considère le n° 37 récolté par Monteiro à Delagoa-Bay comme devant y être également rapporté.

On doit rapprocher de cette plante le *Landolphia* du R. P. Duparquet qui se trouve dans l'herbier du Muséum de Paris avec la mention : « Gabon (plaine de Bonando, 1864, n° 1). » Ses inflorescences sont divariquées, pubescentes, assez grêles, comme celles du *L. Petersiana* de Joblonsky; ses feuilles ressemblent à celles du *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum., mais sont prolongées au sommet en un mucron très accusé ; sur les feuilles adultes, on voit encore parfois des traces de poils à la face supérieure; les nervures et les bords des feuilles sont glabres, de même que les tiges.

D'après le missionnaire qui l'a découvert, ce végétal est un arbuste sarmenteux, que les naturels appellent *donca-tonda ;* ses fleurs sont blanches et exhalent un parfum très suave; on pourrait en faire un *L. Petersiana* var. *mucronata.*

Je fais également, sous le nom de *rotundifolia,* une variété du *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer, de la liane récoltée à Zanzibar par Joblonsky (n° 23). Cette plante a des fleurs plus petites que l'espèce habituelle (corolle ayant en tout 18 à 24 ou 25 millimètres); ses feuilles sont larges, plus ou moins arrondies ou obovales, obtuses ou échancrées au sommet, parfois même légèrement mucronées, arrondies à la base, quelquefois légèrement cordées; elles sont coriaces, glabres sur leurs deux faces, à nervation différente de celle du *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer : il y a moins de nervures et celles-ci sont plus obliques. Ses inflorescences sont plus grêles, de même que les crampons qui en résultent; les dimensions de ces feuilles sont de 7 à 8 centimètres pour la longueur et de 4^{cm} à $5^{cm},5$ pour la largeur.

On doit en rapprocher le *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer récolté par le R. P. Sacleux à la côte orientale, ceux trouvés par le R. P. Duparquet à Zanzibar, en 1873, et ceux collectés par Boivin, de 1847 à 1852, à l'île Mayotte (n° 3200) et à Zanzibar, qui présentent tous les passages entre le *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer et la variété *rotundifolia ;* leurs fleurs varient entre 27 et 33 millimètres.

Résumé. — Le *Landolphia Petersiana* (Kl.) Th. Dyer paraît donc être extrêmement variable quant à la forme, la consistance et les dimensions de ses feuilles; les fleurs affectent des dimensions assez variables, de même que le pilosisme de celles-ci.

G. *Landolphia? bracteata* (*) A. Dew. (sp. nov.).

Le port de cette plante m'est inconnu; j'en ai fait la description d'après l'échantillon n° 2242 de l'herbier du Muséum de Paris, qui l'avait reçu de Kew.

Distribution géographique. — Ce *Landolphia* a été trouvé par Mann, au Old Calabar River.

Description. — C'est une liane dont les branches sont couvertes de poils bruns, même lorsqu'elles ont déjà un certain âge; ses feuilles sont opposées, elliptiques, parfois largement elliptiques, mucronées ou pointues au sommet, arrondies à la base, plus rarement un peu atténuées, à face supérieure lisse, d'un gris argenté, l'inférieure étant couverte de poils roux sur les nervures; bords légèrement recourbés, mesurant au maximum $7^{cm},5$ de longueur sur $4^{cm},2$ de largeur; leur nervation est du type penné, comprenant une nervure principale sur laquelle viennent se rattacher 6 à 8 paires de nervures secondaires couvertes inférieurement et supérieurement de poils roux, proéminentes à la face inférieure, mais donnant lieu à une légère dépression sur la face supérieure; les pétioles sont poilus, non renflés à la base, d'une longueur de 5 millimètres; les inflorescences sont terminales ou naissent à l'intersection de deux branches; elles sont portées par un pédoncule dont la longueur varie entre $2^{cm},5$ et 5 centimètres; les fleurs forment un panicule pauciflore, lâche, divariqué; ces fleurs sont grandes, du type habituel; leur calice comporte 5 sépales lancéolés, égaux, aigus au

(*) N'ayant aucune indication sur les fruits de cette plante, je la range avec doute parmi les *Landolphia*. Elle porte, à Paris, la mention *Vahea*.

sommet, arrondis à la base, carénés, couverts de longs poils bruns sur leur face externe, laquelle est un peu recourbée en dehors; leur longueur est de 6^{mm},5 à 8 millimètres; la corolle est formée d'une partie tubulaire poilue, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur, longue de 15 millimètres, large de 2^{mm},5, présentant dans sa moitié supérieure un renflement; les pétales sont plus ou moins obtus au sommet, longs de 17 millimètres, donc d'une taille un peu plus considérable que celle du tube; la portion renflée du tube loge 5 anthères, attachées comme toujours à la paroi par un très court filet; l'ovaire est très petit, globuleux, couvert sur la plus grande partie de sa surface de longs poils qui en cachent complètement le sommet; il a environ 1 millimètre de longueur; au voisinage de chaque fleur, de même qu'à la base des inflorescences, on trouve des bractées, généralement au nombre de 2, dont les dimensions varient entre 6^{mm},5 et 8 millimètres.

Remarque. — Cette espèce est remarquable par ses grandes bractées, recourbées, couvertes de poils bruns, ses feuilles velues assez grandes.

2° Landolphia à petites fleurs et à grandes feuilles.

Cette catégorie comprend les espèces suivantes :

A. *L. lucida* K. Schum.
B. *L. senegalensis* (D. C.) Radlk.
C. *L. owariensis* Pal. de Beauv.
D. *L. Heudelotii* D. C.
E. *L. tomentosa* (Lep.) A. Dew.
F. *L. Traunii* Sadeb.
G. *L. Michelinii* Benth.

A. *Landolphia lucida* K. Schum. (sp. nov.).

Distribution géographique. — Cette espèce a été trouvée à Mukenge (Congo, Kassaï), par Pogge (n° 1038 et n° 1236), en 1882.

Nom indigène. — *Tubulo-bulo.*

Description. — C'est une liane ligneuse, grimpante, à écorce brune ou grise, glabre, parsemée de lenticelles blanches; ses feuilles sont elliptiques, généralement obtuses au sommet, parfois légèrement mucronées, cordiformes à la base, plus ou moins transparentes, brunes ou vertes à la face supérieure, plus pâles inférieurement, glabres sur les deux faces; leurs dimensions varient entre 8 et 10 centimètres de longueur moyenne (6 à 13 centimètres comme dimensions extrêmes), sur 4 ou 5 centimètres de largeur, sans aller au-dessous de $2^{cm},5$ et au-dessus de $6^{cm},5$; leur nervation est pennée, à nervures secondaires peu nombreuses (8 à 10 paires), légèrement arquées, formant un ourlet sur les bords de la feuille; le pétiole de ces feuilles a de 5 à 7 millimètres, il est parfois assez épais.

Les inflorescences sont lâches, terminales, en panicule, pourvues d'un pédoncule de 35 à 65 millimètres de longueur qui, plus tard, se transforme en crochet; les fleurs sont grandes, d'un brun-noir à sec, mais blanches et odorantes lorsqu'elles sont vivantes, glabres de même que les petits rameaux de l'inflorescence; calice glabre, à dents lancéolées aiguës, longues de $1^{mm},5$ à 2 millimètres; corolle pourvue d'un tube glabre, long de 6 millimètres, se divisant au sommet en 5 pétales glabres, très étroits, linéaires, de 8 ou 9 millimètres de longueur; la fleur entière mesure parfois jusqu'à 2 centimètres. Les étamines sont longues de 2 millimètres et se trouvent à 9 millimètres de la base; le pistil comprend un style de 11 à 12 millimètres, surmonté d'un stigmate de $1^{mm},5$, et un ovaire de 1^{mm} à $1^{mm},5$, glabre; ses fruits sont brun foncé ou d'un vert rougeâtre.

Résumé. — C'est une liane bien caractérisée par ses feuilles brillantes cordées à la base, assez grandes, glabres; par ses inflorescences glabres, longuement pédonculées, par son tube corollaire mince, auquel sont attachées les étaminesà une assez grande distance de sa base.

Usages. — Cette plante est mentionnée comme donnant du caoutchouc; ses fruits sont comestibles.

B. *Landolphia senegalensis* (D. C.) Radlk.

Synonymie et Bibliographie. *Vahea senegalensis* (D. C.); A. de Candolle, *Prodrome*, t. VIII, p. 328.

Radlkofer, *Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen*, VIII Bd, 1883, p. 394.

Schumann, *loc. cit.*, p. 406.

Noms indigènes. — *Tol, Toll* ou *Tohl,* en Sénégambie; peut-être est-ce lui que l'on désigne dans le Haut-Niger, chez les Bambaras, sous le nom de *Goé* ou de *Laré.*

Distribution géographique. — On ne connaît guère ce végétal qu'en Sénégambie, où il a été trouvé par Perrottet et Heudelot, en Gambie et au Sénégal (Leprieur).

Description. — C'est une liane à rameaux glabres, couverts de petites lenticelles ponctiformes; ses feuilles sont ovales oblongues, arrondies ou obtuses à la base, obtuses ou prolongées en un mucron plus ou moins prononcé au sommet; assez coriaces, glabres sur les deux faces, luisantes sur la supérieure, mates inférieurement; leur nervation est pennée, comprenant 8 à 16 paires de nervures secondaires peu courbées, s'insérant obliquement sur la nervure médiane; nervures marginales très rapprochées des bords, ne formant pas un ourlet bien net; le système des nervures est très visible, aussi bien à la face inférieure qu'à la face supérieure, il est glabre; la nervure médiane forme plus ou moins gouttière à la face supérieure ou est au niveau de l'épiderme; ces feuilles mesurent de 10 à 12 centimètres de longueur sur 4^{cm} à $5^{cm},5$ de largeur; leur pétiole atteint environ 1 centimètre, il est glabre.

Les inflorescences de cette espèce sont des cymes terminales, parfois situées entre deux rameaux, lâches, quelquefois condensées, pubescentes, ordinairement plus longuement pédonculées que celles du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. ou du *L. owariensis* Pal. de Beauv., auxquelles elles ressemblent : j'ai en effet mesuré pour certains de ces pédoncules jusqu'à $8^{mm},5$

de longueur; généralement ces inflorescences sont plus courtes que les feuilles; les fleurs sont d'un jaune orangé à sec, portées par un pédicelle; elles sont rassemblées, relativement en petit nombre, au sommet des branches tertiaires; les crochets de cette plante sont parfois très longs, j'en ai vus qui atteignaient 40 centimètres; le calice est très petit, profondément divisé en 5 lobes elliptiques, obtus au sommet, poilus extérieurement, longs de 1mm,5 à 2 millimètres; le tube de la corolle est mince, renflé très légèrement vers sa partie médiane, poilu extérieurement, long de 6 à 12 millimètres sur 1mm,5 de largeur; pétales elliptiques, arrondis ou obtus au sommet, atténués à la base, légèrement ciliés sur les bords, longs de 9 à 11 millimètres, égaux ou presque égaux au tube; de la base au sommet, la corolle mesure parfois 22 millimètres; étamines 5; anthères fixées aux parois du tube par un court filet, longues de 1mm,5; ovaire pileux autour du vertex; fruit peu connu.

L'une des plantes de l'herbier de Paris possédait un fruit glabre, à péricarpe épais, long de 3cm,5, et l'échantillon de *L. senegalensis* D. C. récolté au Sénégal par Perrottet, qui figure dans l'herbier Boissier, possède un fruit qui m'a paru être adulte : c'est une baie de forme ellipsoïde, à surface rugueuse, noirâtre avec marbrures brunes, comprenant un péricarpe épais, coriace, à l'intérieur duquel se trouve une pulpe englobant un petit nombre de graines; ses dimensions étaient de 5cm,5 de longueur sur 3cm,8 de largeur.

Résumé. — Cette espèce est bien caractérisée par ses feuilles assez grandes, mais toutefois de taille plus réduite que celles des *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum. et *L. owariensis* Pal. de Beauv., par ses inflorescences ressemblant, dans les formes condensées, à celles du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum., mais comportant des fleurs plus petites que celles de la première espèce, alors qu'elles sont plus grandes que celles de la deuxième et à tube moins large.

Affinités. — Le *L. senegalensis* D. C. prend place entre les *L. owariensis* Pal. de Beauv. et *L. comorensis* var. *florida* K. Schum., tout en étant très distinct des deux.

Usages. — D'après Baucher, c'est ce *Landolphia* qui fournit la majeure partie du caoutchouc de Cazamance, du Rio-Nuñez, de Sierra-Leone et peut-être même du Gabon; on exploite leur latex en sectionnant les lianes, le suc laiteux s'écoule alors avec rapidité. C'est à la fin de l'hivernage que l'écoulement est le plus abondant; chaque plante peut, dit-on, fournir 3 ou 4 kilogrammes de caoutchouc.

M. Raoul a indiqué sa racine, désignée sous le nom de *tiojoutiopti*, comme utilisée en infusion contre l'uréthrite. Corre et Lejeanne appellent cette racine *tiorh* et l'indiquent comme employée à titre d'excitant génésique.

C. *Landolphia owariensis* Pal. de Beauv.

C'est la première espèce du genre qui fut décrite d'une façon convenable; sa description date de 1804, époque à laquelle Palissot de Beauvois la publia dans sa *Flore d'Oware et de Benin* (p. 54 et tab. XXXIV); elle fut ensuite décrite dans A. de Candolle, *Prodrome*, t. VIII, p 320.

Hooker, *Flora Nigritiana*, p. 443.

Jardin, *Aperçu sur la Flore du Gabon*, p. 68.

K. Schumann, *loc. cit.*, p. 409.

Sprengel, *Systema vegetabilium*, t. I, p. 669, sous le nom de *Paederia owariensis*.

Noms indigènes. — *Mvoochi* (embouchure du Congo); *Ninga*, (Congo français); *Malumba* (lac Jossanga, Congo français); *N'dembo* (Gabon). Baucher indique avec doute le terme *Madd*.

Distribution géographique. — A l'intérieur du royaume d'Oware (Pal. de Beauv.), Togoland (Buttner, à Bismarckburg), à Sierra-Leone (Don), au Gabon (Griffon du Bellay), au Congo (Phillips), à Angola (Welwitsch) et chez les Djours (Schweinfurth).

Description. —C'est une liane ligneuse, dont la tige, couverte de poils dans sa jeunesse, est glabre à l'état adulte, pourvue de lenticelles nombreuses; elle porte des feuilles elliptiques-allongées, arrondies à la base, à sommet aigu ou se prolongeant assez

souvent en un petit mucron arrondi, coriaces, glabres, mesurant en moyenne 10 centimètres de longueur sur $3^{cm},5$ à 5 centimètres de largeur; leur nervation est pennée, à nervures secondaires au nombre de 10 à 12, un peu arquées, mais non obliques, glabres; les pétioles ont de 7 à 8 millimètres, sont glabres ou couverts de poils roux. Palissot de Beauvois figure pour sa plante des inflorescences terminales en panicules corymbiformes lâches, assez longuement pédonculées; les échantillons que j'ai vus avaient des inflorescences moins lâches, plus serrées et moins longuement pédonculées; elles étaient souvent presque sessiles, placées entre les deux dernières feuilles ou à l'aisselle de deux rameaux, et présentaient quelques poils sur les petits rameaux.

Les fleurs sont très petites, à calice relativement grand, pourvu de sépales ovales-arrondis, carénés, mesurant 3 à 4 millimètres de longueur sur 2 à 3 millimètres de largeur; la corolle comprend un tube très large, qui atteint sa largeur maximum (2 millimètres) sous les pétales, mais qui, par contre, n'a que 5 ou 6 millimètres de longueur; ses pétales ont de 3,5 à 5 millimètres, ils sont brun foncé à sec, blancs à l'état frais; le calice, la partie interne et externe du tube de la corolle, ainsi que la portion externe des pétales, sont pubescents; étamines 5, situées dans la partie renflée du tube de la corolle; pistil 1, comprenant un style filiforme, court, terminé par un stigmate ovoïde se prolongeant en un bec bifide; ovaire globuleux, tomenteux supérieurement; le fruit est une baie charnue, presque sphérique, déprimée, uniloculaire, polysperme; graines peu nombreuses, ovales, aplaties, attachées à un axe central (Pal. de Beauv.); de petites bractées brunes, très poilues, longues de 2 à 3 millimètres, sont mélangées aux fleurs.

Résumé. — Cette espèce se reconnaît facilement à ses grandes feuilles glabres, à ses petites fleurs dont le tube est large et pubescent; elle présente certainement plusieurs variétés, mais les matériaux que l'on possède jusqu'à présent ne sont pas suffisants pour en permettre la description.

Usages. — Plusieurs botanistes et collecteurs signalent cette liane comme étant une plante à caoutchouc (Lecomte, Griffon du Bellay, Welwitsch, Schweinfurth). On la rencontre dans l'herbier de l'Exposition coloniale de la marine de France, sous le nom de *Vahea senegalensis*, comme produisant la gomme élastique de l'Ogooué; ses fruits sont comestibles, les Djours s'en servent pour fabriquer des boissons rafraichissantes.

Remarques. — Le Ministère de l'État indépendant du Congo envoya un jour au Jardin botanique un produit obtenu, par précipitation au moyen d'alcool, du latex provenant d'une liane nommée *Malumba*, dont il joignait des feuilles. Ayant analysé le produit, je reconnus que ce n'était ni de la gutta-percha ni de la balata, mais un caoutchouc mêlé à une très forte proportion de résines et de matières grasses, autrement dit un caoutchouc inexploitable.

Les feuilles sont à très peu près celles du *L. owariensis* Pal. de Beauv., ce qui, étant donné l'absence de fleurs, me la fit considérer comme une variété de cette espèce. Depuis, j'ai eu l'occasion de voir son fruit, qui est une masse énorme, grosse comme une noix de coco, très dure, ovale, noire. — Parmi les plantes rapportées du Congo français par M. Lecomte, se trouvait une liane, appelée *Zaou* par les naturels, laquelle me parut être la liane *Malumba* du Congo; malheureusement la plante n'était pas en fleurs.

Cette liane *Malumba* est-elle une variété à gros fruits du *L. owariensis* Pal. de Beauv., ou est-elle une espèce très voisine de ce *Landolphia?* C'est ce que, actuellement, il m'est encore impossible de dire; je compte recevoir bientôt des matériaux plus complets qui me permettront de résoudre la question.

La solution de ce point a d'autant plus d'importance que ces deux végétaux, en apparence si semblables, fournissent, l'un un excellent caoutchouc, alors que l'autre ne mérite pas d'être exploité pour le caoutchouc qu'il donne, mais constitue, parait il, une matière isolante de grande valeur. Elle a été vendue de 6 à 14 francs le kilogramme, actuellement elle vaut 8 francs.

D. *Landolphia Heudelotii* D. C.

BIBLIOGRAPHIE. A. de Candolle, *loc. cit.*, p. 330.
Dr Noury, *Contribution à la Flore du Foutah-Djallon*, ARCHIVES DE MÉDECINE NAVALE, 1889, t. I, p. 309.
K. Schumann, *loc. cit.*, p. 407, tab. XII, fig. B.
Planchon, *loc. cit.*, p. 312.

NOMS INDIGÈNES. — *Toll* (Heudelot) et *Madd* au Diander (A. de Candolle).

DISTRIBUTION GÉOGRAPHIQUE. — Trouvée par Heudelot à Cazamance et au Rio-Nuñez (Sénégambie, n° 606), découverte depuis à Bismarckburg (Togoland), chez les Djours et au Bahr-el-Ghazal (Schweinfurth), enfin au Foutah-Djallon (Dr Noury).

DESCRIPTION. — Cette belle espèce, bien caractérisée, est une liane ligneuse, grimpant à l'aide des pédoncules de ses inflorescences transformées en crochets comme dans beaucoup d'autres espèces du genre; ses rameaux adultes sont pileux, d'un brun-noir, parsemés de lenticelles blanches, nombreuses; les jeunes sont revêtus d'un duvet velouté brun-roux, très abondant; ses feuilles sont coriaces, elliptiques, arrondies ou cunéiformes à la base, s'atténuant en une sorte de mucron arrondi ou plus ou moins aigu au sommet; glabres sur leurs deux faces, excepté sur les nervures qui parfois présentent quelques poils, ciliées sur les bords qui sont recourbés, luisantes en dessus, mates en dessous. D'après les dimensions des feuilles, on peut distinguer deux formes, l'une où ces organes ont une longueur de 8 centimètres de longueur sur 33 millimètres de largeur, en moyenne 7cm,2 de longueur sur 26 millimètres de largeur; l'autre, où elles atteignent des dimensions plus considérables, parfois 14 centimètres de longueur sur 5 à 5,5 de largeur, en moyenne 10 centimètres de long sur 4 à 4,5 de large; leur nervation est pennée, comprenant de huit à douze nervures saillantes à la face inférieure, légèrement enfoncées et roussâtres à la face supérieure, ce qui les rend difficiles à apercevoir, formant un

ourlet sur les bords ; ces nervures tantôt semblent glabres, d'autres fois sont poilues inférieurement et même supérieurement ; les pétioles sont plus ou moins couverts de poils, ils atteignent une longueur de 4 à 7 millimètres ; les inflorescences sont velues, compactes, constituées par un assez grand nombre de petites fleurs groupées en une cyme corymbiforme ; le pédoncule de l'inflorescence est assez long (2 à 4 centimètres), couvert ainsi que les pédicelles de poils roussâtres ; après la floraison, les inflorescences s'allongent en crochets qui peuvent avoir de très grandes dimensions ; les fleurs sont petites, d'un brun très foncé à sec, faiblement pédicellées ; calice velu, petit, profondément divisé en 4 ou 5 lobes ovales, coriaces, inégaux, mesurant de 2^{mm} à $2^{mm},5$ de longueur ; corolle comprenant une partie tubuleuse très large dans toute son étendue, se rétrécissant brusquement sous les pétales, pourvue extérieurement et intérieurement de poils ; sa longueur varie entre 7 et 9 millimètres ; sa largeur est, à la base, de 1 millimètre, au milieu, de 3 millimètres, et à l'étranglement, de $1^{mm},5$; les pétales sont coriaces, pubescents sur leur face externe, elliptiques, obtus au sommet, mesurant de 6 à 7 millimètres de longueur sur $1^{mm},5$ de largeur, donc plus courts que le tube ; de la base au sommet, la corolle mesure 16 millimètres au maximum ; étamines 5, constituées par des anthères de $1^{mm},5$ de longueur, attachées vers la partie médiane du tube par un filet très court ; pistil long de $3^{mm},5$, comprenant un ovaire poilu, globuleux, de moins de 1 millimètre ; style avec stigmate ovoïde à bec fendu, long de $2^{mm},5$.

Les fleurs sont entremêlées de petites bractées brunes, lancéolées, aiguës, poilues, mesurant 1 à 2 millimètres de longueur.

M. Schweinfurth a donné des fleurs vivantes la description suivante : les bractées, les bractéoles et les pédicelles sont de couleur rouille et couverts de poils mous ; le calice est jaune-brun ; le tube de la corolle et la partie inférieure des pétales sont d'un jaune de cire, les extrémités blanches et la partie interne des pétales d'un blanc pur ; les anthères sont d'un jaune de Crocus, le stigmate jaunâtre, brun inférieurement.

Le fruit est une baie globuleuse polysperme, à péricarpe dur, ligneux, dont la surface est glabre, recouverte d'un enduit blanc, et parsemée de lenticelles blanches; ses dimensions varient entre 26 et 33 millimètres de diamètre; un des échantillons récoltés par Heudelot (Herb. du Mus. de Paris) présentait des jeunes fruits; ils étaient globuleux, noirs, recouverts de poils roux.

Usages. — Le Dr Schweinfurth indique ses fleurs comme ayant une odeur forte de lilas, ce qui permettrait probablement de les utiliser pour la fabrication de parfums; son fruit est comestible et employé par les Djours pour la confection d'une limonade. Ce même auteur a également indiqué cette espèce comme fournissant du caoutchouc.

Planchon la mentionne, d'après Baucher, comme ne donnant qu'un produit poisseux sans valeur; d'autre part, le Dr Noury affirme que c'est ce végétal qui fournit le caoutchouc des Rivières du Sud (Sénégambie), mais je pense que ce qu'en dit cet auteur se rapporte au *L. senegalensis* D. C.; la description qu'il en donne n'est pas suffisante pour qu'on puisse avoir une certitude à ce sujet. Les Noirs du Sénégal considèrent son fruit comme fébrifuge.

Affinités. — Le *L. Heudelotii* D. C. présente les plus grandes affinités avec le *L. owariensis* Pal. de Beauv., il s'en distingue par un pilosisme plus grand de ses divers organes, par ses feuilles souvent munies de poils sur les nervures de la face inférieure, par ses inflorescences plus longuement pédonculées, ses fleurs plus grandes, à tube large dans toute son étendue; d'autre part, il est allié si étroitement aux *L. Michelinii* Benth. et *L. Traunii* Sadeb. que je suis porté à croire que ces végétaux en sont de simples variétés. Des matériaux suffisants manquent encore pour permettre de trancher la question, c'est pourquoi je les laisse à l'état d'espèce.

E. *Landolphia Michelinii* Benth.

Bibliographie. Hooker, *loc. cit.*, 1849, p. 444.
Radlkofer, *loc. cit.*, p. 396.
K. Schumann, *loc. cit.*, p. 408.

Distribution géographique. — Sénégambie; communiqué à Bentham par Michelin. M. Radlkofer a déterminé le n° 491, récolté au Sénégal par Perrottet, comme étant le *L. Michelinii* Benth.; il ajoute toutefois que, par suite de la description insuffisante qui en a été donnée, il ne peut la rapporter avec complète certitude.

Description. — On ne connaît de cette plante que les deux ou trois lignes de description qu'en a données Hooker et que voici : rameaux et partie inférieure des feuilles velutino-pubescentes, cymes denses, presque sessiles, anthères fixées au milieu du tube de la corolle. Fleurs presque identiques à celles du *L. owariensis* Pal. de Beauv.

Affinités. — Cette plante est trop insuffisamment décrite pour qu'on puisse en dire quelque chose de certain; par quelques caractères ce semble être un *L. Heudelotii* D. C., par d'autres, c'est un *L. owariensis* Pal. de Beauv.; provisoirement je la laisse à l'état d'espèce extrêmement voisine du *L. Heudelotii* D. C., dont elle se distingue surtout par sa villosité. M. Schumann considère le *L. Michelinii* Benth. comme identique au *L. Heudelotii* D. C., ce qui pourrait bien être. L'herbier Boissier possède sous le n° 491 une plante récoltée au Sénégal par Perrottet et étiquetée *L. Michelinii* Benth.; elle offre tous les caractères du *L. Heudelotii* D. C., mais a des feuilles très poilues, plus poilues que celles de la plante décrite ci-dessous comme *L. Traunii* Sadeb.

F. *Landolphia Traunii* Sadeb.

BIBLIOGRAPHIE. K. Schumann, *loc. cit.*, p. 406.

DISTRIBUTION GÉOGRAPHIQUE. — Petit Popo (à Kombo, Heudelot) et Bocande (Cap-Vert).

DESCRIPTION. — M. Schumann place cette plante dans le voisinage immédiat du *L. Heudelotii* D. C.; si on la compare à cette espèce, on remarque qu'elle lui ressemble extraordinairement; les feuilles ont mêmes formes et mêmes dimensions, la présente espèce les a seulement un peu plus poilues; les inflorescences sont du même genre, avec pédoncules de 3 à 4 centimètres de longueur; celles du *L. Traunii* Sadeb. sont cependant moins lâches, beaucoup plus condensées, à fleurs brunes, beaucoup plus nombreuses et plus petites que celles du *L. Heudelotii* D. C.; le tube de la corolle présente son renflement sous les pétales; l'ovaire est pileux, le fruit est inconnu. Je rapporte au *L. Traunii* Sadeb. une plante de l'herbier du Muséum de Paris, trouvée par Heudelot à Kombo; cet échantillon présente des feuilles de même forme et de mêmes dimensions que celles du *L. Heudelotii* D. C. à petites feuilles; sa tige est très poilue, ses feuilles sont elliptiques, arrondies à la base, prolongées en un mucron obtus au sommet; face supérieure luisante, glabre à l'exception des nervures, face inférieure fortement velue; nervation pennée, nervures secondaires assez nombreuses, non arquées, obliques, formant un ourlet bien net sur les bords; pétiole poilu. L'échantillon n'avait pas de fleurs, mais portait des fruits noirs, recouverts d'une matière blanchâtre, leur longueur était de 3 à 4 centimètres. Je considère aussi comme *L. Traunii* Sadeb. la plante cataloguée dans l'herbier Barbey-Boissier, Cap-Vert (San Iago), n° 1848, Bocande.

REMARQUES. — Le *L. Traunii* Sadeb. me paraît n'être qu'une variété du *L. Heudelotii* D. C.

G. *Landolphia tomentosa* (Lep.) A. Dew.

Synonymie et Bibliographie. *Vahea tomentosa*, Leprieur (manuscrit).
F. Baucher, *Étude sur les arbres à caoutchouc de la Sénégambie*. Bull. Soc. géogr. et commerciale de Bordeaux, 7 et 21 juillet 1884.
Planchon, *loc. cit.*, p 306.
Sambuc, *Contribution à l'étude de la flore et de la matière médicale de la Sénégambie*. (Thèse de pharmacie, Montpellier, 1887.)

Noms vulgaires. — Leprieur indique le mot *tol*.

Distribution géographique. — Trouvée par Leprieur dans le pays de M'boro (Sénégambie) en 1826; d'après Sambuc (cité par Planchon), cette espèce occuperait une bande littorale comprenant la Petite-Côte, de Joal à Rufisque, la région du Diander à la base de la péninsule du Cap-Vert, et enfin la région des Niayes, ligne d'étangs qui suit la côte depuis le Cap-Vert jusqu'à proximité de l'embouchure du Sénégal ; on la dit aussi abondante dans la Gambie et dans tout le Soudan.

Description. — Cette espèce est intermédiaire entre le *L. Traunii* Sadeb. et le *L. Kirkii* Th. Dyer; c'est une liane ligneuse dont les tiges sont fortement poilues, même à l'état adulte, pourvues de rameaux rugueux, d'un gris cendré, recouverts d'une écorce rougeâtre sur la section ; ses feuilles ressemblent assez à celles du *L. Kirkii* Th. Dyer, elles sont elliptiques, ou plus ou moins arrondies, obtuses ou presque arrondies au sommet, parfois prolongées en un mucron d'une certaine longueur; base arrondie, jamais atténuée; elles sont luisantes à la face supérieure et pourvues de quelques poils, mais très fortement velues à la face inférieure; leurs dimensions oscillent entre $5^{cm},5$ et $7^{cm},5$, comme longueur moyenne, sur 26 à 40 millimètres de largeur, mais peuvent atteindre $9^{cm},5$ de longueur sur 4 ou $4^{cm},4$ de largeur ; leur nervation est pennée, à nervures proéminentes à la face inférieure, poilues sur leurs deux côtés ; les nervures secondaires, au nombre de 6 ou 7 paires, sont peu arquées, légèrement obliques par rapport à la nervure primaire, formant un ourlet assez

net, mais loin des bords; les inflorescences sont tantôt compactes, multiflores, tantôt rameuses comme celles du *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer, en général assez longuement pédonculées; les fleurs sont petites, assez différentes de celles du *L. Kirkii* Th. Dyer, mesurant de la base au sommet 18mm à 19 millimètres; le calice est profondément divisé en quatre ou cinq pièces assez inégales, longues de 3mm,5 à 4 millimètres, fortement poilues extérieurement, lisses intérieurement, carénées, elliptiques, à sommet plus ou moins arrondi; corolle très brune à sec, formée d'un tube velu, présentant à sa base un petit renflement de 1mm,5 de largeur, ensuite son calibre se rétrécit et finit par se réduire à 1 millimètre de largeur environ; vers la moitié de ce tube se trouve un nouveau renflement très long, s'étendant depuis l'extrémité du calice jusqu'en dessous des pétales où il s'atténue sans s'étrangler; ce tube a 6 à 7 millimètres, parfois 11 millimètres; les pétales sont lancéolés, velus extérieurement, longs de 4mm,5 à 5 millimètres; les bractées sont petites, poilues, longues de 2mm à 3mm,5.

Usages. — Il paraît que cette espèce donne une grande partie du caoutchouc du Sénégal. Son fruit possède un goût acidule, il est vendu sur les marchés, à la fin de l'hivernage, pour la consommation des Noirs.

Habitat. — Le *L. tomentosa* (Lep.) A. Dew. affectionne tout particulièrement les ravins, la terre noire, argilo-sablonneuse, riche en sels de fer; l'humidité semble lui être absolument indispensable.

Affinités. — Ce végétal est très voisin du *L. Traunii* Sadeb.; il ne ressemble point au *L. senegalensis* D. C., qui est glabre dans toutes ses parties, a des feuilles plus longues mais à peu près de même forme, des inflorescences plus lâches, à fleurs plus grandes. Elle tient un peu par ses feuilles du *L. Kirkii* Th. Dyer, mais en diffère par ses fleurs.

Je rapporte au *L. tomentosa* (Lep.) A. Dew. une plante de l'herbier du Muséum de Paris, récoltée à Zanzibar par le R. P. Sacleux.

3° Landolphia à petites fleurs et à petites feuilles.

Cette catégorie comprend les espèces suivantes :

A. *L. Kirkii* Th. Dyer.
B. *L. angustifolia* K. Schum.
C. *L. Thollonii* A. Dew. (sp. nov.).
D. *L. parvifolia* K. Schum.
E. *L. crassipes* Radlk.
F. *L. capensis* Oliv.

A. *Landolphia Kirkii* Th. Dyer.

Synonymie et Bibliographie. *Landolphia elastica* (Kl.) Vike; ou *Vahea elastica*, Kl., manuscrit.

Landolphia Kirkii Th. Dyer, *Report... of the Royal Gardens at Kew*, 1881, p. 39.

K. Schumann, *loc. cit.*, p. 408, avec fig. p. 404 (A. C. D. E.).

Planchon, *loc. cit.*, p. 318.

Noms vulgaires. — *M'pira* (Dar-es-Salam); *matere, matire* ou *mtiri* dans le Mozambique.

Distribution géographique. — Ce végétal n'a été signalé, à ma connaissance, que dans les régions suivantes de la côte orientale : Usambara (Stuhlmann), Dar-es-Salam, Zanzibar, Mozambique (Peters, Kirk); elle est particulièrement abondante dans la vallée du Zambèse, presque dès son delta, jusqu'aux terres du Louabo (Marramero) et surtout dans la vallée de Chupanga où elle fut observée par le Dr Kirk ; les spécimens du Dar-es-Salam ne sont pas complètement identiques à ceux des autres régions.

Description. — Liane dont la tige peut atteindre des dimensions assez considérables, puisqu'il en existe un fragment au musée de Berlin qui a 3 centimètres de diamètre.

Les caractères communs à tous les *Landolphia* pouvant être rangés sous le nom de *L. Kirkii* sont : d'avoir les rameaux jeunes couverts de petits poils brunâtres, ce qu'ils n'ont plus à l'âge adulte; de présenter sur les rameaux, ainsi que sur les fruits, de petites lenticelles rosées; de posséder des feuilles elliptiques

assez allongées, plus ou moins aiguës au sommet, parfois mucronées, cunéiformes à la base; leur nervation est pennée, comprenant des nervures secondaires peu arquées, assez nombreuses (12 ou 14 paires), qui viennent s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure principale; cette dernière fait saillie à la face inférieure, elle est tantôt glabre, tantôt poilue, suivant les formes; leurs dimensions, pour la forme du Mozambique, sont au maximum de 5^{cm},5 de longueur, sur 20 millimètres de largeur; les pétioles sont minces, non renflés à la base, poilus, longs de 3 à 4 millimètres; les inflorescences sont des cymes corymbiformes, compactes, tantôt assez courtement pédonculées, d'autres fois assez longuement, couvertes de poils bruns; les fleurs comprennent un calice très petit, poilu, mesurant de 1^{mm} à 1^{mm},5; la corolle entière a 5^{mm},5 ; la partie tubulaire, longue de 2 millimètres, est renflée en dessus du calice; les pétales sont lancéolés, brun-rouge à sec, glabres, ciliés sur les bords, longs de 3 à 4 millimètres; les bractées florales sont très petites.

Les fruits sont des sortes de baies globuleuses ou ellipsoïdes, à surface noire à sec, parsemée de lenticelles, dont la taille est de 2 à 4 centimètres de diamètre; ils renferment de nombreuses graines convexes, un peu aplaties sur l'une de leurs faces, dont le tégument est garni d'une multitude de poils. M. Schumann fait observer que dans cette espèce les cotylédons ne se distinguent pas de l'albumen comme chez le *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum.; leurs graines sont formées d'une masse homogène qui présente à son extrémité un très petit embryon.

Remarques. — Le *Landolphia Kirkii* Th. Dyer, de Dar-es-Salam, a des feuilles plus longues et plus étroites, parcourues par un plus grand nombre de nervures ; elles mesurent de 7 à 8 centimètres de longueur sur 2^{cm},6 à 3^{cm},5 de largeur; leur pétiole a 4 à 5 millimètres.

J'ai reçu de M. Junod, missionnaire à Delagoa-Bay, une plante avec fruits arrivés à maturité complète. Ce végétal se rapproche si fortement du *L. Kirkii* Th. Dyer que, sans certaines particularités spéciales, je l'identifierais à la forme à petites feuilles du Mozambique.

Comme les fleurs sont un peu plus grandes (de 7^{mm},5 à 9^{mm},5), les feuilles plus petites (4^{cm},5 de longueur sur 10 à 17 millimètres de largeur), et que ses fruits ne correspondent point à la description qui en a été donnée par M. Schumann, j'en fais une variété sous le nom de *L. Kirkii* var. *Delagoensis*. Son fruit est une sorte de baie piriforme, longue de 6 centimètres, large de 5 à 6 centimètres, à péricarpe épais (3^{mm} à 3^{mm},5), coriace, brun à la maturité, parsemé de nombreuses lenticelles, qui renferme une dizaine de grosses graines. Celles-ci sont pourvues d'un revêtement pileux, jaune orangé, gorgé de suc, qui forme une pulpe où les graines semblent nager; la saveur de cette pulpe est acide. Les graines sont assez inégales, ordinairement elliptiques, fortement aplaties sur un de leurs côtés, longues de 22 millimètres sur 15 millimètres de largeur et 7 millimètres de hauteur; elles sont constituées par un albumen corné, blanc, de deux pièces, dont les bords sont irrégulièrement plissés; entre les deux valves de cet albumen se trouvent l'embryon et les deux cotylédons. L'embryon est placé à l'une des extrémités de la graine, il est très petit. Les cotylédons sont deux grandes lames minces, à nervation pennée, tapissant dans toute leur étendue les parois de l'albumen dont elles se distinguent très bien par leur teinte brunâtre.

Usages. — Le Dr Kirk renseigne le *L. Kirkii* Th. Dyer comme donnant le meilleur et le plus abondant caoutchouc de *Landolphia*. Son latex se coagule, paraît-il, sur la plaie; aussi les indigènes doivent-ils tirer la masse solidifiée et enrouler autour d'elle les filaments de gomme qui continuent à sortir. M. Gabor dit, à propos de cette espèce, que c'est elle qui fournit le *pink rubber* (caoutchouc rose) des Anglais, et qu'elle est la liane préférée dans l'Ouganda.

Affinités. — Le *L. Kirkii* Th. Dyer a les rapports les plus étroits avec les espèces dont la description va suivre, et beaucoup de points de ressemblance avec le *L. Heudelotii* D. C. et les espèces avoisinantes.

B. *Landolphia angustifolia* K. Schum.

Bibliographie. A. Engler, *Ueber die Gliederung der Vegetation von Usambara*, p. 34.

K. Schumann, *Notizblatt des Königl. botanischen Gartens und Museums zu Berlin*, 1895, n° 1, p. 25.

Distribution géographique. — Usambara, à Mizozue (Holst, n° 2220); fréquent dans les broussailles des terres fertiles.

Noms indigènes. — *Mtole.*

Description. — C'est un arbuste dressé, de 4 mètres de hauteur, pourvu de branches peu nombreuses, étalées, recouvertes d'une écorce grise parsemée de nombreuses lenticelles; les jeunes rameaux sont garnis d'une pubescence brune ou ferrugineuse qui disparait lorsqu'ils sont arrivés à l'âge adulte. Feuilles petites, à limbe lancéolé ou lancéolé-oblong, dont le sommet est aigu ou légèrement obtus, à peine mucronulé, plus rarement arrondi; glabres sur leurs deux faces, la supérieure étant d'un vert foncé, brillante, l'inférieure mate et à marge légèrement recourbée en dessous; ces feuilles mesurent 2cm,5 à 3cm,5, parfois 4 centimètres de longueur, sur 0cm,7 à 1cm,3, plus rarement 1cm,5 de largeur; la nervation comporte une nervure principale sur laquelle viennent aboutir 6 paires de nervures latérales. Leur pétiole peu poilu, creusé en gouttière, a 2 ou 3, au maximum 4 millimètres de longueur.

Les inflorescences sont terminales, courtement pédonculées, longues de 2 à 6 centimètres; ce sont des panicules trichotomes, à rameaux alternants, chargés de fleurs serrées. Le pédoncule, les bractées et les bractéoles, ainsi que le calice, sont revêtus de poils bruns ou ferrugineux; ces bractées et bractéoles sont ovoïdes et mesurent à peine 1 millimètre. Les fleurs sont sessiles, comprenant un calice à sépales ovales-obtuse, long de 2 millimètres, poilu; une corolle hypocratérimorphe, se divisant à partir du milieu ou un peu au-dessus en lanières obtuses, se recouvrant l'une l'autre et présentant des cils nombreux; sa lon-

gueur est de 8 à 9 millimètres, dont il faut soustraire le tube qui mesure pour son compte 4 millimètres; ce dernier est renflé vers son milieu; les étamines, attachées à 1 millimètre de la base du tube, mesurent environ 1 millimètre; l'ovaire est glabre, long de 0mm,7, surmonté d'un style dont la longueur totale, en y comprenant le stigmate bilobé, est de 1mm,3 à 1mm,5.

Floraison. — En février.

Affinités. — D'après M. K. Schumann, à première vue on serait tenté de le placer à côté du *L. Kirkii* Th. Dyer et du *L. parvifolia* K. Schum., dans la section des *Landolphia* à petites fleurs, mais un examen plus approfondi le fait rapprocher, grâce à ses larges sépales, du très variable *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer. Il se distingue de cette dernière espèce par ses petites feuilles en lancettes, ses inflorescences serrées qui ne se transforment jamais en crochets, par des fleurs beaucoup plus petites et des ovaires glabres.

C. *Landolphia* (*)? *Thollonii* A. Dew. (sp. nov.).

Distribution géographique. — Brazzaville (Congo français); n° 145 de Brazza et Thollon.

Description. — Liane à tiges brunes, couvertes de nombreux petits poils lorsqu'elles sont jeunes, mais plus glabres à l'état adulte, présentant d'innombrables lenticelles très exiguës; ses feuilles sont coriaces, elliptiques, très allongées, à sommet s'atténuant en une pointe obtuse; base plus ou moins arrondie, bords ciliés, parfois contournés, épiderme supérieur parfois muni de quelques poils épars çà et là; leurs dimensions oscillent entre 35 et 60 millimètres de longueur sur 7 à 23 millimètres de largeur; leur nervation est pennée, à nervure primaire poilue, surtout sur la face supérieure, légèrement saillante à la face infé-

(*) Rapportée au genre *Landolphia* malgré le manque d'indications sur les fruits.

rieure, la supérieure étant plutôt canaliculée; nervures secondaires très nombreuses (17 ou 18 paires), non poilues, droites, s'insérant presque perpendiculairement sur la nervure médiane et unissant leurs extrémités de façon à constituer contre le bord un ourlet assez net; ces feuilles sont portées par un pétiole velu de 3 à 5 millimètres de longueur; les inflorescences sont des petits groupes de fleurs (4 ou 5), légèrement pédicellées (2 millimètres), portées au sommet d'un très court pédoncule (1 à 8 millimètres); les fleurs sont constituées par un calice relativement grand, divisé jusqu'à sa base en 4 ou 5 lobes obovales, atténués à leur base, d'une longueur de 2,5 à 3 millimètres sur 2 millimètres de largeur, lorsque le calice n'a que quatre divisions; la cinquième est plus petite et se trouve à l'intérieur des autres; le tube de la corolle est renflé immédiatement au-dessus du calice, il est assez fortement velu, long de 5 millimètres, large à la base de $^3/_4$ de millimètre, au renflement de 1mm,5, à l'étranglement situé sous les pétales de 1 millimètre; pétales charnus, velus assez fortement à l'extérieur, lancéolés, longs de 8 millimètres et larges de 2 millimètres; la longueur totale de la corolle est de 14 millimètres; anthères 5, situées dans le renflement, prolongées en pointe au sommet, d'une longueur de 1mm,5; pistil long de 4 millimètres; ovaire globuleux, poilu, mesurant 1 millimètre; stigmate renflé; les bractées florales sont poilues, longues parfois de 3 millimètres. Fruit mûr, inconnu.

Usages. — Inconnus.

Affinités. — Cette plante partage un certain nombre des caractères du *L. Kirkii* Th. Dyer, notamment la ciliation des bords des feuilles, la nervation, le pétiole mince et poilu, etc.; elle en diffère cependant par tant d'autres particularités qu'on doit la considérer comme une espèce distincte : ses feuilles ne sont pas aiguës au sommet, mais plus ou moins arrondies, ses fleurs sont plus grandes, à lobes poilus, ce qui n'existe pas chez le *L. Kirkii* Th. Dyer; ses feuilles sont plus coriaces, ses inflorescences pauciflores, très courtement pédonculées, alors que

celles du *L. Kirkii* Th. Dyer sont multiflores, pourvues d'un pédoncule plus long. — L'espèce dont elle se rapproche le plus est le *L. parvifolia* K. Schum., qui a des feuilles beaucoup plus petites, moins lancéolées, aiguës au sommet, des rameaux plus poilus, mais dont les fleurs sont presque identiques, de taille seulement un peu plus faible. Ces espèces sont en tout cas excessivement voisines; il serait très intéressant de savoir s'il en est de même pour la composition des latex.

D. *Landolphia parvifolia* K. Schum.

Bibliographie. K. Schumann, *loc. cit.*, p. 400.

Distribution géographique. — Angola (Welwitsch, n° 5928).

Description. — C'est une liane très ramifiée dont les rameaux jeunes sont revêtus de petits poils roussâtres ou blanchâtres et dont les adultes sont recouverts d'une écorce d'un gris brunâtre parsemée de petites lenticelles; les feuilles sont petites, coriaces, oblongues, lancéolées ou elliptiques, terminées en une pointe plus ou moins aiguë, parfois prolongées en un léger mucron arrondi, à base arrondie ou cunéiforme; leurs bords, un peu recourbés en dessous, sont ciliés, surtout ceux des jeunes feuilles; les dimensions du limbe oscillent entre 2 et 4 centimètres de longueur sur 7 à 17 millimètres de largeur; leur nervation est pennée, du type *L. Kirkii* Th. Dyer, c'est-à-dire constituée par des nervures secondaires, parallèles, assez nombreuses, venant s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure principale; ici cependant, on constate un ourlet assez net sur les bords de la feuille; la nervation tout entière apparait très nettement en relief sur la face supérieure, alors qu'elle est bien moins visible sur la face inférieure où les nervures secondaires seules font saillie; la nervure principale, tant à la face supérieure qu'à la face inférieure, est poilue; les pétioles sont velus, longs de 2 à 3 millimètres; les inflorescences sont terminales, pubescentes, formant de petites têtes cymeuses, pauciflores, compactes, de 1 centimètre

de longueur sur 1 centimètre de largeur, portées par un pédoncule de 4 à 5 millimètres; les fleurs sont petites, constituées par un calice qui atteint près de la moitié de la fleur et est divisé jusqu'à sa base en 5 sépales, assez inégaux, ovales oblongs, obtus au sommet, poilus extérieurement, carénés, mesurant 3^{mm} à 3^{mm},5 de longueur sur 1^{mm},5 à 2 millimètres de largeur; corolle formée d'un tube poilu, court, très renflé au-dessus du calice, se rétrécissant ensuite au voisinage des pétales; sa longueur est comprise entre 4^{mm},5 et 6 millimètres, sa largeur est de 2^{mm},5; les lobes de la corolle sont poilus extérieurement, longs de 5 millimètres; les étamines, au nombre de 5, sont placées dans le renflement du tube de la corolle, à peu près vers son milieu; les anthères ont 1 millimètre de longueur; le pistil mesure 3 millimètres, dont il faut déduire 1^{mm},3 pour l'ovaire; les bractées florales sont très grandes, ovales oblongues, poilues, courtement pédicellées, longues de 3^{mm} à 3^{mm},5; le fruit (probablement encore jeune) est globuleux, noir à sec, à surface parsemée de petites fossettes, d'un diamètre de 1 centimètre.

Usages. — Inconnus.

Affinités. — La plante possède des liens de parenté très sérieux avec le *L. capensis* Oliv.; elle en diffère surtout par ses feuilles plus petites et ses fleurs plus grandes; ses points de ressemblance avec le *L. Kirkii* Th. Dyer sont également très nombreux; comme différences, on peut citer les dimensions exiguës de ses feuilles, la pauciflorité des inflorescences qui sont très courtement pédicellées chez le *L. parvifolia* K. Schum.

E. *Landolphia crassipes* (Radlk.) K. Schum.

Bibliographie. Radlkofer, *loc. cit.*, p. 399, sous le nom de *Vahea crassipes*.
K. Schumann, *loc. cit*, p. 409.

Distribution géographique. — Madagascar, collectée en 1879 à Semberano par Hildebrandt (n° 3261).

Description. — C'est une jolie petite espèce ligneuse, se rapprochant, par l'aspect et les dimensions de ses feuilles, de certaines formes du *L. Kirkii* Th. Dyer et du *L. parvifolia* K. Schum.; ses tiges sont grisâtres, couvertes de nombreuses lenticelles d'un blanc jaunâtre; les jeunes rameaux sont parsemés de petits poils épars, les adultes sont glabres; ses feuilles sont coriaces, elliptiques, lancéolées ou ovales, arrondies à la base, se terminant au sommet par une pointe arrondie; limbe plus ou moins recourbé inférieurement sur les bords; face supérieure luisante, inférieure mate, souvent brunâtre, toutes deux sont glabres; leur nervation est pennée; les nervures secondaires, au nombre de 10 à 18, sont glabres et viennent s'insérer presque perpendiculairement sur la nervure médiane, laquelle présente quelques rares poils au voisinage du pétiole; la nervure médiane est, à la face supérieure, presque au niveau de l'épiderme, les secondaires y sont peu visibles, toutes proéminent à la face supérieure; les dimensions de ces feuilles se trouvent comprises entre 3 et 6 centimètres de longueur sur 12 à 26 millimètres de largeur; le pétiole est si petit (2 à 3 millimètres) que les feuilles sont presque sessiles; il est constitué par un renflement, ce qui a valu à l'espèce la dénomination de *crassipes*; les inflorescences sont de petites cymes corymbiformes, terminales, légèrement poilues, comprenant 6 ou 7 fleurs pédicellées (4 millimètres au maximum); le pédoncule général a de 7 à 15 millimètres; calice divisé à peu près jusqu'à sa base en 5 lobes elliptiques, arrondis au sommet, longs de 2 millimètres, larges de $1^{mm},5$, poilus; tube de la corolle glabre, long de 4 à 7 millimètres; pétales elliptiques, d'un brun foncé à sec, légèrement ciliés sur les bords, plus longs que le tube, soit d'une longueur de 7 à 8 millimètres; la corolle entière mesure, de la base au sommet, 15 millimètres au maximum; étamines 5, insérées dans la portion dilatée du tube corollaire; filets très courts, anthères lancéolées, aiguës, non appendiculées à la base; ovaire entier, ellipsoïde, glabre, uniloculaire, pourvu de deux placentas pariétaux, prolongé au sommet en un style long de 1 millimètre, s'élargissant à son extrémité en un stigmate conique à apicule

bifide; bractées petites, elliptiques, longues de $1^{mm},5$ à 2 millimètres; fruits inconnus.

Usages. — Inconnus.

Affinités. — Espèce très voisine du *L. parvifolia* K. Schum., dont elle diffère par ses feuilles presque sessiles, ovées, à pétioles renflés à la base, ses fleurs plus grandes et ses inflorescences moins fournies.

F. *Landolphia capensis* Oliv.

Bibliographie. Oliver, *Hookers Icones plantarum*, 3e série, vol. III, p. 22, tab. MCCXXVIII.
K. Schumann, *loc. cit.*, p. 409.

Distribution géographique. — Transvaal, près de Praetoria (M. Mac Lea), aux montagnes de Macalisberg (M. Burke, Transvaal); aux Diamonds Fields (M. Tuck, Cap).

Description. — Cette plante est la plus petite espèce du genre; c'est un végétal grimpant, dont les rameaux jeunes sont pubescents, les adultes glabres; ses feuilles sont coriaces, ovales ou oblongues elliptiques, obtuses, à base plus ou moins arrondie, pubescentes ou glabres en dessous, longues de 18 à 31 millimètres, sur 8 à 16 millimètres de large; nervures arquées; pétioles de 2 à 4 millimètres de longueur; les inflorescences sont des cymes corymbiformes terminales ou latérales, multiflores, assez longuement pédonculées (25 à 50 millimètres); fleurs sessiles, d'une longueur totale de 18 à 25 millimètres, odorantes; calice divisé en 5 lobes, ovales, aigus, couverts de poils d'un brun ferrugineux; tube de la corolle trois fois plus long que le calice, glabre, dilaté immédiatement au-dessus de celui-ci; pétales oblongs, lancéolés, obtus à leur extrémité, plus longs que le tube de la corolle; le fruit, de la grosseur d'une bille, est très odorant.

Usages. — Inconnus.

Affinités. — Se rapproche beaucoup du *L. parvifolia* K. Schum., mais a des inflorescences plus compactes, plus longuement pédonculées, et des fleurs plus grandes.

4° Espèces peu connues ou douteuses.

Nous rangeons dans cette catégorie les espèces suivantes :

A. *L. Mannii* Th. Dyer.
B. *L. Watsoniana* H. B. K.
C. *L. angustifolia* K. Schum.

A. *Landolphia Mannii* Th. Dyer.

Synonymie et Bibliographie. *Landolphia Mannii* Th. Dyer, *Report... of the Royal Gardens at Kew*, 1881.
Landolphia Preussii K. Schumann, *loc. cit.*

Distribution géographique. — Corisco-Bay (1° lat. nord), et Barombi Station (Cameroun).

Description. — C'est une liane ligneuse, pouvant atteindre jusqu'à 7 mètres de hauteur, dont les rameaux sont glabres, d'une coloration grisâtre, et présentent de nombreuses lenticelles brunes; ses feuilles sont coriaces, glabres sur les deux faces, prolongées au sommet en un mucron arrondi, longues de 14 à 15 centimètres, sur 5 à 7 centimètres de large, à base cunéiforme; nervation pennée; nervures secondaires peu nombreuses; très espacées (9 au maximum), bien visibles, formant à une certaine distance des bords un ourlet assez net; le pétiole a de 8 à 10 millimètres, il est glabre; fleurs inconnues; fruit jaune orangé, ovoïde, de la grosseur d'une orange, à peu près.

Affinités. — Cette plante doit prendre place à côté du *L. comorensis* (Boj.) K. Schum., mais l'absence de fleurs ne permet pas de préciser davantage; on peut toutefois faire observer que la nervation n'est pas absolument identique.

Usages. — Mann l'a renseignée comme fournissant du caoutchouc.

B. *Landolphia? Watsoniana* H. B. K.

BIBLIOGRAPHIE. *S' Lands Plantentuin te Buitenzorg*, p. 438 (partie de M. Van Romburg).

DESCRIPTION. — Il existe dans presque toutes les serres d'Europe une plante désignée sous ce nom; elle ne se trouve ni à l'herbier de Berlin, ni à celui de Paris; aucune description n'en n'a été publiée; je me vois donc réduit à la décrire telle qu'elle se présente dans les serres.

Plante grimpante dont les rameaux adultes sont d'un brun grisâtre, couverts de nombreuses lenticelles proéminentes; la tige de la plante examinée mesurait 12 millimètres de diamètre à la base, les jeunes rameaux étaient bruns, absolument glabres.

Les feuilles de cette plante sont d'un vert assez foncé, glabres sur leurs deux faces, de forme elliptique, prolongées au sommet en un assez long mucron arrondi; les plus grandes avaient $11^{cm},5$ de longueur sur 57^{mm} à 60 millimètres de largeur; leur nervation est analogue à celle du *L. comorensis* (Boj.) var. *florida* K. Schum., comprenant 12 ou 15 nervures secondaires formant sur les bords un ourlet assez marqué; le pétiole est gros et court, mesurant de 5 à 7 millimètres, glabre.

Ce végétal s'accroche aux plantes voisines à l'aide de ses rameaux jeunes, qu'il enroule autour des soutiens ou qu'il transforme en crochets identiques à ceux qui, chez certaines espèces, proviennent des inflorescences.

D'après M. Van Romburg, cette espèce ne pourrait guère servir à l'extraction du caoutchouc par saignée, ses tiges étant trop grêles.

NOTE COMPLÉMENTAIRE. — M. Massart, revenu il y a peu de temps de Java, a rapporté un échantillon en fleur de ce végétal, ce qui m'a permis d'établir, pendant l'impression de ce mémoire, que cette liane n'est point un *Landolphia*, mais appartient à un genre voisin.

5° Autres plantes.

M. Lecomte m'a montré diverses lianes originaires du Congo français accompagnées de noms indigènes; malheureusement, comme elles n'étaient pas en fleurs, il m'a été impossible de les déterminer; je les mentionne en faisant connaître la valeur de leur produit.

Nvóuéba (*Landolphia?*). Produit mauvais.

Bouela. Fournit une excellente gomme élastique.

Mvotié (n'est pas un *Landolphia*). Donne un mauvais caoutchouc.

Kisembe Ki moabi. Si c'est un *Landolphia*, il est nouveau.

Ibogo. M'a paru être un *Carpodinus;* son produit est bon, mais poisseux.

APPENDICE.

Annexe I.

Desiderata.

Je crois utile, en terminant cette étude, d'énumérer un certain nombre de points sur lesquels il y aurait des observations et des recherches à faire pour rendre nos connaissances au sujet des caoutchoucs africains complètes et certaines. Si chaque voyageur voulait prêter son concours, soit en faisant des observations, soit en recueillant des échantillons, la question serait bientôt résolue, et de grands progrès pourraient être réalisés dans l'exploitation du caoutchouc.

1° Recueillir des échantillons très complets (avec fleurs), d'au moins 30 centimètres, des *Landolphia* qui seraient rencontrés; noter leurs noms indigènes et les variations de ces dénominations suivant les régions. Les naturels désignent-il la plante, les fruits et son produit par un même nom? Donnent-ils un même nom à plusieurs espèces différentes?

2° Noter la taille et le diamètre maxima que ces plantes peuvent atteindre, ainsi que leur port;

3° Quels sont les endroits que les lianes à caoutchouc préfèrent : les lieux secs ou humides, la brousse ou la forêt, les terres riches en humus ou sablonneuses, etc.; jusqu'à quelle altitude les rencontre-t-on?

4° Indiquer la couleur et l'odeur des fleurs, ainsi que la couleur, la forme et les dimensions des fruits;

5° Renseigner la localité habitée par la plante;

6° Comment leur reproduction et leur dissémination se font-elles? Observations sur la germination et sur les jeunes plantules;

7° Quelle quantité de latex donne une espèce déterminée, de taille connue, à telle ou telle époque? Quelle est la meilleure saison pour la récolte du caoutchouc?

8° Le latex se coagule-t-il spontanément, avec lenteur ou avec rapidité? Quel est l'aspect du coagulum au moment de sa formation? Est-il le même chez les bonnes et chez les mauvaises espèces?

9° La coagulation varie-t-elle avec la saison?

10° Recueillir des flacons de latex des diverses lianes à caoutchouc (on en prendra au moins deux pour chaque espèce); ce latex sera récolté de la manière suivante : des bouteilles très propres, d'une capacité de 150 grammes au moins, susceptibles d'être très bien bouchées, seront placées sous les incisions, de façon à ce que le liquide laiteux puisse s'y écouler directement; on les remplira aussi complètement que possible, afin qu'il ne reste pas ou presque pas d'air dans les flacons; enfin, pour être certain que ces liquides ne se putréfieront pas pendant le voyage, on ajoutera à l'un des deux flacons 6 ou 7 gouttes de chloroforme ou d'éther. On plongera finalement les goulots des bouteilles fermées soit dans de la cire fondue, soit dans du caoutchouc, afin de recouvrir les bouchons d'un revêtement imperméable;

11° Préparer soi-même, par divers procédés, des caoutchoucs des différentes lianes trouvées, afin d'avoir des matériaux comparables, pouvant permettre de juger quelles sont les espèces qui méritent d'être exploitées;

12° Examiner l'effet de saignées répétées sur les lianes; les plantes s'en portent-t-elles plus mal? Leurs fruits mûrissent-ils? Intervalles à laisser entre les saignées;

13° Déterminer la profondeur à laquelle les incisions doivent être faites;

14° Recueillir des échantillons des latex et des végétaux que les indigènes ajoutent aux sucs laiteux des plantes à caoutchouc;

15° Dans quelles conditions une plantation de *Landolphia* devrait-elle se faire?

16° D'autres parties de ces végétaux pourraient-elles trouver un emploi (racines, fruits, fleurs)?

Une autre série d'observations, exigeant un botaniste connaissant la chimie, sera faite en partie sur place, en partie au retour dans le pays :

1° Recherche du meilleur coagulant;

2° Pour les latex contenant en même temps de la résine et d'autres substances, faire des essais pour arriver, si possible, à coaguler seulement le caoutchouc;

3° Analyser les latex recueillis, déterminer les quantités de caoutchouc, de sucre, d'albuminoïdes, de corps gras, de résines, de tannin et d'eau qui s'y trouvent;

4° Analyser les caoutchoucs des diverses espèces, obtenus par les différentes méthodes de coagulation;

5° Préciser la nature de la *dambonite*, substance très curieuse qui existe dans certains caoutchoucs du Congo;

6° Déterminer l'acide qui donne aux fruits une saveur acidulée; si c'est de l'acide citrique, voir s'il y aurait possibilité d'exploiter leur suc pour la fabrication de ce corps, en remplacement des citrons;

7° Pourrait-on extraire des fleurs des quantités d'essence suffisantes pour qu'il soit possible de les utiliser pour la fabrication de parfums?

Annexe II.

—

Tableau pour la détermination des espèces du genre Landolphia.

—

A. Espèces à grandes fleurs, c'est-à-dire ayant plus de 25 millimètres de la base du tube de la corolle au sommet des pétales;

a. Cymes multiflores, condensées, portées ordinairement par des pédoncules courts (1 à 2 centimètres); feuilles ayant toujours plus de 7 centimètres de longueur;

1) Feuilles largement elliptiques ou largement ovales, nervures non en gouttières, assez espacées les unes des autres, arquées;

X. Feuilles ayant au moins 12 centimètres, fleurs d'au moins 40 millimètres;

O. Rameaux des inflorescences, calice et tube de la corolle, glabres; feuilles arrondies au sommet. . . . . *L. comorensis* (Boj.) K. Schum.

OO. Rameaux de l'inflorescence, calice et tube de la corolle pubescents; feuilles souvent mucronées au sommet; fleurs plus grandes. . *L. comorensis* var. *florida* (Boj.) K. Schum.

XX. Feuilles plus petites, nervures secondaires nombreuses, droites, assez serrées (14 ou 15 paires), ourlet très net, pétiole très court . . . . *L. madagascariensis* (Boj.) K. Schum.

2) Feuilles elliptiques, allongées, assez étroites ($3^{cm},5$), mucronées, nervure principale en gouttière à la face supérieure; inflorescences assez pauciflores . . . . *L. Lecomtei* A. Dew.

b. Cymes rameuses divariquées, pédoncules toujours très longs (parfois 16 centimètres), se transformant en crochets après la floraison; feuilles n'ayant jamais 12 centimètres, 8 au maximum;

1) Glomérules des inflorescences présentant à leur base 2 bractées recourbées, ayant de $6^{mm},5$ à 8 millimètres; feuilles elliptiques, parfois largement elliptiques, poilues à la face inférieure et sur les branches, même chez les adultes . . . . *L. bracteata* A. Dew.

2) Bractées des glomérules beaucoup plus petites, feuilles elliptiques allongées, habituellement glabres, parfois très faiblement poilues; rameaux adultes toujours glabres;

X. Feuilles adultes glabres, oblongues, de 4 à 8 centimètres de longueur, atténuées à la base; corolle mesurant de la base au sommet 4 centimètres . . . . *L. Petersiana* (Kl.) Th. Dyer.

XX. Feuilles présentant parfois des poils à l'état adulte, sub-ovales oblongues ou linéaires, plus petites que celles du *L. Petersiana*, plus coriaces, tronquées à la base; corolle plus grande, à lobes plus inégaux . . . *L. Petersiana* var. *crassifolia* K. Schum.

B. Espèces à petites fleurs, c'est-à-dire à corolle n'ayant jamais 25 millimètres de longueur;

a) Feuilles relativement grandes, c'est-à-dire ayant au moins 7 centimètres de longueur; nervation pennée, nervures secondaires peu nombreuses, assez espacées;

X. Fleurs entièrement glabres, disposées en cymes terminales lâches, longuement pédonculées (35 à 63 millimètres); feuilles longues de 8 à 10 centimètres, elliptiques, obtuses au sommet, cordiformes à la base; présence de crochets; rameaux jeunes glabres. . *L. lucida* K. Schum.

XX. Fleurs plus ou moins velues, tout au moins sur l'un de leurs verticilles; feuilles ordinairement mucronées au sommet et arrondies ou atténuées à la base, jamais cordées;

O. Tige adulte glabre;

! Pétiole long de 1 centimètre, glabre; feuilles de 10 centimètres de longueur, sur 4 ou $4^{cm},5$ de largeur, pourvues d'un mucron obtus au sommet; cymes lâches, assez longuement pédonculées ($2^{cm},5$ à $8^{cm},5$); corolle de 20 millimètres. . . *L. senegalensis* D. C.

!! Pétiole de 7 à 8 millimètres, pileux; feuilles elliptiques, ayant 12 centimètres en moyenne, souvent plus; inflorescence assez compacte, presque sessile; corolle moitié plus petite . . . . *L. owariensis* Pal. de Beauv.

OO. Tige adulte poilue; feuilles variant entre $5^{cm},5$ de longueur sur $2^{cm},5$ de largeur et entre 8 centimètres de longueur sur $3^{cm},5$ à 4 centimètres de largeur;

! Cymes presque sessiles, fleurs petites (10 millimètres); feuilles velutino-pubescentes en dessous . . *L. Michelinii* Benth.

!! Cymes à pédoncules longs de $2^{cm},5$ à 4 centimètres au moins;

Z. Inflorescence moins condensée que *L. Traunii* Sadeb. et fleurs moins nombreuses; feuilles légèrement poilues; corolle de 16 millimètres . . . *L. Heudelotii* D. C.

ZZ. Inflorescence très condensée; feuilles assez fortement poilues; fleurs plus petites que celles du *L. Heudelotii* D. C. . . . . *L. Traunii* Sadeb.

ZZZ Inflorescence condensée ou divariquée; fleurs mesurant de 18 à 19 millimètres; feuilles elliptiques ou plus ou moins arrondies, obtuses ou presque arrondies au sommet, poilues à la face supérieure, velues à l'inférieure. . . . . . . *L. tomentosa* (Lep.) A. Dew.

b) Espèces à petites fleurs et à feuilles relativement petites, c'est-à-dire n'ayant qu'exceptionnellement plus de 7 centimètres.

1) Feuilles elliptiques lancéolées, longues de 3^{cm} à $4^{cm},5$ sur 12 à 21 millimètres de largeur, glabres, dont le pétiole présente à sa base un renflement très net; cymes corymbifères courtement pédonculées (7 à 15 millimètres), comprenant 6 ou 7 fleurs; quelques rares poils sur la nervure médiane. . . . . *L. crassipes* Radlk.

2) Pétiole ne présentant pas de renflement à la base;

X. Corolle ayant moins de 9 millimètres de longueur; feuilles poilues sur les nervures;

O. Feuilles ayant dans certains échantillons 5 centimètres de longueur sur 15 à 20 millimètres de largeur et, dans d'autres, de 7 à 8 centimètres de longueur sur 25 à 26 millimètres de largeur, non mucronées au sommet; corolle ayant en tout de $5^{mm},5$ à 7 et même 9 millimètres de longueur. . . . . *L. Kirkii* Th. Dyer.

XX. Corolle ayant plus de 9 millimètres de longueur;

! Feuilles lancéolées ou elliptiques, coriaces, longues de 2 à 4 centimètres sur 7 à 17 millimètres de large, à sommet aigu ou prolongé en un léger mucron arrondi; cymes pauciflores, à pédoncules de 3 millimètres; corolle longue en tout de $9^{mm},5$; bractées obovales, pédicellées, deux fois aussi longues que celles du *L. Kirkii* Th. Dyer (Angola) . . . *L. parvifolia* K. Schum.

!! Feuilles elliptiques très allongées, à sommet obtus, coriaces, longues de 3 à 6 centimètres sur 7 à 23 millimètres; cymes très pauciflores (4 ou 5 fleurs), portées par un pédoncule de 1 à 8 millimètres; corolle longue de 14 millimètres en tout; bractées poilues, mesurant 3 millimètres (Congo français). . *L. Thollonii* A. Dew.

!!! Feuilles ovales ou oblongues elliptiques, coriaces, obtuses au sommet, longues de 18 à 31 millimètres; cymes multiflores, dont les pédoncules ont 25 et même 50 millimètres de longueur; fleurs longues de 18 à 25 millimètres (avec calice, sans doute) (Transvaal, Cap.) . . . . *L. capensis* Oliv.

XXX. Corolle ayant jusqu'à 13 millimètres de longueur; feuilles entièrement glabres.

1. Feuilles lancéolées oblongues ($2^{cm},5$ à $3^{cm},5$, parfois 4 centimètres de longueur sur $0^{cm},7$ à $1^{cm},3$, rarement $1^{cm},5$ de largeur), à sommet aigu, plus rarement obtus; sépales larges; bractées ovoïdes, poilues, de 1 millimètre; inflorescences serrées, trichotomes, à rameaux alternants . . . . *L. angustifolia* K. Schum.

Annexe III.

Bibliographie.

J'énumère dans ce Catalogue bibliographique, non seulement les ouvrages concernant les plantes du genre *Landolphia,* mais aussi tous ceux que j'ai pu trouver traitant du caoutchouc, de la gutta-percha et de la balata.

1535 Conzalo Fernandez de Oviedo y Valdez. — Historia general y natural de las Indias (Séville); réédité à Madrid en 1851, lib. V, cap. II, p. 165.

1601 Herrera y Tordesillas. — Histoire générale des voyages et conquestes des Castillans dans les isles et terre ferme des Indes occidentales (Madrid); traduction de N. de la Coste, Paris, 1659, t. I, lib. III et IV.

1615 Torquemada. — Monarquia Indiana, t. II, p. 663.

1751 C.-M. La Condamine. — Mémoire sur une résine élastique appelée caoutchouc; Mémoires de l'Académie des sciences, p. 319.

1763 Herissant. — Académie des sciences, p. 49.

1768 Macquer. — Académie des sciences.

1769 E.-F. Turgot. — Observations sur une espèce de résine élastique de l'île de France; Académie des sciences.

1775 Magellan. — Histoire de l'Académie, p. 16.

1775 F. Aublet. — Histoire des plantes de la Guyane française, t. I, p. 268; tab. CV et p. 308 (balata).

1777 F. Achard. — Essais sur la résine élastique; Mémoires des scrutcurs de la nature, Berlin.

1780 A.-D. Juliaans. — De resina elastica Cayennensi, Ultrajecti.

1781 Bernard. — Mémoire sur le caoutchouc. Observations sur la physique, t. XVIII, p. 265, et t. XVII, p. 279.

1783-1817 De la Marck. — Encyclopédie méthodique. Supplément.

1787 Murray. — Apparatus medicaminum, t. IV, p. 176.

1791 Lettre de J.-A. Giobert à Berthollet, datée de Turin, 22 octobre; Annales de chimie, t. XI.

1791 Grossart. — Annales de chimie, t. XI, Paris.

1791-1823 De la Marck. — Tableau encyclopédique et méthodique des trois règnes de la nature, Botanique, Illustration des genres, tab. CLXIX.

1791 A.-F. Fourcroy. Expériences sur le suc qui fournit la gomme élastique; Annales de chimie, t. XI, pp. 225-236; Médecine éclairée par les sciences physiques, t. III, p. 37.

1798 J.-H. Savigny. — Collection of engravings representing the most modern and approved instruments in the practise of surgery; London, grand in-folio.

1798 W. Roxburg. — A botanical description of *Urceola elastica*; Asiatic Researches, t. V, pp. 167-177, et Nicholson Journ., t. III (1800), pp. 435-440.

1798 J. Howison. — Some account of elastic gum Vine of Prince of Wales Island; Asiatic Researches, t. V, p. 157.

1801 Cervantes. — Bull. philomatique, t. III, p. 78.

1804 Palissot de Beauvois. — Flore d'Oware et de Benin, t. I, p. 54, tab. XXXIV.

1805 Gaertner. — De fructibus et seminibus, t. III, p. 133, tab. CCV (balata).

1811 G.-F. Bucholtz. — Untersuchungen des so genannten Tibetanischen Caoutchouc, oder der scharlachrothen elastischen Substanz der Morgenländer; Schweigger Journ., t. I, pp. 54-58.

1812 B.-A. Gomez. — Observations botaniques; Medicae nonullis Brasiliae plantis; Lisboa, Acad. Sc. Mem., t. II, p. 1.

1813 Charpentier Cossigni. — Annales maritimes, p. 260.

1814 Tremolière. — Caoutchouc du lait de Figuier; Bull. de pharmacie, p. 317.

1814 Virey. — Quelques plantes à caoutchouc; Bulletin de pharmacie.

1815 Chaumeton. — Flore médicale, t. II, p. 139, tab. XCIII (*Jatropha elastica*).

1816 A. de Candolle. — Essai sur les propriétés médicales des plantes comparées avec leurs formes extérieures, pp. 263-267.

1817 Richard. — Dictionnaire des sciences naturelles. Paris.

1826 M. Faraday. — On pure Caoutchouc and the substances by which it is accompanied in the state of sap or juice. Quart. Journ. of Sciences, t. XXI, pp. 19-28.

1832 Roxburg. — Flora indica or Description of Indian plants, Serampore, t. V, III.

1834 Rattier et Guibal. — Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale, t. XXXIII, p. 282, Paris.
1837 J.-F. Merat et A.-J. De Lens. — Dictionnaire universel de matière médicale et de thérapeutique, p. 432.
1837 Bouchardat. — Recherches sur les produits de la distillation du caoutchouc ; Journal de pharmacie, p. 454.
1837 Bojer. — Hortus Mauritianus, p. 207.
1840 Miquel. — Martius, Flora Braziliensis, t. VII, p. 44 (balata).
1840 R. Schomburgk. — A description of British Guiana, p. 33 (balata), London.
1844 Dumas. — Traité de chimie appliquée aux arts, t. VII, p. 401.
1844 A. de Candolle. — Prodromus systematis naturalis, t. VIII, pp. 327 et 320.
1845 à 1848 Ed. Jardin. — Herborisations sur la côte occidentale d'Afrique; Nouvelles annales maritimes.
1845 Montgomerie. — Magazine of Science.
1846 Maclayan-M'Grigor. — Gutta-percha a peculiar variety of caoutchouc; Pharmaceutical Journal, pp. 472-473.
1846 Solly. — On gutta-percha a variety of caoutchouc; Pharmaceutical Journal, pp. 510 et 514.
1847 W. Montgomerie. — History of the introduction of gutta-percha into England; Pharmaceutical Journal, pp. 377-379.
1848 M. Faraday. — On the use of gutta-percha in electrical insulation, Edimb.; New Phil. Journ., t. XLIV, pp. 295-297.
1849 M. Faraday. — Poggendorf Ann., t. LXXIV, pp. 154-159.
1849 Hooker. — Niger flora, p 444.
1850 A. Adriani. — De Gutta-percha et Caoutchouc specimen chemicum inaugurale; Trajecti ad Rhenum, apud Kemink et filium.
1850 Bojer. — Nova acta Academ. nat. cur., t. XXII, 2, tab. XL.
1851 et 1855 Balard. — Rapport sur les expositions de 1851 et de 1855.
1851 A. Adriani. — On Gutta-percha, Caoutchouc and the milky juice of *Ficus elastica;* Pharm. Journ., t. X, pp. 546-549, et en allemand dans Chem. Pharm. Centralblatt, 1851, p. 17.
1852 An. Payen. — Extrait d'un mémoire sur la gutta-percha, ses propriétés, son analyse immédiate; Journ. de pharmacie, t. XXXII, pp. 172-183.
1852 An. Payen. — Sur le caoutchouc et la gutta-percha. Comptes rendus, t. XXXIV, pp. 2-8, Paris.

1852 An. Payen. — Extrait d'un mémoire sur la sulfuration du caoutchouc; Paris, Comptes rendus, vol. XXXIV, pp. 453-459.
1852 An. Payen. — Mémoire sur la gutta-percha; Comptes rendus, vol. XXXV, pp. 109-119, Paris.
1852 Dr Cornstock. — Speech of the Hon. Daniel Webster in the great India-rubber suit heard at Trenton, New-Jersey (New-York), in March.
1852-1853 Annales botanices systematicae, vol. III, p. 29.
1853 F. Crace-Calvert. — Abstract of a lecture on Caoutchouc and Gutta-percha, t. XII, pp. 423-426.
1853 Ch. Goodyear. — Gum elastic and its varieties, New-Haven.
1853 Friedrich Harzer. — Gutta-percha und Kautschuk; ihr Vorkommen, Weimar.
1854 Didrichsen. — Plantae nonnullae Musei Universitatis Hawniensis; Kjöbenhavn Vidensk. Meddel., p. 190.
1854 P. Desormeaux. — Nouveau manuel complet du fabricant d'objets en caoutchouc, en gutta-percha et en gomme élastique.
1855 F. Malepeyre. — Caoutchouc et gutta-percha; Manuels Roret, Paris.
1855 Weddel. — On the extraction of Caoutchouc; Pharmaceutical Journ., t. XV, pp. 116 et 117.
1855 Exposition universelle de Paris de 1851, travaux de la commission, le caoutchouc, par M. Balard.
1855-1856 Revue pharmaceutique.
1855 Newton. — Journal of Arts, London, p. 34.
1855 R. Spruce. — Note on the India-rubber of the Amazon; Pharm. Journ., pp. 117-119.
1855 Duvivier et Chaudel. — Repert. of Patent Invent. Juillet (gutta-percha).
1855 Goodyear. — Jahresbericht von Wagner, p. 370 (gutta-percha).
1855 Hurzig. — Bayerische Kunst. und Gewerbebl., p. 273 (gutta).
1856 Dr E. Vogel. — Reise nach Central Afrika; Mittheilungen aus Justus Perthes geographischen Anstalt, etc., Peterman, 1856, p. 167.
1856 Journal de pharmacie et de chimie, 3e série, t. XXIX.
1856 C.-H. Schmidt. — Der Fabricant von Kaustchuk- und Gutta-percha-Waaren, 207 pp., Weimar.
1856 W.-H. de Vriese. — De Handel in Getah-Pertja (gutta-percha) door den oorsprong dezer stof toegelicht, Leiden, Sythoff, met 2 platen.

1857 R. Spruce. — On the *Siphonia* or India-rubber tree; Pharm. Journ., t. XI, pp. 169-170, et Hooker Journal of Botany.

1857 Em. Carrey. — Moniteur scientifique, 1857-1854, p. 849.

1857 Rider. — Repert. of Patent Invent., p. 142.

1857 S. Bleekrode. — Notice sur la gutta-percha de Surinam (*Sapota Mulleri*); Ann. sciences naturelles, 4e série, t. VII, p. 225.

1857 Th. Hancock. — Origin and progress of the India-rubber manufacture in England, London.

1858 E. Carrey. — Récolte du caoutchouc. Productions et mœurs de l'Amérique du Sud; Moniteur universel, nos 27, 29 et 30.

1858 Day. — Repert. of Patent Inventions, p. 242.

1858 Mackintosch. — Repert. of Patent Inventions (gutta).

1858-1859 Oudemans. — Répert. de chimie appliquée, p. 455 (gutta).

1859 Baumhauer. — Journ. für prakt. Chem., t. LXXVIII, p. 277 (gutta).

1859 W.-H. de Vries. — Anteekeningen betreffende Getah-Pertja-boomen (Sapoteen) en Getah-Pertja von zuid ostelijk Borneo, naar aanleiding van ontdekkingen van James Motley; Nat. Tydschr. De. XXI.

1859 Dodge. — Repert. of Patent Inventions, p. 54.

1859 H. Traun. — Versuch einer Monographie des Kautschuks, Goettingen, in-8°.

1859 à 1860 G. Williams. — On isoprene and caoutchine; Royal Society Proceedings, t. X, pp. 516-519; dans Chemical News, t. II (1860), et dans Journal of the Chemical Society, t. XV, pp. 110-125 (1862).

1860 Adriani. — Researches on the juices of the *Ficus elastica* and the *Isonandra Gutta*; Chemical News, t. II, pp. 277, 289 et 315.

1860 A. Girard et S. Cloez. — Note sur la présence du chlore et du soufre dans le caoutchouc naturel ou manufacturé; Comptes rendus, 1860, pp. 874-876.

1861 Meurdra. — Ponts militaires.

1861 J. Girardin. — Leçons de chimie élémentaire appliquée aux arts industriels, t. II, p. 252.

1862 Barral. — Rapport sur l'exposition universelle de Londres, vol. XI, pp. 149 à 153.

1862 à 1864 W. Peters — Naturwissenschaftliche Reise nach Mosambik (botanique par Klotzch), p. 281.

1863 Repertoire de chimie appliquée, p. 157 (gutta).

1864 Hall. — Genie industriel, p. 126 (gutta).

1864 H. Keysserling's Edition of Friedrich Harzer's. — Gutta-percha und Kautschuk, Weimar.
1864 Spiller. — Journal of the Chemical Society, p. 44.
1864 Grisebach. — Flora of the British West-Indian Islands, p. 400.
1865 F. et T. Hurtzig. — Bulletin de la Société chimique, t. IV, p. 232.
1865 Miller, J. Spiller et L. Clark. — Journal of the Chemical Society, London.
1866 Marquard. — Chemical News, p. 191 (gutta).
1866 D. et Ch. Livingstone. — Exploration du Zambèse et de ses affluents, Paris, Hachette, p. 30.
1866 Nouveau dictionnaire de médecine et de chirurgie pratiques, Paris.
1866 Seely. — American Journal of Photography, et Bulletin de la Société chimique, t. VI, p. 507.
1867 Bourne. — Annales du génie civil, p. 130.
1867 Kotschy. – Plantae Tinneanae, tab. XIII, fig. A.
1867 Payen. — Précis de chimie industrielle, t. I, p. 195.
1868 J. Collins. — Journal of Botany, pp. 2-22, sur les sortes commerciales de caoutchouc.
1868 Dumont d'Urville. — Voyage autour du monde, Madagascar. Paris, p. 99.
1868 Gerard. — Rapport du jury international sur l'exposition universelle de 1867 à Paris, p. 182.
1868 à 1870 Girard. — Union pharmaceutique.
1869 Guibourt et Planchon. — Hist. des drogues, éd. 6, t. II, p. 345, et éd. 7, p. 600.
1869 G.-W. Cullum. — System of military bridges, New-York.
1869 Berthelot. — Sur la gutta-percha. Bull. de la Société chimique, t. XI, p. 33.
1870 Encyclopédie du XIXe siècle.
1870 Lartigue. — Archives de médecine navale.
1870 J. Lindley et Th. Moore. — The Treasury of Botany, p. 1199.
1871 M. Blossom. — Du caoutchouc et de la gutta-percha; Moniteur scientifique, p. 812.
1871 Zulkowski. — Dialyse des gaz à travers le caoutchouc vulcanisé; Zeitschrift des mährischen Gewerbevereins, p. 186, et Bulletin de la Société chimique, t. XVIII, p. 520, 1872.
1872 Collins. — Report on Caoutchouc.
1872 Bevan. — Report on Caoutchouc.

1872 M. Bernardin. — Classification de cent caoutchoucs et gutta-perchas, Gand.
1872 Journal de pharmacie.
1873 Dictionnaire universel théorique et pratique du commerce et de la navigation, t. I, p. 515.
1873 G. Bentham et J.-D. Hooker. — Genera Plantarum, p. 692.
1874 M. Bernardin. — Visite à l'exposition de Vienne.
1874 Girard. — Union pharmaceutique.
1874 Végétaux qui produisent du caoutchouc; Répertoire de pharmacie, p. 680.
1875 Trouette. — Acclimatation des arbres à caoutchouc à la Réunion, Paris, in-8°.
1875 L. Ogier. — Notice sur la fabrication et l'emploi du caoutchouc vulcanisé.
1875 Th. Laslett. — Timber and timber tree, native and foreign, London, in-8°.
1875 Abridgments of specifications relating to the preparation of India-rubber and Gutta-percha, A. D., 1791-1866.
1875 The Botany of the Speke and Grant expedition. The Transaction of the Linnean Society of London, p. 107, vol. XXIX.
1876 Markham. — The cultivation of caoutchouc yielding trees in British India; Journ. Society of Arts, pp. 475-482.
1876 G.-W. Strettel. — The *Ficus elastica* in Burmah proper Rangoon, 1876, in-8°.
1876 Cross. — The India-rubber acclimatation experiment; Pharmaceutical Journal and Transactions, p. 195.
1876-1877 Corre et Lejeanne. — Archives de médecine navale.
1877 M. Bernardin. — L'Afrique centrale; Étude sur ses produits commerciaux.
1877 Chevalier. — Culture de l'*Hevea guianensis*; Répertoire de pharmacie, p. 719.
1877 Laboulaye. — Dictionnaire des arts et manufactures et de l'agriculture.
1877 Privat Deschanel et Focillon. — Dictionnaire général des sciences théoriques et appliquées, vol. I, p. 368.
1877 S. Kurz. — The Forest Flora of British Burma, Calcutta, 2 vol. in-8°.
1877 Bevan. — British Manufacturing Industries, pp. 97 à 105.
1877 Cross-Castiloa. — India-rubber trees in Brazil; Geographical Magazine, pp. 152 à 157.

1877 à 1879 OLIVER. — Hookers icones plantarum, 3e série, vol. III, p. 22, tab. MCCXXVIII.
1878 CHRISTY. — New commercial plants, n° 2, p. 10.
1878 TH. DYER. — Report of the Royal Garden at Kew, p. 39.
1878 Balata a substitute for gutta-percha; Boston Journ. Commerc.; Pharmaceutical Journ , t. III. IX, p. 412.
1878 The Para and Ceara rubbers; Journ. Soc. Arts et Pharm. Journ., t. III. IX, pp. 86-89.
1879 WAGNER et GAUTIER. — Chimie industrielle, t. II, p. 394.
1879 Universal Engineer, vol. II, Manchester.
1879 FRANZ CLOUTH. — Die Kautschuk-Industrie, p. 76, Weimar.
1879 AUBRY LECOMTE. — Catalogue des produits des colonies françaises de l'exposition de 1878.
1879 E. et F.-N. SPON. — Encyclopedia of the industrial arts, manufactures and commercial products, 2 vol.
1880 T. BOLAS. — Cantor lectures on the India-rubber and Gutta-Percha industry, London; Journ. Society of Arts, t. XXVIII.
1880 MAIGNE. — Nouveau manuel complet du fabricant d'objets en caoutchouc, 2 vol., 506 pages, Paris.
1880 R. HOFFER. — Kautschuk und Gutta-percha, Wien.
1880 TRIMEN. — On the Plant affording India-rubber; Journal of Botany, p. 321, tab. CCXV (*Manihot Glaziovii*).
1880 Procédé STRAUSS. — Journal of the Society of Arts, p. 634.
1880 MORTON. — Die Gutta-Percha liefernden Pflanzen der Malaïschen Halbinsel; Bot. Jahresb., 1880, t. II.
1880 POSADA ARUNGO. — Note sur un nouvel arbre à caoutchouc de la Colombie (*Excaecaria gigantea*); Bot. Jahresbericht, t. II.
1881 COLLINS. — Caoutchouc trees in India; Journ. Soc Arts, t. XXIX, pp. 363-364.
1881 TH. DYER. — India-rubber; Report on the progress and condition of the Royal Gardens at Kew, pp. 18, 38 et 42.
1881 Encyclopedia Britannica, vol. XII, p. 833.
1881 J.-D. HOOKER. — Die Hauptquelle der Gutta-Percha des Handels; Report on the progress of the Royal Gardens at Kew.
1881 G. E. C. BEAUVISAGE. — Contribution à l'étude des origines botaniques de la gutta-percha; Thèse pour le doctorat, Paris, G. Carpentier.
1882 LAMY. — Dictionnaire encyclopédique et bibliographique de l'industrie et des arts industriels, t. II, p. 182.

1882 Cl.-R. MARKHAM. — Kautschuk cultivation in British India; New Remedies, t. XI, pp. 7 et 45.
1882 KING. — Sur les plantes à caoutchouc; Report on the Royal Garden, Calcutta.
1882 J. SMITH. — Dictionary of economic plants, London.
1882 O. DE SANDERVAL. — De l'Atlantique au Niger par le Foutah-Djallon, Paris, p. 114.
1882 G. REVOIL. — La vallée du Darror, Paris, p. 524.
1882 SCHAR. — Ueber die Kautschuk-Cultur in Ostindien; Vierteljarhrschrift der Naturf. Ges., Zurich, p. 215.
1882 F. v. MULLER. — The Melbourne Chemist and Druggist, Sept.
1883 Pseudo Gutta-percha. — Pharm. Journ., t. XIV, p. 104 (du Tropical Agriculturist).
1883 BOYD. — Zapoto oder Balata. New Remedies, p. 130.
1883 RADLKOFER. — Abhandlung des naturwissenschaftlichen Vereins zu Bremen, p. 369.
1883 W. BRANNT. — Practical treatise on Caoutchouc and Gutta-percha, Philadelphie.
1883 HOFFER. — Practical treatise of Caoutchouc and Gutta-percha, London; Jahresber., t. II, 1883.
1883 PAVOUX. — Documents et rapports sur l'exposition internationale d'Amsterdam de 1883.
1883 Dr HEINZERLING. — Die Fabrication der Kautschuk- und Guttaperchawaaren, Braunschweig.
1883 VON MULLER. — Litterarische Nachweise über die Kautschuk Vahea des Tropischen Afrika; Zeitschrift des Oesterreich. Apotheker- Vereins, p. 434.
1883-1884 L. WRAY. — Gutta producing trees; Journal of Straits Branch of the Royal Asiatic Society, Singapore.
1883 Caoutchouc au Brésil; Revue scientifique, 1883, t. I, p. 96.
1884 F. BAUCHER. — Étude sur les arbres à caoutchouc de la Sénégambie; Bull. Soc. géographique et commerciale de Bordeaux, 7 et 21 juillet.
1884 F. MORELLET. — Le caoutchouc, origines botaniques, procédés; Thèse de pharmacie de Paris.
1884 BOEHNKE-REICH. — Kautschuk und seine neue Cultur in Britisch-Indien; Bot. Jahresb., t. II, 1884, et Zeitschrift Oesterr. Apothek, pp. 503, 507, 539.
1884 BEAUVISAGE. — Contribution à l'étude des origines de la gutta-percha et des galles utiles; Bull. de la Soc. bot. de Lyon.

1884 FICALHO (Comte de). — Plantas uteis da Africa Portuguesa, pp. 214 et suivantes, Lisboa.
1884 W. BURCK. — Rapport omtrent een onderzoek naar de Getahpertja produceerende boomsorten in de Padangsche Bovenlanden, Batavia.
1884 H. D'ESCAMPS. — Histoire et géographie de Madagascar, p. 377.
1885 M. BERNARDIN. — Les richesses du globe à l'exposition d'Anvers; Bull. Soc. roy. géogr. d'Anvers, p. 249.
1885 CLAUSSEN. — On the *Hancornia speciosa;* artificial Gutta-percha and India-rubber; Pharm. Journ., t. XV, pp. 237-238.
1885 WAUTERS. — Le Congo au point de vue économique, vol. in-16, pp. 60 et 192.
1885 L. PIERRE. — Plantes à gutta-percha (Bull. mensuel de la Société Linnéenne de Paris, 3 juin, 3 juillet, 15 juillet).
1885 TREUB. — Gutta-percha; Journal of the Pharm. Society, p. 545.
1885 BURCK. — Sur les Sapotacées des Indes Néerlandaises et les origines de la gutta-percha; Ann. du Jardin botanique de Buitenzorg, vol. V.
1885 BURCK. — Rapport sur son exploration dans le Padangsche Bovenlanden à la recherche des espèces d'arbres qui produisent la gutta-percha, Saïgon.
1885 HECKEL. — Ein neuer Gutta-percha-Baum (Humboldt IV).
1885 BAILLON. — Sur les nouveaux arbres à caoutchouc colombiens.
1885 Eine neue Art Kautschuk; Bot. Jahr., t. II.
1885 MULLER. — Der Mittelamerikanische Kautschuk-Baum; Natur, t. XXXV, p. 225.
1885 BOUCHE (abbé). — La Côte des Esclaves et le Dahomey, Paris.
1885 P. DE LA VAISSIÈRE. — Vingt ans à Madagascar, d'après les notes du P. Abinal, p. 330.
1885 SANTA ANNA DE NERY. — Le pays des Amazones.
1885 India-rubber, Gutta-percha and Electrical Trades Journal, vol. I, n° 10, London.
1885-1886 O. ORDINAIRE. — Voyage à travers l'Amérique du Sud; Bull. de la Soc. de géographie commerciale de Paris, t. VIII, p. 387.
1885-1886 Le commerce dans l'archipel des Bissagos; Bull. de la Soc. de géographie commerciale de Paris, t. VIII, p. 225.
1885-1886 MATTEI. — Bassin du Niger et du Bénué; Bull. de la Soc. de géographie commerciale de Paris, t. VIII.

1886 H. Monnet. — Le commerce au Congo; Bull. Soc. royale de géogr. d'Anvers, p. 277.

1886 Gelhand. — Le Congo à l'exposition d'Anvers; Bull. Soc. royale de géographie d'Anvers, p. 385.

1886 E. Bard. — Le caoutchouc de l'Amazone; Bull. de la Soc. de géographie commerciale de Paris.

1886 Fr. Dewalque. — Rapport sur les produits chimiques et pharmaceutiques de la classe 42, à l'Exposition universelle d'Anvers de 1885, Bruxelles.

1886 H. Coudreau. — Revue Sud-Américaine, 1er mars.

1886 H. Coudreau. — Études sur les Guyanes et l'Amazone.

1886 Dr Montano. — Voyages aux Philippines et en Malaisie, Paris.

1886 J.-L. de Lanessan. — Les plantes utiles des colonies françaises.

1886-1887 Gaillard. — Bords de l'Orénoque; Bull. de la Soc. de géographie commerciale de Paris, t. IX, p. 354.

1887 Sambuc. — Contribution à l'étude de la flore et de la matière médicale de la Sénégambie; Thèse de pharmacie de Montpellier.

1887 Fergusson. — All about India-rubber and Gutta-percha; Garden Chronicle.

1887 A. Marche. — Luçon et Palaouan, Paris.

1887 à 1888 Du Vergé. — Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X, p. 63.

1887 à 1888 Isthme de Panama; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X, p. 751.

1887 à 1888 J. Chaffanjon. — Mon dernier voyage au Vénézuela; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X, p. 15.

1887 à 1888 M. Monnier. — Voyage à travers les Cordillères; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X.

1887 à 1888 Haut-Sénégal; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X.

1887 à 1888 Th. Westmark. — Du Sénégal à Sierra-Leone; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X.

1888 Ch. Crozat de Fleury. — La gutta-percha au Cambodge; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. X, p. 634.

1888 E. Bard. — Le caoutchouc du Pérou, Paris.

1888 Heckel et Schlachdenhauffen. — Isonandra, Mimusops et Payena; Journal de pharmacie et de chimie, p. 248.

1888 Dr Barret. — L'Afrique occidentale. La nature et l'homme noir, Paris, t. II, p. 378.

1888 à 1889 Lettre de M. Durand à M. Gauthiot; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. XI, p. 139.

1888 à 1889 H. Coudreau. — La Guyane française; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. XI, p. 527.

1888 à 1889 G. Paroisse. — Grand Bassam et Assinie; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. XI, pp. 354, 346 et 359.

1889 Annuaire de l'Indo-Chine, Saïgon.

1889 Santa Anna de Nery. — Le Brésil en 1889.

1889 Report from the consuls of the United-States, n° 109, Washington.

1889 Foreign Office Annual Series, London.

1889 Dr Noury. — Contribution à la flore de la Sénégambie et du Foutah-Djallon; Archives de médecine navale, t. I, p. 309.

1889 Planchon. — Étude sur les produits de la famille des Sapotacées, Montpellier.

1889 Rapports de l'Exposition universelle de 1889 par M. Lequin, chap. IV.

1890 Les jardins botaniques de Ceylan; Revue des sciences naturelles appliquées, p. 31, avec quelques mots sur les fonctions du latex.

1890 Grisard. — La balata; Revue des sciences naturelles appliquées, t. I, p. 86.

1890 Leroy. — Lianc à caoutchouc; Revue des sciences naturelles appliquées, t. I, p. 432.

1890 C.-A. Fawsitt. — Vulcanisation du caoutchouc; Moniteur scientifique, t. IV, 2e partie.

1890 R. Bobet. — Revue technique de l'Exposition universelle de 1889; Le caoutchouc et la gutta-percha.

1890 à 1891 H. Gorcrix. — Minas Geraes; Bulletin de la Société de géographie commerciale de Paris, t. XIII, p. 31.

1890 Naudin. — Liane à caoutchouc; Revue des sciences appliquées, t. I, p. 607.

1891 Dr Lucien Morisse. — Le caoutchouc du Haut-Orénoque; Supplément au journal Industria du 14 mai.

1891 Ph. Rousseau. — Le caoutchouc et la gutta-percha au Vénézuela; Bulletin technologique de la Société de anciens élèves des Écoles nationales d'arts et métiers, p. 676.

1891 Ph. Rousseau. — Nouveaux procédés de coagulation du caoutchouc; Bulletin technologique, sept., p. 692.

1891 E. Vrasto. — L'industrie des câbles sous-marins; Mémoires de la Société des ingénieurs civils.

1891 Ed. Jardin. — Aperçu sur la flore du Gabon, p. 68, Paris, Baillière.

1891 E. Pavoux. — Le caoutchouc, sa répartition géographique et son avenir.

1892 Tschirch. — Indische Heil- und Nutzpflanzen; Berlin, Gaertner, Arbres à caoutchouc de Java.

1892 S'Lands Plantentuin te Buitenzorg, Batavia, p. 438.

1892 Ferraud. — Une nouvelle variété de caoutchouc; Revue des sciences naturelles appliquées, p. 575.

1892 Marois. — Le caoutchouc et ses variétés; Revue des sciences naturelles appliquées.

1892 Dr L. Brasse. — Notes sur la gutta-percha; La Lumière électrique, nos 41, 42 et 43.

1892 La gutta-percha à Singapore; Revue des sciences naturelles appliquées, p. 127.

1892 Richardson. — La gutta-percha comme véhicule des médicaments; Journal de pharmacie et de chimie, p. 168.

1892 Thomson et Lewis. — Action des métaux sur le caoutchouc; Journal de pharmacie et de chimie, p. 464.

1892 Hoffer. — Kautschuk und Gutta-Percha für die Praxis bearbeitet, p. 227, Wien.

1892 Chapel. — Le caoutchouc et la gutta-percha, 602 pages, 245 gravures, Paris (Marchal et Billard).

1892 Jungfleisch. — La production de la gutta-percha; Journal de pharmacie et de chimie, p. 227.

1893 K Schumann. — Ueber die africanischen Kautschuk-Pflanzen; Engler, Botanische Jahrbücher für systematische Pflanzengeschichte, p. 401, avec figures.

1893 R Robert. — Le caoutchouc et la gutta-percha à l'Exposition universelle de 1889, Paris, Bernard et Cie; Revue technique de l'Exposition universelle.

1893 Meyners d'Estrey. — Le caoutchouc de Sumatra; Revue des sciences naturelles appliquées, t. II, p. 45.

1893 Commerce du caoutchouc à Madagascar; Revue des sciences naturelles appliquées, t. II, p. 423.

1893 Jungfleisch. — La production de la gutta-percha; Journal de pharmacie et de chimie, pp. 37, 83, 155 et 216.

1893 C.-S. Sargent. — The silva of North America, vol. V, p. 183.

1894 Planchon. — Produits fournis à la matière médicale par la famille des Apocynées, Montpellier, p. 305.

1894 Gabor. — L'Est africain, l'Ouganda; Revue des sciences appliquées, Bulletin d'acclimatation de Paris, p. 371.

1894 A. Engler. — Ueber die Gliederung der Vegetation von Usambara, pp. 17, 26, 34, 57, 55.

1894 Index Kewensis Plantarum Phanerogamicarum, fasc. III, p. 27.

1894 Lugard. — Tropical Agriculturist, vol. XIII, n° 8.

1894 J. Duchemin. — Note sur l'*Isonandra percha;* Bulletin de la Société des amis des sciences naturelles de Rouen, p. 74.

1895 Lemaire. — Congo et Belgique.

1895 Dewèvre. — Les caoutchoucs africains; Revue des questions scientifiques.

Autres publications.

Mouvement géographique, Directeur A.-J. Wauters, année 1885, p. 48, et années suivantes.

Congo illustré, Directeur A.-J. Wauters : La liane à caoutchouc, année 1892, p. 112, et années suivantes.

Statistisches Jahrbuch für das Deutsche Reich, Berlin.

Reclus. — Géographie, Afrique occidentale, t. XII.

Revue scientifique, année 1893, p. 255.

Th. Christy. — New Commercial Plants, n° 1, p. 8; n° 2, p. 10; n° 14, pp. 12 et 13.

Notices coloniales, Paris.

Annales de chimie, t. XI, p. 225; t. LV, p. 296.

Journal de pharmacie, t. XI, pp. 141 et 343.

Journal de chimie médicale, t. II, p. 141.

L'ingénieur universel, vol. II, p. 187.

Le mouvement africain, organe de la Société africaine de France.

Annales apostoliques de la congrégation du Saint-Esprit et du Saint-Cœur de Marie.

Tableau général du commerce de la Belgique avec les pays étrangers.

India-rubber and Gutta-percha, vol. I, n°s 8, 9 et 12.

Valentin. — Note sur le suc laiteux du *Sonchus floridanus* L.; Journal général de médecine, t. XLIII, p. 223.

G. S. Zeumann. — Ueber die Balata Industrie in Britisch Guiana; Mon. Mittheilungen, Jahrg. IV, p. 93.
Taylor Harry and Cie. — Dingler's Polytechn. Journ., t. CLXVII, p. 238.
India-rubber Journal, London.
Staedeleer. — Ann. der Chem. und Pharm., t. LXVIII, p. 137.
A.-W. Hofmann. — Chem. Soc. Quarterly Journ., t. XIII, p. 87 (gutta-percha).
E.-M. Holmes. — Note on Shea butter (*Butyrospermum Parkii*); Pharmaceutical Journ., III, IX (1879), pp. 818-819.
Bulletin officiel de l'État indépendant du Congo (depuis 1885).
Alibert. — Note sur le caoutchouc ou la résine élastique; Bulletin des sciences médicales, t. I, p. 49.
Tussac. — Journal de botanique, t. I, p. 66.
Pelletier. — Mémoires de l'Institut, t. I, p. 56.
Cough. — Biblioth. Britannica, t. XXXII, p. 338.
John. — Bulletin de pharmacie, t. VI, p. 77.
Fabroni. — Médecine éclairée par les sciences physiques, t. II, p. 294.
Jackson. — Commercial Botany of the Nineteenth Century, p. 33 (balata).
De Candolle. — *Vahea madagascariensis*; Nova acta, vol. XXII, tab. III.
Barreswil et Girard. — Dictionnaire de chimie.
Ure's Dictionary.
Muspratt's Chemistry.
Joule et Thomson. — Annales de chimie et de physique, t. LII, p. 127.
Boileau. — Comptes rendus, t. XLII, p. 933.
Hubler. — Bulletin de la Société de géographie commerciale de Bordeaux.
Naudin. — Rapport sur les arbres producteurs du caoutchouc et de la gutta-percha. Bulletin du Ministère de l'Agriculture, septième année, n° 8, p. 952.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER.

Description des lianes du genre LANDOLPHIA.

CHAPITRE II.

LES *DOLICHOPODIDAE* DE L'AMBRE TERTIAIRE

PAR

Fernand MEUNIER.

Les diptères *Orthorrapha* du groupe des *Orthocera* et de la famille des *Dolichopodidae* ont été peu étudiés par les paléoentomologistes.

Dans mes recherches antérieures, j'ai fait connaître les genres qui se rencontrent dans le succin de la mer Baltique (*).

Je donne maintenant des détails complémentaires sur le genre *Medeterus* de Loew, en signalant quelle est la valeur des caractères que présentent les articles antennaires, et en montrant quelques cas de transformations de ces mouches éocènes.

Le genre *Oppenheimiella* (**) se sépare distinctement du précédent et doit être conservé, mais il est nécessaire d'examiner d'autres individus avant de signaler définitivement que le chète est triarticulé.

Chez les vrais *Medeterus* fossiles (*sensu* Schiner), les troisième et quatrième nervures longitudinales des ailes sont toujours convergentes (d'après le *visu* de dix spécimens), et jamais parallèles, comme le dit le diptériste autrichien (pour quelques espèces actuelles). Les *Dolichopus* de l'ambre ont le dernier article des antennes arrondi à la base, conique à l'extrémité et ordinairement plus grand que chez les espèces actuelles.

Mais chez la plupart de ces mouches fossiles, le métatarse postérieur est nu.

Avant de décider si les *Dolichopus* et les *Gymnopternus*

(*) *Ann. de la Soc. scient. de Bruxelles*, t. XIX, 1895 (pages 5 et 6 du tirage à part).
(**) *Bull. de la Soc. zoologique de France*, nov. 1893.

doivent être classés séparément, il est nécessaire de revoir les types de Loew.

En ce moment, il faut se borner à ne mentionner que l'existence des *Dolichopus* dans la résine tertiaire.

J'ai rencontré des dolichopodiens, ayant 4 à 5 millimètres de longueur, qui présentent des caractères morphologiques très variables.

Le troisième article antennaire est petit, conique, échancré, avec le sommet assez pointu et le chète dorsal.

Les nervures 3 et 4 des ailes sont parallèles.

Quelquefois, la pointe du cône est plus accusée et le restant de l'article est visiblement tronqué à la base.

Chez certains individus, il est assez aplati, le sommet est privé de cône, ou il ne se montre que très faiblement.

Enfin, chez d'autres, l'échancrure disparaît entièrement et le chète est apical. Le facies général de ces diptères permet à l'observateur de les reconnaître avec un peu d'attention.

Je propose de nommer ces curieuses mouches *Paleomedeterus*, pour bien montrer l'affinité qu'elles ont avec les *Chrysotus*, les *Oppenheimiella* et les *Medeterus*.

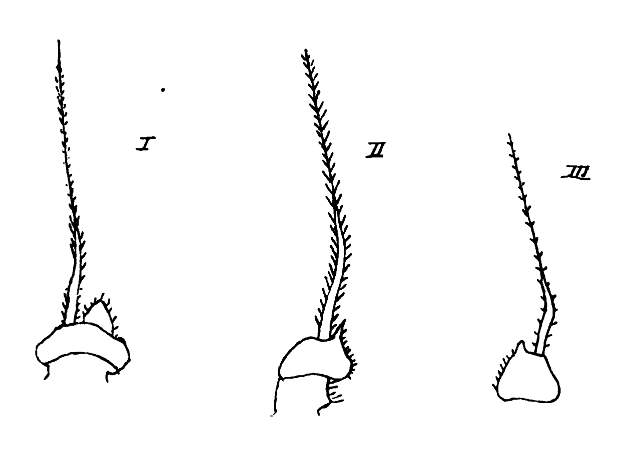
Je termine en confirmant mes opinions précédentes, à savoir que les *Platypezidae* sont très voisins des *Dolichopodidae* et que ces derniers êtres étaient en pleine évolution à l'époque tertiaire (*).

EXPLICATION DES FIGURES.

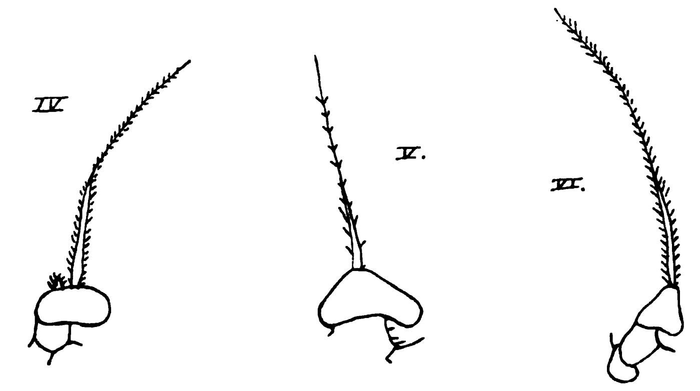
1 à 6. Quelques antennes de *Paleomedeterus* Meunier, pour montrer la variation du troisième article antennaire et de l'insertion du chète.
Les dessins ont été faits au microscope, avec un grossissement de 100 diamètres.

(*) F. Meunier, *Aperçu des genres de* Dolichopodidae *de l'ambre tertiaire*, etc. (Ann. de la Soc. ent. de France, fasc. 3, 1892.)

Ann. de la Soc. scient. de Bruxelles,
t. XIX (1895).



Paleomedeterus, MEUNIER.



F. MEUNIER del.

LES
DIPTÈRES DES TEMPS SECONDAIRES

PAR

Fernand MEUNIER.

Dans ma note d'observations sur quelques diptères tertiaires, j'ai signalé que nos connaissances étaient encore très superficielles concernant les ancêtres de ces insectes (*).

Les paléoentomologistes ont fait des études peu minutieuses sur les diptères mésosoïques.

Je vais maintenant examiner les quelques empreintes de mouches provenant de l'étage corallien du terrain jurassique de Solenhofen, qui ont été décrites par Germar (**) et Weyenberg (***).

On voit seulement très imparfaitement quelques traces de nervures alaires sur les plaques examinées par le dernier de ces auteurs.

Depuis 1888, on sait avec certitude que la célèbre *Musca lithophila*, Germar, est simplement une empreinte d'un orthoptère blattide (IV).

Si Weyenberg avait mieux connu les diptères, il n'aurait pas pris de simples sillons se trouvant dans le schiste pour de véritables balanciers, il se serait bien gardé d'imiter Germar, et de

---

(*) *Ann. de la Société scientifique de Bruxelles*, t. XIX, 1895.

(**) GERMAR, *Die versteinerten Insecten Solenhofens.* (NOVA ACTA ACAD. LEOP. CAROL. VRATISLAVIAE ET BONNAE, 1839.)

(***) WEYENBERG, *Sur les insectes fossiles du calcaire lithographique qui se trouvent au musée Tyler.* (ARCH. DU MUS. TYLER, Haarlem, 1869.)

(IV) P. OPPENHEIM, *Die Insectenwelt des lithographischen Schiefers in Bayern.* (PALEONTOGRAPHICA, t. XXXIV, p. 220, Stuttgart, 1888.)

penser, comme lui, que ce fossile avait beaucoup de ressemblance avec la *Musca carnaria*, Linné.

Jusqu'à ce jour, c'est encore avec le plus grand doute que je rapporte l'*Asilicus lithophilus*, Germar, à l'ordre des diptères. On n'a jamais pu faire une étude comparée des nervures des ailes de ces curieux êtres. Weyenberg a cependant osé écrire que « cette espèce appartient bien réellement à la famille des Asilides ».

La *Tipularia*? *teyleri*, Weyenberg, doit être placée au rang des mythes. Les figures de cet insecte (pl. XXXIV, n°s 6 et 6*a*) n'ont aucune valeur scientifique, et le facies général de 6*a* est plutôt celui d'un *Culicidae* que d'un *Tipulidae*.

Le *Syrphidae* décrit sous le nom de *Cheilosia dubia*, Weyenberg, n'appartient pas à cette famille.

Il est impossible de pouvoir l'identifier à ce genre sur le *visu* d'un échantillon en aussi mauvais état de conservation.

L'*Empidia wulpi* est la seule espèce de diptère qui a été sérieusement étudiée par Weyenberg. Les caractères extraits des nervures des ailes sont assez distincts pour placer ce fossile avec les *Empidae*, mais il est inutile de dire que ces êtres sont intermédiaires entre les genres *Empis* et *Rhamphomyia*.

En attendant de pouvoir examiner d'autres spécimens, il est prudent de laisser cette mouche dans le genre créé par le paléoentomologiste hollandais.

Grâce à l'obligeance de M. le Dr Winckler, du musée Tyler à Haarlem, j'ai pu revoir, avec divers grossissements, presque tous les types de Weyenberg.

On connaît donc très peu les diptères des temps secondaires. Plusieurs naturalistes ont fait quelques remarques sur des mouches jurassiques, mais aucun spécialiste n'a réuni des documents suffisants pour entreprendre de nouvelles recherches paléodiptérologiques.

LES

CHASSES HYMÉNOPTÉROLOGIQUES

AUX ENVIRONS DE BRUXELLES

PAR

Fernand MEUNIER.

PREMIÈRE PARTIE

MELLIFÈRES ou APIDES

INTRODUCTION.

Dans ce premier aperçu, encore bien imparfait, je donne la liste d'un certain nombre d'espèces qui ont été capturées dans le Brabant, et je complète cette notice en indiquant par la lettre H les apides qui sont signalés dans les *Bouwstoffen* de Herklots (*).

(*) SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, *Naamlijst van Nederlandsche Vliesvleugelige insekten.* Leiden, 1858, t. II.

APIDAE

MELLIFERA SIVE ANTHOPHILA, LATREILLE.

1. APIS, Linné.

1. *Mellifica*, Linné. H.
   Très commun partout.

2. BOMBUS, Latreille.

2. *Hortorum*, Linné.
   Commun. H.
3. *Distinguendus*, Morawitz.
   Cortenberg, Erps-Querbs. Sur le *Trifolium incarnatum*, Lin.
4. *Pratorum*, Linné.
   Assez commun. Saint-Gilles, Linkebeek, Groenendael.
5. *Hypnorum*, Linné.
   Rare. Uccle-Stalle. H.
6. *Silvarum*, Linné.
   Pas commun. Uccle-Stalle. H. Sur *Calluna vulgaris*, Salisb.
7. *Arenicola*, Thomson.
   Rare. Erps-Querbs. J'ai pris cette espèce avec le *B. distinguendus*. Moraw.
8. *Agrorum*, Fabricius.
   Très commun partout en Belgique. H.
9. *Cognatus*, Stephens.
   Rare. Groenendael.
10. *Pomorum*, Panzer.
    Rare. J'ai capturé cette espèce une seule fois en abondance à Uccle-Stalle (1889).
11. *Lapidarius*, Linné.
    Partout en Belgique. H.
12. *Soroënsis*, Fabricius.
    Très rare. Uccle-Stalle. H.
13. *Terrestris*, Linné.
    Extrêmement répandu dans le pays. H.
    La variété *Lucorum*, Linné, est aussi commune que le type.

3. EUCERA, Latreille.

14. *Longicornis*, Linné.
Au printemps sur les fleurs des prairies. Commun. Saint-Gilles, Linkebeek, Groenendael, Uccle-Stalle. H.

4. ANTHOPHORA, Latreille.

15. *Retusa*, Linné.
Pas commun. Chez cette espèce, l'épine des tibias est pâle testacée.

16. *Acervorum*, Fabricius.
Au printemps Saint-Gilles, Uccle-Stalle. Chez l'*A. retusa*, Kirby, l'épine des tibias est noire. H.

17. *Aestivalis*, Panzer.
Commun. Groenendael, Parc de Saint-Gilles. Sur les châtons des *Salix*, Tournef.

18. *Quadrimaculata*, Saint-Fargeau.
Peu commun. Uccle-Stalle.

5. CILISSA, Leach.

19. *Tricincta*, Kirby.
Rare. Parc de Saint-Gilles.

20. *Hoemorrhoidalis*, Fabricius.
Comme le précédent.

6. PANURGUS, Latreille.

21. *Lobatus*, Fabricius.
Très répandu dans tout le Brabant. Erps-Querbs, Cortenberg, Forest, Linkebeek. H.

7. DASYPODA, Latreille.

22. *Hirtipes*, Fabricius.
J'ai fréquemment capturé cette espèce sur le *Carduus crispus*, Linné. Le ♂ est beaucoup plus commun que la ♀. Forest, Uccle-Stalle, Parc de Saint-Gilles. H.

8. ANDRENA, Fabricius.

23. *Pilipes*, Fabricius.
Pas commun. Forest.

24. *Cineraria*, Linné.
Rare. Parc de Saint-Gilles. H.

25. *Nitida*, Fourcroy.
Assez commun dès les premiers beaux jours. Forest, Groenendael, Saint-Gilles.

26. *Ovina*, Klug.
Rare. Mousty (lez-Ottignies).

27. *Albicans*, Müller.
Très commun sur plusieurs synanthérées. H. Parc de Saint-Gilles, Uccle-Stalle, Erps-Querbs, Groenendael.

28. *Tibialis*, Kirby.
Très commun au printemps le long des broussailles. H.

29. *Nigro-aenea*, Kirby.
Moins répandu que le précédent. Parc de Saint-Gilles, Forest.

30. *Trimmerana*, Kirby.
Assez commun. Parc de Saint-Gilles.

31. *Fulvescens*, Smith.
J'ai capturé seulement la ♀ de cette espèce. Parc de Saint-Gilles.

32. *Gwynana*, Kirby.
Rare. Groenendael.

33. *Praecox*, Scopoli.
Peu commun. Parc de Saint-Gilles.

34. *Varians*, Kirby.
Rare. Saint-Gilles.

35. *Albicrus*, Kirby.
Pas commun. Parc de Saint-Gilles.

36. *Ferox*, Smith.
Très rare.

37. *Florea*, Fabricius.
Rare. J'ai pris une seule fois cette espèce à Groenendael.

38. *Hattorfiana*, Fabricius.
Le long des broussailles dès la fin avril. Assez commun. Parc de Saint-Gilles, Forest.

39. *Fulvicrus*, Kirby.
Commun. Uccle-Stalle, Forest, Saint-Gilles, Groenendael, Erps-Querbs.

40. *Combinata*, Christ.
Rare. Parc de Saint-Gilles.

41. *Chrysopyga*, Schenck.
Deux ♀ au parc de Saint-Gilles.

42. *Xanthura*, Kirby.
Commun sur les synanthérées. Parc de Saint-Gilles. H.

43. *Convexiuscula*, Kirby.
Comme le précédent.

44. *Extricata*, Smith.
J'ai capturé quatre ♂ de cette espèce au parc de Saint-Gilles.

45. *Proxima*, Kirby.
Comme le précédent.

46. *Parvula*, Kirby.
Peu commun. Uccle-Stalle.

47. *Fulva*, Schranck.
Commun. Sur les premières fleurs du printemps. Forest, Saint-Gilles. H.

48. *Clarkella*, Kirby (*).
Pas commun. Groenendael.

9. HALICTUS, Latreille.

49. *Quadristrigatus*, Latreille.
Assez commun. Saint-Gilles, Uccle-Stalle, Groenendael.

50. *Xanthopus*, Kirby.
Pas fréquent. Parc de Saint-Gilles, Forest.

51. *Laevigatus*, Kirby.
Pas commun. Brabant.

52. *Sexnotatus*, Kirby.
Assez répandu. Sur les synanthérées. Uccle-Stalle, Forest, parc de Saint-Gilles.

53. *Quadrinotatus*, Kirby.
Plusieurs ♀ capturées au parc de Saint-Gilles.

54. *Leucozonius*, Kirby.
Comme le précédent.

55. *Quadricinctus*, Fabricius.
Pas commun. Parc de Saint-Gilles.

(*) Le parc de Saint-Gilles est un endroit très riche en hyménoptères La plus grande partie des *Andrena* belges ont été rencontrés sur un espace d'environ 1000 mètres.

56. ***Rubicundus***, Chr. (*nidulans*, Lep.). H.
On capture fréquemment cet halicte sur les fleurs des prairies. Tout le Brabant.

57. ***Cylindricus***, Fabricius.
Très commun sur *Carduus crispus*, Lin., et *nutans*, Lin. Uccle-Stalle, Forest, Saint-Gilles, Erps-Querbs, Groenendael.

58. ***Albipes***, Fabricius.
Pas commun. Parc de Saint-Gilles. H.

59. ***Minutus***, Kirby.
Assez rare. Saint-Gilles, Forest.

60. ***Villosulus***, Kirby.
Comme le précédent.

61. ***Nitidiusculus***, Kirby.
Assez commun. Sur les synanthérées et les carduacées. Tout le Brabant.

62. ***Minutissimus***, Kirby.
Un peu répandu partout. Uccle-Stalle, Forest, Linkebeek.

63. ***Tumulorum***, Smith.
Assez commun. Parc de Saint-Gilles et les environs de la ville.

64. ***Morio***, Fabricius.
Sur les ombellifères. Uccle-Stalle, Forest, Saint-Gilles.

10. COLLETES, Latreille.

65. ***Fodiens***, Latreille.
Pas commun. Parc de Saint-Gilles. H.

66. ***Marginata***, Linné.
Un ♂ à Forest.

11. MEGACHILE, Latreille.

67. ***Centuncularis***, Latreille.
Commun. Parc de Saint-Gilles, Forest, Uccle-Stalle, Groenendael. H.

68. ***Argentata***, Fabricius.
Rare. Uccle-Stalle ♂ et ♀. H.

69. ***Maritima***, Kirby.
Assez commun. Parc de Saint-Gilles, Uccle-Stalle. H.

70. *Pyrina*, Saint-Fargeau (*fasciata*, Smith. ♂).
Un ♂ au parc de Saint-Gilles.

12. OSMIA, Latreille (*).

1er sous-genre CERATOSMIA, Thomson.

71. *Cornuta*, Latreille.
Pas commun. Saint-Gilles. H.

72. *Bicornis*, Linné.
Comme le précédent. H.

2e sous-genre CHALCOSMIA, Schmied.

73. *Aenea*, Linné.
Assez commun. Uccle-Stalle, Forest, Groenendael, parc de Saint-Gilles. H.

74. *Fulviventris*, Latreille.
Peu répandu. Uccle-Stalle, Forest. H.

3e sous-genre HELICOSMIA, Thoms.

75. *Aurulenta*, Panzer.
Rare. Forest, Uccle-Stalle. H.

4e sous-genre HOPLOSMIA, Thoms.

76. *Spinulosa*, Kirby.
Rare. Parc de Saint-Gilles. Sur *Carduus crispus*, Lin.

13. HERIADES, Latreille.

77. *Campanularum*, Kirby.
Assez rare. Parc de Saint-Gilles. H.

14. CHELOSTOMA, Latreille.

78. *Maxillosum*, Linné (*florisomme*, Linné ♂).
Assez commun. Uccle-Stalle. Parc de Saint-Gilles. H.

(*) Observation : J'ai capturé à Uccle-Stalle ♂♀ du *Diphysis serratulae*, Panzer (*rotundiventris*, Perris). — Voir pour cette espèce : Pérez, *Contribution à la faune des apiaires de France*, 1re partie, pp. 205 à 208. Bordeaux, 1879.

15. ANTHIDIUM, Fabricius.

79. ***Manicatum***, Fabricius.
Pas commun. Sur les carduacées. Forest, Uccle-Stalle. H.

80. ***Strigatum***, Latreille.
Une ♀ à Forest.

16. SPHECODES, Latreille (*).

81. ***Latreillii***, Wesmael.
Très rare. Uccle-Stalle.

82. ***Gibbus***, Linné.
Commun. Ce sphecodes vole sur les talus ensoleillés. Tout le Brabant. H.

83. ***Rufiventris***, Wesmael.
Comme le précédent.

84. ***Subquadratus***, Smith.
Fréquent partout. Forest, parc de Saint-Gilles, Uccle-Stalle.

85. ***Similis***, Wesmael.
Moins répandu que les trois précédents. Brabant.

86. ***Maculatus***, Sichel.
Plusieurs ♂ à Forest et à Uccle-Stalle.

87. ***Ephippius***, Smith.
Cette espèce n'est pas très commune et varie beaucoup (**).

17. PROSOPIS, Fabricius.

88. ***Variegata***, Fabricius.
Pas commun. Uccle-Stalle, parc de Saint-Gilles, Forest. H.

89. ***Signata***, Nylander.
Plus répandu que le précédent. Uccle-Stalle, Forest.

(*) Après avoir minutieusement examiné plus de deux cents sphecodes, nous croyons, comme Wesmael et Sichel, que les différentes formes spécifiques, à l'exception du *Latreillii*, ne sont que des variétés du *S. gibbus*. — WESMAEL, *Sur les espèces du genre Sphecodes*. (BULL. ACAD. DE BRUXELLES, t. II, p. 258, 1835.) — SICHEL, *Revision monographique, critique et synonymique du genre* Sphecodes, *etc.* (ANN. DE LA SOC. ENT. DE FRANCE, 1865.)

(**) Je crois que les *Sphecodes* sont en pleine évolution à l'époque actuelle. Pour bien connaître ces curieux êtres, il est nécessaire de voir comment ils construisent leurs nids et de constater si leur instinct varie d'une espèce à une autre.

90. *Communis*, Smith (*Annulata*, Kirby).
Un exemplaire ♂. Parc de Saint-Gilles. H.

18. PSITHYRUS, Lepelletier.

91. *Rupestris*, Fabricius.
Assez commun dans tout le Brabant. H.

92. *Barbutellus*, Kirby.
Peu fréquent. Groenendael, Uccle-Stalle. H.

93. *Vestalis*, Fourcroy.
Commun. Les ♂ se prennent en nombre sur les carduacées. Uccle-Stalle, Forest, Saint-Gilles, Cortenberg. H.

94. *Campestris*, Panzer.
Assez commun dans le Brabant. H.

95. *Quadricolor*, Lepelletier.
Un ♂ à Forest.

19. MELECTA, Latreille.

96. *Armata*, Panzer.
Un peu partout. Parc de Saint-Gilles, Forest, Uccle-Stalle. H.

20. NOMADA, Fabricius.

97. *Fabriciana*, Linné.
Un peu partout. Parc de Saint-Gilles, Uccle-Stalle.

98. *Ferruginata*, Kirby.
Pas rare. Groenendael, Uccle-Stalle. H.

99. *Ochrostoma*, Kirby.
Assez rare. Parc de Saint-Gilles. H.

100. *Succincta*, Panzer.
Peu répandu. Parc de Saint-Gilles, Forest, Groenendael. H.

101. *Sexfasciata*, Panzer.
Une ♀ à Uccle-Stalle. H.

102. *Lateralis*, Panzer.
Comme le précédent. H.

103. *Jacobaeae*, Panzer.
Commun dans tout le Brabant.

104. *Borealis*, Zetterstedt.
Une ♀ à Forest.

105. *Ruficornis*, Linné,
Très commun aux environs de Bruxelles. H.

106. *Fucata*, Panzer.
Comme *N. ruficornis*, Lin. H.

107. *Lineola*, Panzer.
Deux ♂ à Uccle-Stalle.

108. *Solidaginis*, Panzer.
Deux ♀ à Uccle-Stalle. H.

21. COELIOXYS, Latreille.

109. *Conica*, Linné.
Le plus commun du genre. Uccle-Stalle, parc de Saint-Gilles, Forest. H.

110. *Rufescens*, Lepelletier.
Une ♀ à Uccle-Stalle. H.

111. *Punctata*, Saint-Fargeau (*vectis*, Curtis).
Comme le précédent.

Observation : Ce travail sert de contribution à la faune des mellifères de Belgique.

RELATIONS ENTRE LES DISTANCES DE CINQ OU DE SIX POINTS EN GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE ET EN GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE,

PAR

P. MANSION,

Professeur à l'Université de Gand,
Membre de l'Académie royale de Belgique (*).

---

1. *Objet de la présente note.* Lagrange a fait connaître, au siècle passé, une relation remarquable qui existe entre les distances de cinq points, en géométrie euclidienne ([1]).

M. Schering, en 1870 et en 1873, a donné la relation analogue, en géométrie non euclidienne ([2]), sans aucun développement, mais en en signalant toute l'importance.

M. De Tilly, dans son *Essai de géométrie analytique générale* ([3]), a montré comment on pouvait déduire, de ces relations, les principes fondamentaux tant de la géométrie euclidienne que de la géométrie non euclidienne.

Dans la présente note, nous nous proposons de montrer comment on peut inversement établir, d'une manière simple, les relations de Lagrange et de Schering au moyen des premiers principes de la géométrie euclidienne et de la géométrie non euclidienne. Si nous ne nous trompons, la chose n'a pas encore été faite pour la relation de Schering ([4]).

(*) Communication faite à la séance du 3 avril 1895 de la première section de la *Société scientifique de Bruxelles.*

I

RELATION DE SCHERING.

2. Lemme I. Considérons quatre points 1, 2, 3, x dont les trois premiers sont sur une droite, 2 étant situé, par exemple, entre 1 et 3. On a, comme l'on sait, en géométrie riemannienne,

$$\cos\left(\frac{1x}{r}\right)=\cos\left(\frac{12}{r}\right)\cos\left(\frac{2x}{r}\right)+\sin\left(\frac{12}{r}\right)\sin\left(\frac{2x}{r}\right)\cos 12x,$$

$$\cos\left(\frac{3x}{r}\right)=\cos\left(\frac{23}{r}\right)\cos\left(\frac{2x}{r}\right)-\sin\left(\frac{23}{r}\right)\sin\left(\frac{2x}{r}\right)\cos 12x,$$

r désignant la constante caractéristique de ce système de géométrie.

Pour éliminer $\cos 12x$, ajoutons la première relation, multipliée par $\sin\left(\frac{23}{r}\right)$, à la seconde multipliée par $\sin\left(\frac{12}{r}\right)$. Il viendra

$$\cos\left(\frac{1x}{r}\right)\sin\left(\frac{23}{r}\right)+\cos\left(\frac{3x}{r}\right)\sin\left(\frac{12}{r}\right)=\cos\left(\frac{2x}{r}\right)\sin\left(\frac{13}{r}\right),$$

à cause de la relation

$$\sin\left(\frac{12}{r}\right)\cos\left(\frac{23}{r}\right)+\sin\left(\frac{23}{r}\right)\cos\left(\frac{12}{r}\right)=\sin\left(\frac{13}{r}\right).$$

Posons

$$m=\sin\left(\frac{23}{r}\right),\quad n=-\sin\left(\frac{13}{r}\right),\quad p=\sin\left(\frac{1}{r}\right),$$

et écrivons, pour abréger, en général,

$$(ik)\ \text{ou}\ (ki)\ \text{au lieu de}\ \cos\left(\frac{ik}{r}\right),$$

ik étant la distance de deux points i et k. L'avant-dernière relation prendra alors la forme très simple :

$$m(x1)+n(x2)+p(x3)=0.\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad (1)$$

Elle subsiste évidemment aussi en géométrie lobatchefskienne, si l'on pose

$$(ik) = Ch\left(\frac{ik}{l}\right), \quad m = Sh\left(\frac{23}{l}\right), \quad \text{etc.},$$

l désignant la constante lobatchefskienne.

3. *Relation entre trois points situés en ligne droite.* Faisons coïncider successivement le point x avec 1, 2, 3. La relation (1) donnera

$$m(11) + n(12) + p(13) = 0,$$
$$m(21) + n(22) + p(23) = 0,$$
$$m(31) + n(32) + p(33) = 0.$$

On déduit de là

$$\begin{vmatrix} (11) & (12) & (13) \\ (21) & (22) & (23) \\ (31) & (32) & (33) \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui est la relation cherchée. Évidemment, on a

$$(11) = (22) = (33) = 1; \quad (21) = (12), \quad \text{etc.}$$

4. Lemme II. Considérons quatre points 1, 2, 3, 4 dans un plan. Soit a le point où la droite 12 rencontre la droite 34. On aura, pour un point x quelconque du plan, une relation de la forme

$$m'\,(x1) + n'\,(x2) + p'\,(xa) = 0,$$

puisque 1, 2, a sont en ligne droite; et une relation de la forme

$$m''\,(x3) + n''\,(x4) + p''\,(xa) = 0,$$

puisque 3, 4, a sont en ligne droite aussi.

On déduit de là, par élimination de (xa), une nouvelle relation

$$m\,(x1) + n\,(x2) + p\,(x3) + q\,(x4) = 0, \quad . \; . \; . \quad (2)$$

liant, d'une manière simple, les distances des points 1, 2, 3, 4, à un point quelconque x du plan.

REMARQUE. En géométrie lobatchefskienne, 12 pourrait ne pas rencontrer 34, et même 13 pourrait aussi ne pas rencontrer 24; mais alors 14 rencontrerait nécessairement 23 en un point a. Dans ce cas, on appliquerait le raisonnement précédent aux points $14a$, $23a$.

5. *Relation entre quatre points situés dans un plan.* Faisons coïncider successivement le point x avec 1, 2, 3, 4; éliminons m, n, p, q entre les quatre égalités obtenues ; il viendra

$$\begin{vmatrix} (11) & (12) & (13) & (14) \\ (21) & (22) & (23) & (24) \\ (31) & (32) & (33) & (34) \\ (41) & (42) & (43) & (44) \end{vmatrix} = 0.$$

6. LEMME III. Considérons cinq points 1, 2, 3, 4, 5 dans l'espace. Soit a le point où la droite 12 rencontre le plan 345. On aura, pour un point quelconque x de l'espace, une relation de la forme

$$m'(x1) + n'(x2) + p''(xa) = 0,$$

parce que 1, 2, a sont en ligne droite ; et, parce que a, 3, 4, 5 sont dans un plan, une autre, de la forme

$$m''(xa) + n''(x3) + p''(x4) + q''(x5) = 0.$$

On déduit de là, par élimination de (xa), une nouvelle relation que l'on peut écrire ainsi :

$$m(x1) + n(x2) + p(x3) + q(x4) + r(x5) = 0 \quad . \quad . \quad (3)$$

REMARQUE. En géométrie lobatchefskienne, il peut arriver que 12 ne rencontre pas le plan 345. Mais en tout cas, il est possible, parmi les cinq points, d'en choisir trois qui déterminent un plan tel que les deux autres points soient, l'un d'un côté de ce plan, l'autre de l'autre.

7. *Relation de Schering.* La relation (3) conduit immédiatement à celle de Schering, si l'on fait coïncider x avec 1, 2, 3, 4, 5. On trouve

$$\begin{vmatrix} (11) & (12) & (13) & (14) & (15) \\ (21) & (22) & (23) & (24) & (25) \\ (31) & (32) & (33) & (34) & (35) \\ (41) & (42) & (43) & (44) & (45) \\ (51) & (52) & (53) & (54) & (55) \end{vmatrix} = 0.$$

Remarque. Il n'est pas sans intérêt de remarquer que l'on peut remplacer l'une des lignes ou des colonnes du déterminant précédent, la dernière ligne, par exemple, par

$$(x1), \quad (x2), \quad (x3), \quad (x4), \quad (x5).$$

La relation obtenue ainsi est évidemment équivalente à la relation (3); elle existe entre les quinze distances de six points 1, 2, 3, 4, 5, x; elle est *du premier degré*, par rapport aux cosinus des quantités

$$\frac{15}{r}, \quad \frac{25}{r}, \quad \ldots, \quad \frac{1x}{r}, \quad \frac{2x}{r}, \quad \ldots$$

relatives aux points 5 et x, ce qui la rend souvent plus maniable que la relation de Schering.

II

RELATION DE LAGRANGE.

8. Lemme. Soient 1, 2, 3 trois points en ligne droite, 2 étant compris, par exemple, entre 1 et 3. On a, pour un point quelconque x du plan,

$$\overline{x1}^2 = \overline{12}^2 + \overline{x2}^2 - 2.12.x2.\cos 12x,$$

$$\overline{x3}^2 = \overline{23}^2 + \overline{x2}^2 + 2.23.x2.\cos 12x.$$

On déduit de là, en éliminant cos $12x$,

$$\overline{x1}^2.23 + \overline{x3}^2.12 + \overline{x2}^2(-13) = 12.23.13.$$

Nous écrirons cette relation, en abrégé, comme il suit :

$$\alpha(x1) + \beta(x2) + \gamma(x3) = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

en posant

$$\alpha = \frac{23}{12.23.13}, \quad \beta = \frac{-13}{12.23.13}, \quad \gamma = \frac{12}{12.23.13},$$

et représentant par (ik) le carré de la distance de deux points i, k.

On observera que

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1')$$

Cette relation peut se déduire de (1), en la divisant par $(x1)$ et faisant s'éloigner x à l'infini.

La relation (1), à la forme près, est due à Robert Simson, mais s'appelle souvent *théorème de Stewart* (³).

9. *Relation entre trois points situés en ligne droite.* Dans la relation (1), faisons coïncider x avec 1, 2, 3 ; éliminons α, β, γ entre (1') et les égalités obtenues ; il viendra, en observant que $(11) = (22) = (33) = 0$,

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & (12) & (13) \\ 1 & (21) & 0 & (23) \\ 1 & (31) & (32) & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

10. Lemme II. On prouve, comme au n° 4, la proposition suivante : On a, entre les distances de 4 points 1, 2, 3, 4 d'un plan à un cinquième x, une relation de la forme

$$\alpha(x1) + \beta(x2) + \gamma(x3) + \delta(x4) = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

avec la condition

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2')$$

Cette dernière égalité se démontre directement; mais on peut aussi la déduire de (2) en faisant s'éloigner x à l'infini.

11. *Relation entre quatre points situés dans un plan.* Dans (2), faisons coïncider x avec 1, 2, 3, 4; éliminons α, β, γ, δ entre (2') et les égalités obtenues. Nous trouverons la relation :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & (12) & (13) & (14) \\ 1 & (21) & 0 & (23) & (24) \\ 1 & (31) & (32) & 0 & (34) \\ 1 & (41) & (42) & (43) & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

12. Lemme III. On prouve, comme au n° 6, la relation suivante :

$$\alpha(x1) + \beta(x2) + \gamma(x3) + \delta(x4) + \varepsilon(x5) = 1 \quad . \quad . \quad (3)$$

avec la condition

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \qquad (3')$$

entre les distances à un point x de cinq points quelconques de l'espace 1, 2, 3, 4, 5.

13. *Relation de Lagrange.* Dans (3), faisons coïncider x avec 1, 2, 3, 4, 5; éliminons ensuite α, β, γ, δ, ε, entre (3') et les cinq égalités obtenues. Nous trouverons ainsi la relation de Lagrange, sous la forme de Cayley :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & (12) & (13) & (14) & (15) \\ 1 & (21) & 0 & (23) & (24) & (25) \\ 1 & (31) & (32) & 0 & (34) & (35) \\ 1 & (41) & (42) & (43) & 0 & (45) \\ 1 & (51) & (52) & (53) & (54) & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Remarques. I. On peut remplacer la dernière ligne du déterminant par

$$1, \quad (x1), \quad (x2), \quad (x3), \quad (x4), \quad (x5).$$

II. Il est assez facile de déduire toutes les relations de ce paragraphe de celles du paragraphe précédent en faisant $r = \infty$, ou $l = \infty$.

NOTES.

(1) *Solutions analytiques de quelques problèmes sur les pyramides triangulaires* (Mémoires de l'Ac. de Berlin, 1773; OEuvres, t. III, pp. 659-692). Lagrange établit, dans ce mémoire, la relation entre les dix distances de cinq points, avec beaucoup d'élégance, en se servant des coordonnées rectangulaires de ces cinq points. Voir nos 18, 19, 20 (OEuvres, t. III, pp. 675-677). Carnot, dans son *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace*, etc. (Paris, Courcier, 1806), prouve cette relation moins simplement et l'écrit tout au long. Elle a été mise sous forme de déterminant et en même temps démontrée très rapidement, mais d'une manière artificielle, par Cayley, dans le premier mémoire qu'il ait publié : *On a Theorem in the Geometry of Position* (Cambridge Mathematical Journal, vol. II, 1841, pp. 267-271; ou Collected Mathematical Papers, I, pp. 1-4). Cette démonstration de Cayley se trouve reproduite dans maints ouvrages sur les déterminants et aussi en appendice au *Traité de Géométrie* de Rouché et de Comberousse.

(2) Nachrichten de Goettingue, 1870, pp. 311-321; 1873, pp. 13-21, 149-159. M. Schering donne les conséquences de la relation trouvée par lui, mais n'indique pas comment il est arrivé à cette relation.

(3) Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique. (Collection in-8°), 1893, t. XLVII, 80 pages; ou Mathesis (Gand, Hoste; Paris, Gauthier-Villars et fils), livraison de novembre 1893, 2e série, t. III, supplément.

(4) La note IV du mémoire de M. De Tilly dont il vient d'être question contient une vérification, mais non une démonstration directe, de la relation de Lagrange et de celle de Schering.

(5) C'est M. Mackay qui a récemment restitué à Robert Simson le théorème dit de Stewart. Voir Mathesis, 1893, 2e série, t. III, pp. 63-64. La relation analogue, $m\,(x1) + n(x2) + p\,(x3) = 0$, est d'un usage très facile dans maintes questions de trigonométrie sphérique. Elle a probablement été remarquée depuis longtemps, mais sans doute sous une autre forme, les coefficients m, n, p étant donnés explicitement.

LES
DÉFENSEURS DE LA CONTINUITÉ ACTUELLE
DES NÉPHRIDIES ET DES « ENTONNOIRS »
DANS LES HIRUDINÉES

APERÇU DE L'ÉTAT ACTUEL DES PREUVES

PAR

H. BOLSIUS, S. J.,

Professeur au Collège de la Compagnie de Jésus,
à Oudenbosch (Pays-Bas).

La question de l'union actuelle des deux formations citées semble intéresser de plus en plus les auteurs. Les conclusions de ceux qui se sont tout récemment occupés de cette matière ne s'accordent pas avec ce que nous avons dit sur cette question relativement aux Néphélides (*La Cellule*, t. VII, fasc. 2) et aux Glossiphonides (*Annales de la Soc. scientif. de Brux.*, t. XVIII, 1894, IIe partie).

Pour les Néphélides (*), le Dr Arn. Graf, de New-York, affirme l'union des deux organes; pour les Glossiphonides (**), le Dr Asajiro Oka, de Tokio (Japon), en fait autant; le Dr R. Leuckart la proclame pour ces deux genres et encore pour les Hirudinides (***).

Tous ces auteurs *prouvent-ils* ce qu'ils avancent? A notre avis, non.

(*) A. GRAF, *Beiträge z. Kenntn. d. Exkret- org. v.* Nephelis vulgaris. (JENAISCH. ZEITSCHR. F. NAT. WISS., t. XXVIII, 1893.)

(**) A OKA, *Beiträge z. Anat der* Clepsine. (ZEITSCHR. F. WISS. ZOOL., t. LVIII, 1894.)

(***) R. LEUCKART, *Die Parasiten des Menschen*, etc. 1 Bd, 5 Lief., 1894.

Disons d'abord quelle espèce de preuve nous nous croyons en droit d'exiger dans cette question.

D'après nous, il ne suffit pas de dire : « je crois », ou « je suppose », ou « je me persuade », ou « je ne saurais m'expliquer autrement... ». Tout cela ne constitue pas la preuve péremptoire d'un fait réel, telle que nous la cherchons.

Il ne suffit pas non plus de dire que l'analogie ou la parenté, ou la chaîne évolutionniste exige un tel fait : ceci ne *prouve* pas la *réalité objective,* bien que cet argument, s'il est exact, puisse porter à dire : « il *faut* qu'il en soit ainsi! Cherchons et nous trouverons! »

Enfin, il ne suffit pas même de dire avec autorité et fermeté : « J'ai vu la chose! J'ai vu les deux pièces réunies, » et de composer là-dessus un schéma! Non, les schémas ne *prouvent* pas les faits réels; au contraire, ce sont les faits réels qui *prouvent* l'exactitude des schémas.

Qu'exigeons-nous par conséquent comme preuve de l'union actuelle entre le néphridium et l' « entonnoir » chez une Hirudinée?

Nous demandons un bon dessin, fait d'après nature, sur une bonne préparation.

Que le dessin soit fidèle, et non idéalisé ou schématisé.

Qu'il soit dans les dimensions voulues pour rendre compte des détails qui importent dans la question actuelle.

Que la préparation d'où le dessin est tiré soit vraiment bonne, c'est-à-dire faite d'après une méthode irréprochable et avec un véritable succès ; et bonne encore en ce sens qu'elle ne prête pas à diverses interprétations à cause d'illusions, etc.

Une preuve comme celle que nous décrivons ici, est-il juste et raisonnable de la demander? Nous sommes d'avis que pour les *faits positifs,* c'est la manière la plus simple, c'est la *seule* manière de prouver.

Nous accordons volontiers que l'affirmation pure et simple d'un savant sur l'existence de tel ou tel fait positif nous doit souvent suffire : c'est maintes fois un solide *argument,* ce n'est jamais la *preuve directe* de l'existence du fait.

Dans le débat sur l'union actuelle du néphridium et de l' « entonnoir », nous désirons beaucoup cette *preuve directe*.

A-t-elle été donnée par les défenseurs de l'union des deux formations?

Sans aucune crainte d'être réfuté, nous soutenons que personne jusqu'ici n'a produit *cette preuve directe et irréfragable*.

Le D[r] R. Leuckart (*), dans une communication faite à la Société scientifique de Saxe, *affirme* que dans des préparations favorables on voit le passage des canalicules de la néphridie à la cavité annexe, dans les Glossiphonides. L'*affirmation* est étendue aussi aux Néphélides et aux Hirudinides. Et la *preuve directe?* Nous espérions la trouver dans le grand ouvrage du maître, la nouvelle édition des *Parasiten*. Y est-elle? Non! Car en fait de dessins, il n'y a, pour les Hirudinides, qu'une petite figure, à un grossissement de cent vingt fois, sans explication, sans détails indiqués par lettres ou par chiffres, sans légende aucune; une figure si imparfaite, si peu exacte, qu'elle ne montre pas par exemple les cils vibratiles (à moins d'y regarder à la loupe), qu'elle ne fait ressortir aucun canal ou canalicule (sur lesquels cependant roule toute la question!), qu'elle ne contient pas même un bout de la glande néphridiale (laquelle néanmoins devrait précisément être montrée en continuité avec l' « entonnoir » !!).

En voilà assez, croyons-nous, pour conclure que la continuité actuelle de l' « entonnoir » avec le néphridium n'est pas *prouvée* péremptoirement pour les Hirudinides.

Et pour les Néphélides, la preuve évidente est-elle donnée? Non, ni par Leuckart, ni par Graf.

Si les deux figures que donne Leuckart contenaient réellement la représentation d'une continuité entre les deux parties en question, — ce qui est loin d'être, — nous n'hésiterions pas à les déclarer fausses, d'après l'aveu même du savant auteur. Voici ses propres paroles à ce sujet :

« Je n'ai pas réussi à suivre pas à pas la connexion. Néan-

(*) *Berichte über die Verhandl. d. kön. sächs. Gesellsch. d. Wissensch.*, t. IV. 23 April 1893.

» moins je crois pouvoir l'affirmer avec toute assurance (*). » Donc Leuckart *affirme*, et *ne prouve pas*.

Arn. Graf est-il plus heureux? Non. — Disons tout d'abord qu'en fait de dessins et de figures, cet auteur, pas plus que les autres, ne *prouve* la chose sur préparation et d'après nature. Et le texte? Il atteste hautement que l'auteur, ainsi que Leuckart, a cherché vainement à *voir* la connexion; écoutez-le : « Dans la » cavité annexe, du côté opposé à la couronne ciliée, *je soup-* » *çonne* la connexion (de l' « entonnoir avec la glande) (**). »

Et à la même page nous lisons encore : « *Jamais, hélas, je n'ai* » *pu directement prouver cette connexion* (Ich habe diese Ver- » bindung leider direkt nie nachweisen können). »

Pour être exact, nous devons avouer que Graf, entre les deux phrases citées, en a placé une autre qui semble décider toute la question.

« Bourne, dit Graf, a vu cette connexion dans la *Trochaeta*, et » je ne doute pas de l'exactitude de son dessin. »

Que dessine Bourne, et que dit-il à l'endroit cité par Graf (QUART. JOUR. OF MICR. SC., vol. XXIV, *Contrib. to the Anat. of Hirud.*, pl. XXXI, fig. 51, et la légende à la page 504)? — Il n'est nullement nécessaire d'avoir sous les yeux la figure citée pour se convaincre que Graf en impose tant soit peu aux lecteurs qui n'ont pas sous la main le travail de Bourne.

Le dessin de Bourne est exact, nous le voulons bien : mais que nous prouve ce dessin en faveur de la connexion? *The actual communication between the nephridial cell and the dilated neck of the funnel* IS NOT SHOWN. Voilà la légende que Bourne écrit auprès de la figure citée par Graf! Bourne a-t-il *vu* la connexion? Alors pourquoi ne pas la dessiner? Graf dit que Bourne a vu et dessiné; Bourne lui-même répond : « Non! je n'ai pas vu! »

(*) « Es ist mir nicht gelungen, ihn (den Zusammenhang) Schritt für Schritt zu » verfolgen. Trotzdem aber glaube ich ihn mit aller Bestimmtheid vertreten zu dürfen. »

(**) ARN. GRAF, *Zur Kenntniss d. Exkret. v.* Nephrelis vulgaris (JENAISCH ZEITSCHR. F. NATURWISS., 1893, p. 173) : « An dem der Wimperkrone gegenüber liegenden Teil der » blasenförmige Erweiterung vermute ich die Verbindung mit dem Drüsenabschnitt des » Nephridiums. »

Et la *preuve directe* de la connexion chez les Néphélides?

La preuve est néant.

Restent les Glossiphonides.

Pour celles-ci, Leuckart nous présente deux dessins faits sur des préparations et nullement schématisés, je suppose. Le grossissement est de cent diamètres. L'indication de détails par lettres ou chiffres, l'explication par légende, etc., tout cela fait défaut dans le livre de Leuckart.

Ces figures, où l'on voit des canalicules passant des cellules glandulaires du néphridium dans la cavité annexe à l'organe cilié, — ces figures où tous ces détails se voient aisément à un grossissement de 100, vous lisez bien *cent fois* linéaire, — ces figures prouvent-elles la connexion? Non!

L'endroit de la préparation où le dessin est pris, d'après les explications de Leuckart lui-même, est ce qu'il y a de plus illusionnant.

Pour avoir l'aspect de ses dessins, il lui faut « die richtige Stelle », *l'endroit exact* (p. 728, *op. cit.*). Or, en lisant la page citée de Leuckart, tout praticien expérimenté en fait de coupes microtomiques sera persuadé que l'auteur a pris le *fusionnement apparent* de deux corps qui, taillés en biseau, se recouvrent en partie, pour la *connexion réelle* de deux parties fusionnées anatomiquement.

L'auteur n'avoue-t-il pas que presque toutes les sections microtomiques lui présentent *une démarcation nette et franche* entre les cellules néphridiales et la paroi de la capsule? Seulement, « wenn die richtige Stelle getroffen ist », tout cela change. En fait, tout change, parce que là commence l'illusion.

Nous ne nous arrêterons pas à d'autres détails du texte de Leuckart, qui serviraient à confirmer la conclusion que Leuckart n'a pas donné la *preuve rigoureuse* de l'existence de l'union entre le néphridium et l' « entonnoir » dans les Glossiphonides.

Les recherches de Oka sur l'anatomie de la Glossiphonie ne font que confirmer les conclusions de Leuckart. Ici on nous présente des figures assez soignées, reproduites sous des grossissements de 300 et 450 diamètres. Y voit-on la preuve de la thèse que

l'auteur veut défendre, c'est-à-dire l'union actuelle de la néphridie avec l' « entonnoir » par l'intermédiaire de la cavité annexe? Non!

Dans la dernière session de notre Société, nous avons présenté une « critique » de la méthode opératoire que Oka décrit exactement et qu'il dit avoir suivie dans ses recherches sur la question qui nous occupe. Or les détails tels que Oka les expose prouvent que, sinon la méthode elle-même, au moins l'application *in casu* a donné des résultats absolument inadmissibles. Ces conclusions reposent sur des formations et des aspects qui ne sont peut-être pas illusoires, comme ceux de Leuckart, mais qui sont en tout cas foncièrement viciés.

La conclusion générale de tout ce qui précède est que pas un seul auteur n'a infirmé directement et indubitablement notre exposé de l'anatomie des néphridies et des organes ciliés chez les Néphélides et les Glossiphonides, d'après lequel ces deux formations sont indépendantes l'une de l'autre.

Appendice. — Tel de nos lecteurs s'étonnera peut-être de ce que nous n'avons pas mentionné A.-G. Bourne parmi les défenseurs de la continuité actuelle des néphridies avec les « entonnoirs ». La raison est que Bourne, dans sa critique de mes publications (*Quart. Journ. of Micr. Sc.*, 1893), bien que *pour la forme* il semble nous contredire sur tous les points, émet *pour le fond* à peu près la même idée que nous sur la connexion actuelle entre les deux parties en question; c'est dire que Bourne ne défend plus du tout cette connexion comme permanente.

L'avis de Leuckart sur Bourne, depuis cette critique, est énoncé à la page 726, *op. cit.*, en note : « Dans sa critique des » travaux de Bolsius, Bourne a complètement abandonné son » opinion d'une connexion durable du système néphridial avec » l'appareil infundibuliforme (*). »

(*) « In seiner Kritik der Bolsius'schen Arbeiten hat übrigens Bourne den Gedanken an » einen bleibenden Zusammenhang des nephridialen Gefässsystems mit dem Trichter- » apparate vollständig ausgegeben. » (VERGL. JOURN. MICR. SC., t. XXXIV, 1893, p. 559.)

NOTE PRÉLIMINAIRE

SUR

DES PARASITES DE QUELQUES HIRUDINÉES

PAR

H. BOLSIUS, S. J.,
Professeur au Collège de la Compagnie de Jésus,
à Oudenbosch (Pays-Bas).

R. Leuckart, dans la récente édition de son livre sur les parasites (*), ne mentionne que des microbes, — à notre avis encore assez hypothétiques, — à l'intérieur de la vésicule néphridienne de l'*Hirudo medicinalis*. Nous croyons donc pouvoir admettre que, jusqu'aujourd'hui, on n'a pas signalé de véritables parasites dans les Hirudinées. En effet, aucun autre auteur, à notre connaissance, n'en a parlé.

Nous avons eu la bonne fortune de rencontrer quelques vrais parasites dans quatre espèces d'Hirudinées.

A. *Glossiphonia complanata*. — La figure 1 est une coupe transversale dans tout l'animal. Nous indiquons seulement le contour externe et les sections du tube intestinal, *ti*, et des deux cæcums appendiculaires, *ca*. Cette figure à un faible grossissement fait déjà apparaître des formations particulières qui font saillie dans la lumière de la cavité intestinale.

Avec un grossissement plus fort, figure 2, on constate jusqu'à l'évidence que ces formations sont des *grégarines*.

Nous avons trouvé ce parasite dans un individu capturé aux

(*) Dans la session d'avril 1895, l'auteur de cette note a présenté aux membres de la troisième section des préparations microtomiques d'Hirudinées contenant des organismes parasitaires.

environs de Louvain. Le parasite, sous la forme que présente la figure 2, n'apparaît que dans la dernière moitié du tractus intestinal. Il y est abondant, et remplit par-ci par-là toute la lumière d'un cæcum.

En parcourant les coupes successives de notre série, on assiste aux transformations du parasite, qui près de l'orifice anal est devenu un kyste rempli de spores.

C'est un parasite intra-intestinal. Les suivants se comportent différemment.

B. *Nephelis atomaria.* — Sur une section transversale d'un individu, figure 3, on aperçoit des corps étrangers, circulaires en coupe, dont la coloration tranche fortement sur tous les autres détails de la préparation teintée au carmin picro-aluné. Le nombre de ces organismes, dont nous en représentons deux seulement, est parfois très élevé sur une seule section de 15 μ d'épaisseur : nous en avons rencontré cinq, six et plus.

Une série de coupes dans un même individu prouve que le nombre de ces parasites, pour un seul animal, peut dépasser facilement la centaine. Néanmoins cette *Nephelis*, prise à Oudenbosch, ne présentait rien d'insolite dans ses allures et son maintien.

L'endroit où se logent ces organismes est toujours en dehors de l'intestin, souvent dans les lacunes du système sanguin. Un grossissement plus fort dévoile aisément un parasite enkysté, figure 4.

Comme je n'ai rencontré le parasite que dans un animal fixé et coupé, et que dans cet individu les kystes paraissent être à peu près au même stade de développement, il serait difficile de déterminer l'espèce de parasite qui est devant nous.

C. *Haementeria officinalis.* — Dans la collection d'Hirudinées que nous a procurée M. le Dr Raph. Blanchard, deux individus d'*Haementeria officinalis* provenant du Mexique nous ont présenté aussi un organisme parasitaire répandu par tout le corps, mais toujours en dehors de l'intestin.

La figure 5, qui prouve la distribution extraordinaire de ce

parasite dans le corps infesté, présente une section de la lèvre supérieure au niveau des deux yeux, dont on voit encore la couche pigmentaire. A ce même niveau il y a déjà un parasite, logé dans une petite cavité ménagée entre les cellules musculaires.

On voit, dans la figure 6, ce même parasite plus grossi.

La différence principale que nous remarquons entre le parasite de la *Nephelis atomaria* et celui de l'*Haementeria officinalis* consiste en ce que le premier possède une coque très épaisse, tandis que le dernier ne possède qu'une enveloppe assez mince.

Ici encore nous signalons le fait, sans pouvoir déterminer l'espèce.

D. *Piscicola geometra.* — Une *Piscicola*, que nous devons encore à M. Blanchard, et qui portait les renseignements: *Piscicola piscium.* — La Bajatière, Grenoble. — A. Villot, mai 1892, a été mise en section dernièrement, pour des recherches sur les organes segmentaires et ciliés.

A un endroit, nous avons rencontré l'organisme que la figure 7 indique à côté des testicules, et que la figure 8 présente sous des dimensions plus fortes. Il se trouve encore en dehors de l'intestin, dans une cavité sanguine, laquelle d'un côté est entourée de belles cellules pigmentaires avec plusieurs prolongements.

Ce parasite de la Piscicole a beaucoup de ressemblance avec celui de l'*Haementeria*; mais comme nous n'avons rencontré que cet unique exemplaire dans tout notre individu, la comparaison et, à plus forte raison, la détermination spécifique nous sont impossibles, surtout que nous ne nous sommes pas spécialement exercé en fait de parasitisme.

Conclusion. — Les faits relatés ici prouvent abondamment qu'il existe de vrais parasites dans la famille des Hirudinées.

EXPLICATION DES FIGURES.

Figure 1. — Coupe transversale de *Glossiphonia complanata*. Gross. Zeiss a_3 × oc. 2 = ± 30 lin.

ti. Tube intestinal.

ca. Cæcum appendiculaire.

Figure 2. — Détail de la précédente figure. Gross. DD × oc. 2 = ± 240 lin.

tc. Tissu conjonctif.

ep. Épithélium du tube intestinal.

Figure 3. — Coupe transversale de *Nephelis atomaria*. Gross. a_3 × oc. 2 ut supra.

ti. Tube intestinal.

cg. Cordon ganglionnaire.

P. Les parasites.

Figure 4. — Un des parasites de la figure 3. Gross. comme figure 2.

Figure 5. — Coupe transversale dans la lèvre supérieure de *Haementeria officinalis*. Gross. A × oc. 2 = ± 50 lin.

cp. Cellules pigmentaires des yeux.

P. Un parasite.

Figure 6. — Le parasite de la figure précédente. Gross. comme figure 2.

Figure 7. — Coupe transversale de *Piscicola geometra*. Gross. comme fig. 1.

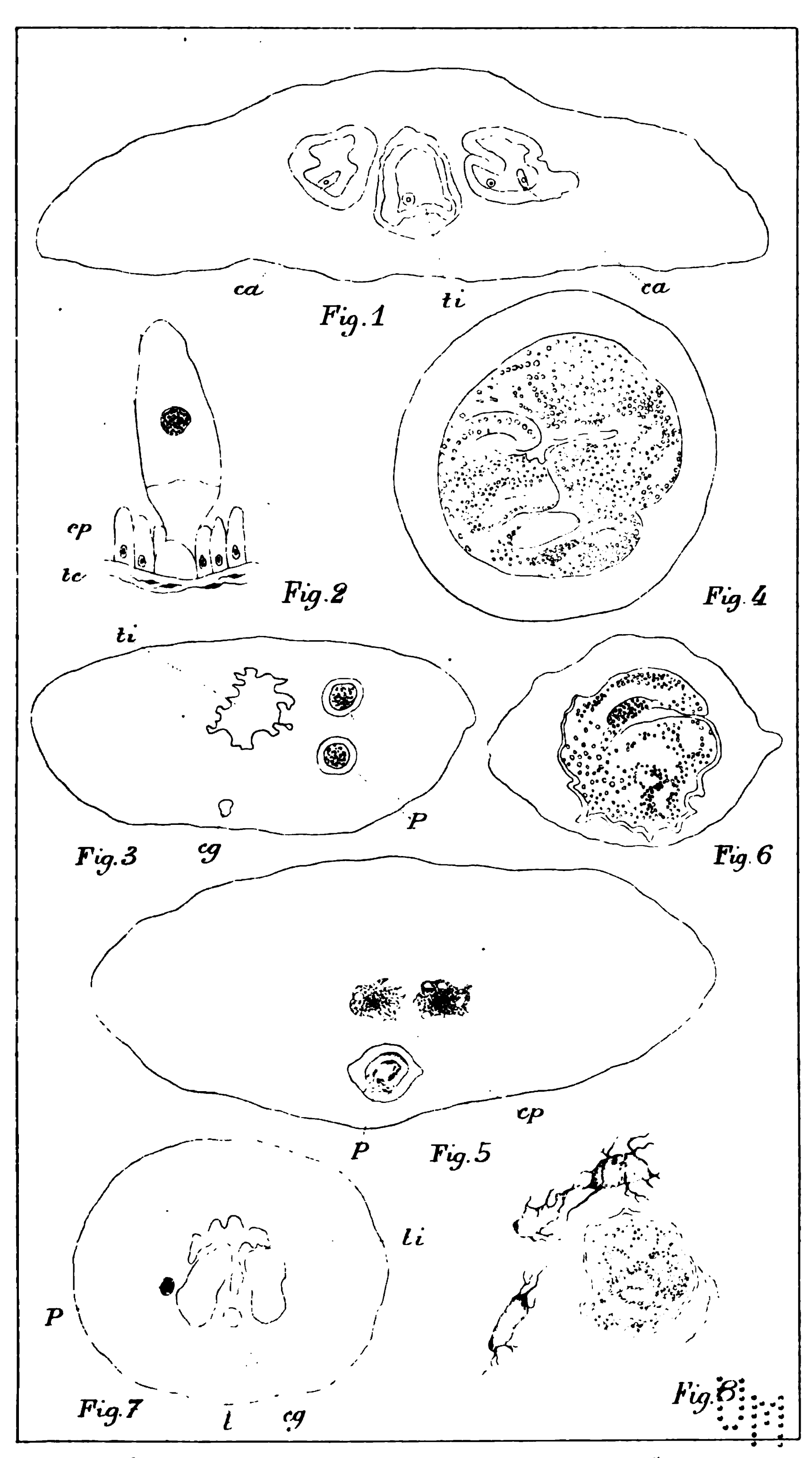
ti. Tube intestinal.

cg. Cordon ganglionnaire.

t. Testicules.

P. Un parasite.

Figure 8. — Le parasite de la figure précédente. Gross. comme figure 2.



H. Bolsius S.J. del.

DEUX CAS
DE BUPHTALMIE BILATÉRALE

AVEC

CONSERVATION D'UNE BONNE VISION

OBSERVÉS CHEZ DEUX FRÈRES (*)

PAR

le D[r] WARLOMONT

Médecin militaire.

On sait que la terminaison de la buphtalmie (ou hydrophtalmie) est le plus souvent fatale. Apanage de la première enfance et plus souvent encore congénitale, elle épuise rapidement toute la série de ses troubles destructeurs, et laisse peu de place à une thérapeutique efficace. Les rares sujets ayant dépassé le premier âge avec des yeux buphtalmiques restés bons comme vision et indemnes de complications, méritent donc de faire l'objet d'une étude détaillée.

Nous venons précisément de rencontrer deux cas de l'espèce chez deux frères, dont l'un surtout est atteint de cette anomalie à un haut degré.

(*) La première partie de cette étude a été présentée au Congrès de la Société française d'ophtalmologie en mai 1894; mais outre que, par suite d'un malentendu, elle a été publiée hâtivement dans les Mémoires de la Société, avant la correction des dernières épreuves, elle ne concernait que le cas d'Auguste V.... Nous publions ici ce travail retouché et augmenté de l'étude du frère du sujet précédent, également buphtalme, dont le cas, pour être moins prononcé, mérite néanmoins d'être décrit.

I

Auguste V... (Pl. I), de Bruges, a 13 ans; il est l'avant-dernier des sept enfants de Mr V..., petit employé de banque. Il m'a été présenté par un confrère, M. le Dr Van den Bosch, de Bruges, dont l'obligeant intermédiaire m'a permis d'examiner l'enfant à loisir.

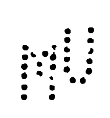
Auguste V... a 1 m. 37 c. de taille; né de parents sains, il est d'un tempérament lymphatique et d'une grande nervosité, d'une intelligence éveillée. Le crâne est légèrement bombé sur les régions temporales, le front élevé; la forme générale de la boîte crânienne est globuleuse (la circonférence de la tête, de la protubérance occipitale externe au front, est de 49 $^{1}/_{2}$ à 50 centimètres). La face, au contraire, est plutôt amincie. Cheveux châtains. A la partie antérieure du cou, on remarque une production verruqueuse pigmentée, noirâtre, datant de la naissance.

L'observateur le moins prévenu est frappé par l'aspect des yeux. La photogravure annexée à ce travail, impuissante à rendre les détails, donnera une idée suffisante de leur aspect général. Ce sont bien là des yeux buphtalmiques ou hydrophtalmiques, distendus démesurément dans tous leurs diamètres; on dirait des globes normaux vus à travers une forte loupe: des cornées énormes, miroitant fortement, font saillie entre des paupières trop étroites pour les contenir, donnant à la physionomie un aspect étrange, monstrueux; les paupières inférieures sont comme écrasées par la pression des globes et se ramassent en véritables bourrelets. Le sujet peut mouvoir ses yeux dans tous les sens, mais leurs excursions paraissent plus lentes et moins étendues que normalement. Pas de nystagmus. Les cornées sont entourées d'un cercle bleuâtre, ardoisé, très mince latéralement et à la partie inférieure où il passe facilement inaperçu, plus large à la partie supérieure du limbe, recouverte par la paupière supérieure, où il atteint 1 millimètre environ.

Derrière les cornées, d'une transparence et d'une limpidité parfaites, on aperçoit des iris de teinte foncée (comme c'est le



Pl. I.



cas ordinaire chez les buphtalmes), bruns et d'une surface très étendue, au fond d'une chambre antérieure d'une profondeur inusitée. Les iris sont tremblotants (iridonésis), et cette trémulation, qui se manifeste au moindre mouvement des globes, est surtout évidente dans la zone périphérique du diaphragme irien, vers la région ciliaire. Les pupilles sont noires, régulièrement arrondies, dilatées ; elles réagissent à la lumière et à l'accommodation, bien qu'avec une certaine lenteur ; elles sont déplacées en haut et en dedans (corectopie).

Sous certaines incidences de la lumière, la sclérotique amincie, mais pas assez pour laisser passer la teinte noire de la choroïde, prend un éclat rappelant la porcelaine transparente du Japon.

Si l'on examine un œil de profil, la cornée apparaît comme une énorme lentille plan-convexe appliquée sur la surface de l'iris.

L'occlusion des paupières ne se fait pas d'une manière complète, comme si l'étoffe manquait pour recouvrir toute la surface des cornées ; le sujet dort certainement les yeux entr'ouverts.

Dans un appartement pourvu d'un éclairage ordinaire, l'enfant ouvre largement et facilement les yeux, mais à l'extérieur il est ébloui et rétrécit spasmodiquement ses fentes palpébrales. Il y a donc de la photophobie.

Il existe une légère blépharite eczémateuse.

Voici les différentes mensurations que nous avons prises, en plusieurs examens, au moyen du compas et d'une règle graduée :

Largeur des fentes palpébrales (y compris la région caronculaire) : 26 millimètres.

Diamètres des cornées. — Diamètre transversal : 17 millimètres, chiffre énorme si l'on songe que les dimensions ordinaires, chez l'adulte, sont de 10 à 12 millimètres. — Le *diamètre vertical* paraît être le même, mais sa mensuration est très difficile, les paupières ne pouvant pas être écartées suffisamment pour permettre de le découvrir entièrement.

Largeur des pupilles. — Régulièrement arrondies, elles sont

plus larges que dans les conditions ordinaires et représentent assez bien une dilatation moyenne par une atropinisation incomplète. N'ayant pas de pupillomètre à notre disposition, nous avons dû nous borner à évaluer leurs dimensions au moyen des échelles de Follin; nous avons trouvé 3 et 7 millimètres comme limites extrêmes de leurs excursions.

Toutes ces mesures sont sensiblement les mêmes pour les deux cornées.

Il eût été intéressant de déterminer la profondeur de la chambre antérieure; mais il nous eût fallu, pour celà, un appareil de précision, tel que l'ophtalmomètre de Helmholtz, qu'on ne trouve guère que dans de rares laboratoires de recherches.

Rayon de courbure des cornées. — Il présentait ici un intérêt tout particulier. Nous l'avons évalué au moyen de l'ophtalmomètre de Javal, aidé de MM. les professeurs Deneffe et Claeys, de l'Université de Gand, qui ont bien voulu mettre l'appareil de leur clinique à notre disposition. A l'œil droit, emmétrope comme on le verra, il a été trouvé de 8 millimètres environ; à l'œil gauche, astigmate, de 8 millimètres pour le méridien vertical, de 8 $^1/_4$ au moins pour le méridien horizontal. Cette recherche a été difficile à cause de l'indocilité du sujet et n'a pu donner qu'un résultat approximatif. Il suffit cependant à nous démontrer que, contrairement à ce qu'il était permis de supposer, le rayon de courbure ne diffère guère ici de ce qu'il est généralement (8 millimètres). L'illusion était facile et s'expliquait aisément : la cornée paraissait plus convexe à cause de son étendue même et de la profondeur de la chambre antérieure (*). Les paupières, du reste, ne sont, ici, nullement étalées en avant comme elles le seraient par des cornées fortement saillantes, mais plutôt écartées et repoussées dans une direction verticale.

Tonus. — Nullement exagéré, peut-être même un peu inférieur au tonus normal.

Examen à l'éclairage latéral. — Aucune taie ni opacité cornéenne. (On sait que la buphtalmie débute le plus souvent, entre

(*) M. Meyer fait déjà cette remarque dans son *Traité des maladies des yeux.*

autres symptômes, par des troubles de transparence de la cornée.)

Examen à l'ophtalmoscope (image renversée). — Les milieux (chambres et cristallin) sont parfaitement limpides, l'œil s'éclaire fort bien; son fond est d'un rouge clair. Certaines régions moins pigmentées, notamment les parties supérieures, laissent bien apercevoir les vaisseaux choroïdiens. Les *papilles* sont petites et pâles, contrastant avec les dimensions des éléments de l'hémisphère antérieur. La papille droite, à peu près ronde, avec un court prolongement en haut et en dedans; celle de gauche, ovalaire, à axe oblique en bas et en dehors, se prolongeant un peu en bas et en dedans en une sorte de frange blanchâtre. Les vaisseaux sont peu volumineux et ne présentent rien de particulier dans leur distribution et leur trajet. Pas de staphylome.

Acuité visuelle et réfraction. — *Méthode de Donders.* — Dans une salle bien éclairée, *l'œil droit* fournit une acuité visuelle de $^2/_3$, sans verres. Si, au lieu de l'échelle de Wecker ou Parinaud à lettres, on se sert de l'échelle de Wecker pour illettrés, avec carrés à ouvertures, le sujet distingue même la dernière ligne [S = 1] (des examens répétés nous ont toujours donné ce même résultat). Les verres convexes sont refusés, le verre — 1 dioptrie est toléré. Pour *l'œil gauche*, même acuité, mais ici un verre cylindrique concave, de 1 dioptrie au moins, à axe orienté sur 35° à 40°, fournit presque une acuité égale à 1, même à l'échelle de lettres (une seule lettre n'est pas déchiffrée).

Cet examen, de même que les examens objectifs, a été fait sans paralysie préalable de l'accommodation, mais l'atropine n'eût été acceptée qu'avec répugnance par le sujet, et n'était pas sans offrir de danger dans le cas actuel.

2° *Skiascopie et examen à l'image droite.* — Des examens répétés permettent de conclure à une *emmétropie de l'œil droit*; pour l'œil gauche, le résultat est moins constant et moins décisif, mais l'*ophtalmomètre de Javal* attribue à cet œil un *astigmatisme* (direct) *de 1 $^1/_2$ dioptrie,* ce qui concorde avec l'examen subjectif. Le kératoscope de Placido indiquait également un faible astigmatisme cornéen à gauche. Cet astigmatisme, d'après l'exa-

men par les verres, ne peut être qu'un astigmatisme myopique simple.

En somme, *œil droit emmétrope, œil gauche atteint d'un astigmatisme myopique simple de 1 $^1/_2$ dioptrie. Acuité visuelle de $^2/_3$ au moins, aux deux yeux.*

Champ visuel. — Fort difficile à déterminer d'une manière exacte à cause de l'indocilité de l'enfant dont l'attention ne peut être suffisamment maintenue. Les dimensions en paraissent pourtant sensiblement normales et nous n'avons trouvé ni lacunes ni rétrécissement.

Couleurs. — Sont bien différenciées. A l'échelle chromatique de de Wecker C = 1 aux deux yeux.

Puissance accommodative. — Lecture facile à 30 centimètres sans verres.

Il existe un léger degré d'insuffisance des droits internes.

II

L'hydrophtalmie se répète souvent chez plusieurs membres de la même famille. Ce fait, bien connu, se vérifie encore ici : le frère du sujet précédent est atteint de la même affection. La difformité est, il est vrai, moins prononcée dans ce second cas, mais s'il faut quelque attention pour la constater, elle n'est pas douteuse et se présente avec certains caractères qui méritent d'être signalés.

Joseph V... (Pl. II), âgé de 16 ans, a une taille élancée (1^m,61) ; il est bien constitué et bien portant. La tête est petite, comparée au reste du corps; la boite crânienne est assez régulièrement sphérique. La circonférence occipito-frontale est de 52 centimètres. La face est un peu allongée. Cheveux châtains.

L'anomalie des globes oculaires est également ici congénitale, mais elle offre cette particularité, d'être *plus développée à l'œil droit qu'à l'œil gauche :* la cornée droite est plus volumineuse que la cornée gauche, elle écarte davantage les bords palpébraux; l'occlusion des paupières se fait, de ce côté, d'une



Pl. II.



manière incomplète; elles restent entre-bâillées quand le sujet ferme doucement les yeux comme pour dormir.

La largeur des fentes palpébrales (y compris les régions caronculaires) est de 26 millimètres. La fente palpébrale gauche est un peu inclinée en bas et en dedans, tandis que celle de droite est sensiblement horizontale.

L'écart entre les *dimensions des deux cornées* est peu considérable; il atteint à peine 1 millimètre : la cornée droite a 13 $^1/_2$ à 14 millimètres de diamètre; la cornée gauche, 13 environ.

Les cornées ont un miroitement inusité; vues de profil, elles donnent, comme chez Auguste V..., l'illusion d'une courbure exagérée. Un cercle ardoisé les entoure, plus large à la partie supérieure (1 millimètre).

Le *rayon de courbure,* déterminé à l'aide de l'ophtalmomètre de Javal, a été trouvé, à l'œil droit, de 7 $^3/_4$ millimètres pour le méridien horizontal, de 7 pour le méridien vertical; à l'œil gauche, atteint d'astigmatisme irrégulier, il varie de 7 à 7 $^1/_2$ millimètres. Bien que ces chiffres ne s'éloignent pas sensiblement de la valeur ordinaire du rayon de courbure (8 millimètres), ils indiquent une certaine augmentation dans la convexité de la cornée, que nous n'avons pas rencontrée chez le frère du sujet actuel.

La *chambre antérieure* a une profondeur excessive.

Iris bruns; l'iris droit (qui correspond précisément à la plus grande cornée) est un peu tremblotant à sa périphérie, au moins quand le globe se meut; l'œil gauche ne présente pas ce phénomène.

Les *pupilles* sont dilatées, celle de droite un peu plus que celle de gauche; elles sont légèrement déplacées en haut et en dedans (corectopie). Leurs dimensions extrêmes sont 4 et 8 millimètres.

Tonus normal à gauche, un peu plus élevé à droite.

Il y a de la blépharite chronique, squameuse.

A l'éclairage latéral, la cornée droite apparait parfaitement nette et limpide. Il n'en est pas de même de la cornée gauche, dont la partie inférieure est le siège de taies, au nombre de trois : une très petite, circulaire, bien circonscrite, vers l'extré-

mité interne du diamètre transversal; les deux autres allongées, irrégulières, à bords plus diffus, atteignant, sans le dépasser sensiblement, le bord inférieur de la pupille. Ces opacités ne sont évidemment pas congénitales, elles ont absolument l'aspect des taies qui succèdent à d'anciennes phlyctènes; le sujet déclare, d'ailleurs, avoir eu plusieurs fois des « yeux rouges », dans son enfance.

L'*examen à l'ophtalmoscope* indique, pour les deux yeux, une intégrité parfaite des milieux. Le fond de l'œil est d'un rouge clair; la choroïde, peu pigmentée, laisse bien distinguer ses vaisseaux. Papilles petites, vaisseaux papillaires ténus.

La papille de l'œil droit est irrégulièrement arrondie, avec prédominance légère du diamètre transversal (im. renv.). La papille gauche est ovalaire, à axe incliné en bas et en dehors (im. renv.); elle subit quelque déformation quand on imprime à la loupe des mouvements de latéralité (astigmatisme irrégulier). — Pas de staphylomes.

L'*acuité visuelle* et la *réfraction* n'ont pu, pour les mêmes raisons que pour Auguste V..., être déterminées après atropinisation. Pour éviter, autant que possible, les erreurs résultant de l'intervention de l'accommodation, les recherches ont été répétées, de façon à fournir des moyennes suffisamment exactes.

La vision est ici moins bonne que chez Auguste V...; c'est ainsi que, pour l'œil droit, la meilleure acuité que l'on puisse obtenir est de $^1/_2$ à peine, au moyen d'un verre sphérique concave de 1 dioptrie, associé au cylindre concave de 1 D., axe horizontal. A l'œil gauche, l'acuité visuelle ne s'élève pas au-dessus de $^1/_5$ avec la combinaison : sphér. — 2 D. et cyl. — 1 $^1/_2$ ou — 2 D. axe vers 15°.

L'*examen objectif* (*skiascopie, image droite*) révèle un *astigmatisme myopique composé* (astigmatisme direct) de degré élevé à l'œil droit (5 dioptries), à méridiens principaux vertical et horizontal. L'œil gauche, comme en témoignent l'examen à l'image renversée et l'éclairage avec le miroir plan, est atteint d'un certain degré d'astigmatisme irrégulier; il était facile de le prévoir en présence des cicatrices cornéennes. Les irrégularités

de courbure de cette cornée ne sont pas telles, cependant, que certains méridiens n'aient pu conserver une réfraction assez uniforme; de là la possibilité d'une détermination approximative, et même d'une assez bonne correction, par un cylindre associé à un verre concave, comme on vient de le voir. Il est même permis d'affirmer que, sans les reliquats d'anciennes kératites que nous constatons ici, cet œil présenterait un astigmatisme myopique composé d'un degré voisin de celui de l'œil droit.

L'ophtalmomètre de Javal confirme ces résultats : il indique, pour l'œil droit, un astigmatisme « conforme à la règle », de 4 dioptries; pour l'œil gauche, un astigmatisme irrégulier auquel il est encore possible de reconnaître au moins un méridien, oblique, assimilable à un méridien principal, d'où la possibilité de l'évaluer approximativement à 3 dioptries.

On remarquera l'écart considérable qui a été trouvé ici entre les résultats fournis par l'examen par les verres et ceux que nous ont donnés les méthodes objectives. Cette discordance peut être mise sur le compte d'une correction partielle de l'astigmatisme cornéen, quand le sujet se trouve devant les échelles, par une déformation asymétrique du cristallin sous l'influence d'un spasme du muscle ciliaire. (Nous avons dit que l'atropinisation n'avait pu être faite.)

De l'exposé clinique qui précède ressort un fait, étrange au premier abord : l'hydrophtalmie de Joseph V..., moins marquée que celle de son frère, s'accompagne cependant d'une vision moins bonne. En réalité, cette amblyopie n'est pas imputable, au moins directement, au glaucome infantile : c'est tout simplement l'amblyopie banale qui résulte d'un astigmatisme myopique de degré élevé et d'un astigmatisme irrégulier.

Le *champ visuel*, la *perception des couleurs*, l'étude des *mouvements des yeux* ne nous ont rien révélé d'intéressant.

Lecture passable avec des verres correcteurs (OD cyl. — 1 axe horiz.; OG cyl. — 1 $^{1}/_{2}$ axe à 15°).

Les faits les plus saillants de cette seconde observation sont, au résumé :

1° Une *buphtalmie double,* congénitale comme chez Au-

guste V..., mais moins développée, s'accompagnant des différents caractères déjà décrits pour celui-ci (profondeur anormale de la chambre antérieure, corectopie, iridonésis, etc.);

2° Une *buphtalmie de degré différent aux deux yeux* (13 $^1/_2$ à 14 mill. de diamètre cornéen à droite, 13 à gauche) ;

3° Une *légère augmentation de la convexité de la cornée* (7 à 7 $^3/_4$ millim. de rayon de courbure);

4° Un *astigmatisme myopique composé*, direct, *prononcé* (4 à 5 dioptries), avec un certain degré d'amblyopie consécutive à un œil (astigmatisme irrégulier accidentel à l'autre œil).

C'est là le point le plus intéressant de ce cas : voici un garçon chez lequel l'expansion du globe a été bien moins prononcée que chez notre premier sujet, et pourtant, au lieu d'une emmétropie ou d'un astigmatisme négligeable, nous voyons se produire un allongement très appréciable de l'axe antéro-postérieur avec asymétrie de courbure de la cornée.

III

Essayons d'interpréter ces faits, dont, croyons-nous, il n'existe pas d'analogues décrits avec quelque détail dans la science. Nous sommes en présence d'une hydrophtalmie congénitale qui n'a pas poursuivi jusqu'au bout sa marche ordinairement fatale. Le tableau que font les observateurs de la buphtalmie à la période de début se retrouve ici tout entier, à l'exception d'un symptôme cependant : le trouble diffus ou les opacités de la cornée, dérivant sans doute d'un vice de nutrition de cette membrane, qui font penser aux taches cornéennes du glaucome de l'adulte. Ici ces opacités n'existent pas et, au témoignage de la mère de l'enfant, n'ont jamais existé. [On sait qu'elles disparaissent souvent assez vite, en moins d'un an ou à la fin de la première année, d'après Picqué (*).]

(*) *Anomalies de développement et maladies congénitales du globe de l'œil.* Paris, 1886.

A part cela, c'est bien le glaucome infantile initial que nous avons sous les yeux. Mais là s'arrête l'analogie; presque toujours, on le sait, les choses n'en restent pas là; le trouble de la circulation lymphatique a amené une tension excessive qui épuise tout le cycle de ses effets : la cornée se dépolit de plus en plus, la sclérotique s'amincit et se hérisse d'ectasies, l'iris se décolore, la pupille se dilate et s'immobilise, les milieux se troublent, la papille s'excave (comme dans le glaucome de l'adulte), l'œil se durcit, les douleurs se déclarent, enfin la désorganisation envahit le globe : rupture de la zonule, luxation du cristallin, ramollissement du corps vitré, hémorragies de la choroïde, décollement de la rétine; bref, la maladie aiguë et rapide, ou lente et insidieuse avec des exacerbations périodiques, se termine le plus souvent par la cécité irrémédiable, en dépit de toutes les interventions chirurgicales, et réclame presque toujours comme *ultima ratio* l'énucléation.

Les sujets dont nous nous occupons ont échappé à ce naufrage : la coque oculaire, si extensible chez le nouveau-né, a cédé chez eux dans une large mesure à la pression interne (de là le développement anormal de la cornée et de l'iris, le tremblotement de celui-ci par le fait des tiraillements subis par la zonule, peut-être aussi dû à ce qu'il ne repose qu'incomplètement sur le cristallin), puis, comme si l'équilibre de la circulation lymphatique s'était tout à coup rétabli, le globe s'est fait à ses nouvelles conditions d'existence; grâce à une heureuse répartition de la pression dans les différents diamètres, l'un des deux sujets a même échappé à une myopie dont les conséquences seraient venues compliquer la maladie elle-même. C'est-à-dire, selon l'heureuse distinction faite par M. le professeur Gayet dans l'article « *Hydrophtalmie* » du *Dictionnaire de Dechambre*, qu'Auguste et Joseph V.... n'ont connu que la *lésion causale* (trouble de la circulation lymphatique, suivi ici de compensation) et que les *lésions de complication* leur ont été épargnées. Comme le fait encore observer M. Gayet, ces deux ordres de lésions sont confondus dans les globes énucléés dont l'examen est invoqué pour l'étude de la pathogénie du glaucome infantile (Schiess-Gemuseus, Gal-

lenga, Grahamer, Kalt, etc.); de là, sans doute, l'obscurité qui règne encore sur cette question. Les cas comme ceux-ci, écartant précisément toutes les lésions secondaires, peuvent donc aider à sa solution et ne sauraient être trop recherchés et étudiés.

Pas de traces ici de l'irido-choroïdite fœtale sécrétante admise par certains observateurs qui se basent sur des autopsies [Grahamer (*), Gallenga (**), Kalt (***)]; rien que les phénomènes d'un processus glaucomateux primitif, simple, sans lésions des membranes, comme l'admettent de préférence Durr et Schlegtendal (IV), Gayet (V), Abadie (VI) et d'autres.

Quant au mécanisme intime de ce glaucome infantile, qui pourrait ici s'appeler plutôt *glaucome fœtal*, il n'est pas mieux élucidé que celui du glaucome de l'adulte, et les théories pathogéniques de ce dernier peuvent ici trouver leur place : névrose sécrétoire (Donders), hypertension dans les vaisseaux, oblitération partielle et momentanée des espaces de Fontana, perturbation dans le fonctionnement d'un appareil régulateur de la circulation, comme le pensent von Hippel et Gayet, toutes ces hypothèses sont permises.

Nous ne citerons que pour mémoire une théorie, peu accréditée d'ailleurs, d'après laquelle il faudrait admettre une distinction entre la « kératomégalie » et le glaucome infantile. En réalité, cette ligne de démarcation n'existe pas, et la désignation de « kératomégalie » n'a pas de raison d'être. Les observations qu'on a citées pour étayer ce dualisme ne sont nullement convaincantes; elles accordent à cette « kératomégalie » des caractères qui sont ceux de l'hydrophtalmie; c'est ainsi, par exemple, qu'elles mentionnent toutes une profondeur et des dimensions anormales de la chambre antérieure, ce qui est bien de l'hydrophtalmie, tout au moins de l'hydrophtalmie antérieure (VII).

(*) *Alb. von Graefe's Arch. f. Ophtalmologie*, t. XXX.

(**) *Annali di Ottalmol.*, XIV, 1885.

(***) *Anat. pathol. de la Buphtalmie*. ANN. D'OCUL., CV, 1891.

(IV) *Arch. f. Ophtalm.*, XXXV.

(V) *Dict. encyclop. des sciences médic.*, Art. « *Hydrophtalmie* », 1888.

(VI) *Traité des maladies des yeux*. Doin, 1884.

(VII) Voir notamment une thèse inaugurale récente : *Ueber Megalocornea, und infantilis Glaucom*, par Ludwig Pflüger. Zurich, 1894. L'auteur s'y prévaut de l'autorité de Horner.

Quelques cas ayant certains points de contact avec les nôtres ont été relatés, et leur issue doit nous rendre très réservé quant au pronostic. M. Gayet, dans le travail que nous avons cité, nous parle d'un jeune homme présentant depuis l'âge de 3 mois un globe ayant 36 millimètres d'axe antéro-postérieur, 27 de diamètre équatorial, avec une vision presque aussi bonne que de l'autre côté, où la maladie n'existait pas; ce n'est qu'à l'âge de 23 ans qu'éclatèrent des accidents qui amenèrent l'énucléation. (Remarquons, en passant, que l'affection était ici monolatérale et postérieure à la naissance.) Non loin de Bruges, à Eerneghem, s'est présenté le cas d'un jeune homme qui, à ce qui nous a été rapporté, avait des yeux énormes avec une excellente vision.

Terson relate le cas d'un sujet porteur d'une buphtalmie bilatérale, qui avait été néanmoins admis au service militaire et n'avait vu baisser sa vision que vers l'âge de 43 ans, époque à laquelle il fut opéré avec succès par M. Terson d'une cataracte de l'œil droit (*).

M. le Dr Coppez (**) nous a dit avoir également rencontré un

---

(*) *Cas remarquable d'ectasie globuleuse de la cornée, sans complication de phénomènes glaucomateux*. Toulouse, 1888.

(**) Notre distingué confrère, auquel nous avons soumis Auguste V..., a bien voulu nous écrire une lettre que nous publions ci-après, tant à cause de la confirmation précieuse qu'elle apporte à notre examen, qu'en raison des considérations et données qu'elle renferme :

Bruxelles, 8 septembre 1894.

Mon cher confrère,

Je vous remercie beaucoup de m'avoir montré le jeune garçon qui a fait le sujet de votre communication au Congrès de Paris de cette année. Je dois vous déclarer en toute sincérité que jusqu'ici je n'ai pas encore rencontré un cas semblable; il est vraiment extraordinaire.

Les personnes qui le voient pour la première fois s'imaginent que ce garçon est porteur d'énormes yeux artificiels, tellement ils sont volumineux et brillants. La cornée en est énorme, la chambre antérieure d'une profondeur incroyable, et cependant, en les examinant à fond, je n'ai rencontré aucune altération matérielle de l'intérieur ni de l'extérieur, aucune diminution de la vision, aucune anomalie de la réfraction, à part un léger astigmatisme myopique tout à fait négligeable. Bref, le sujet n'est pas un malade et ne réclame nullement les soins d'un oculiste ni les secours d'un opticien. Il est bien probable que d'autres cas analogues existent, mais comme ils voient bien, ils n'ont que faire de l'oculiste, et c'est pourquoi nous les rencontrons si rarement dans notre pratique. Ces yeux n'avaient pas échappé aux anciens observateurs; nous lisons, en effet, dans Demours, tome Ier, publié en 1818 : « Je rencontre de temps à autre des globes un peu trop gros dont la cornée est augmentée

